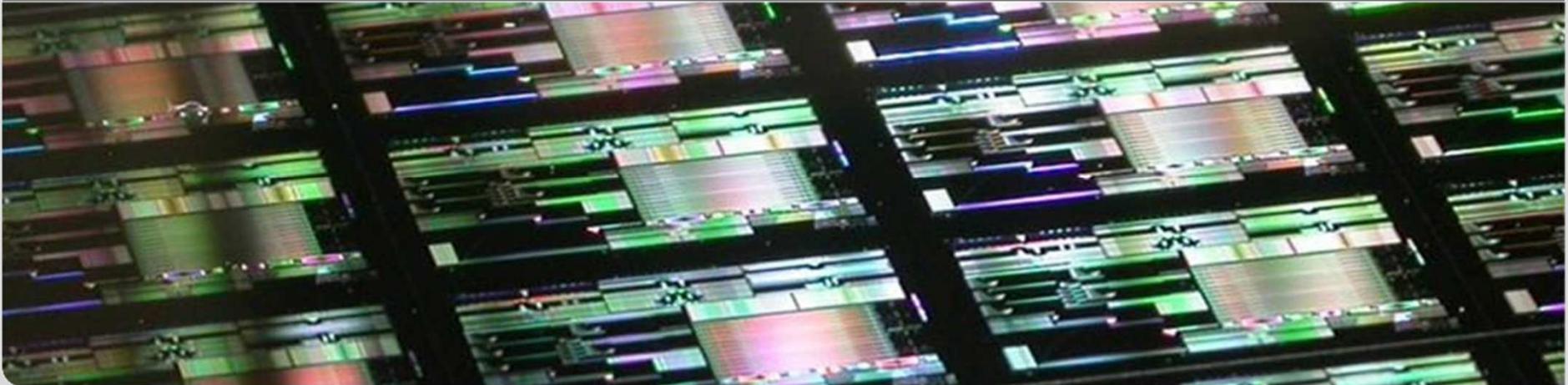


HLB Übung 4

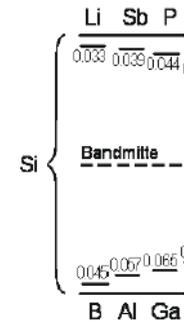
WS 2015/2016

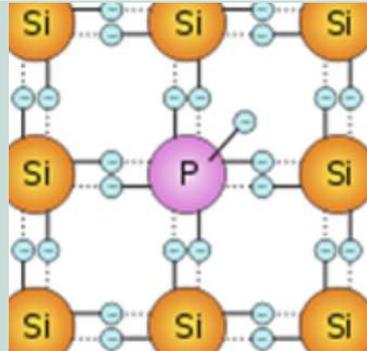
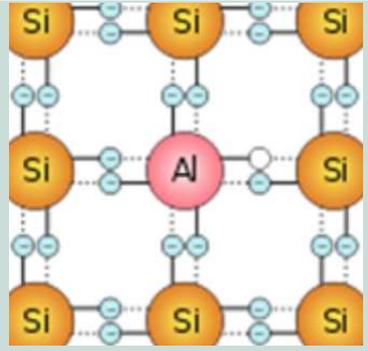


Wiederholung: Besetzungswahrscheinlichkeit für Bandabstände, Elektronen und Löcher

$$f_{B,D,A}(W) = \frac{1}{1 + \frac{1}{g} e^{\frac{W-W_F}{kT}}} \approx g^* e^{-\frac{W-W_F}{kT}}$$

wobei $g = \begin{cases} 1 & \text{Bandzustände (B)} \\ 2 & \text{Donatoren (D)} \\ \frac{1}{2} & \text{Akzeptoren (A)} \end{cases}$



	n-Dotierung	p-Dotierung
		
Dotant unbesetzt	Alle Orbitale besetzt → Spin nicht frei wählbar → Nur einen möglichen Zustand	Ungepaartes Elektron vorhanden → Zwei mögliche Zustände
Dotant besetzt	Ungepaartes Elektron vorhanden → Zwei mögliche Zustände	Alle Orbitale besetzt → Spin nicht frei wählbar → 1 möglicher Zustand

Aufgabe 1) Driftstrom in einem dotierten Halbleiter

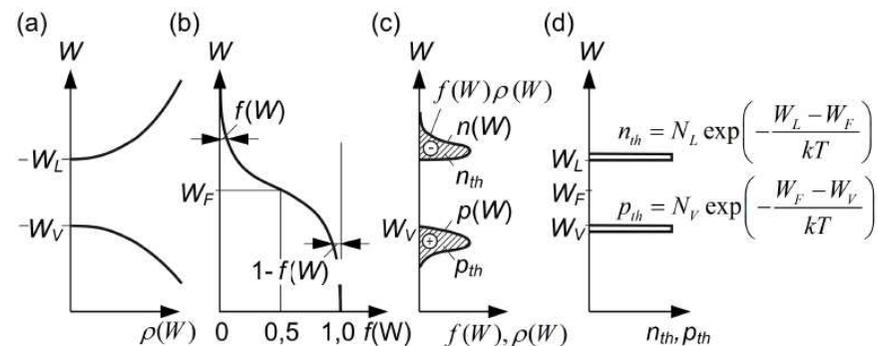
Wir betrachten ein Halbleiterstäbchen aus Silizium der Länge $l = 8 \mu\text{m}$. Die Stirnflächen haben die Dimensionen $3 \mu\text{m} \times 4 \mu\text{m}$. Der Halbleiter sei mit $2,5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ Bor-Atomen und mit $2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ Arsen-Atomen dotiert. Die effektive Masse der Elektronen und Löcher sei $0,33 \cdot m_0$ und $0,56 \cdot m_0$, wobei m_0 die freie Elektronenmasse ist. Es gilt Störstellenerschöpfung. Die Bandlücke ist $W_G = 1,12 \text{ eV}$, die Temperatur $T = 300 \text{ K}$.

- a) Bestimmen Sie die Ladungsträgerkonzentrationen für Elektronen und Löcher. Berechnen Sie dazu die äquivalenten Zustandsdichten und bestimmen Sie daraus n_i .

• Äquivalente Zustandsdichten:

$$N_L = 2 \left(\frac{2\pi \cdot m_n \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2} \quad N_V = 2 \left(\frac{2\pi \cdot m_p \cdot kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

$$n_i^2 = n_{th} p_{th} = N_L N_V \exp\left(-\frac{W_G}{kT}\right)$$



• Wiederholung von Übung 3, Aufgabe 1a

Störstellenerschöpfung
Ladungsneutralität
Massenwirkungsgesetz

$$\left. \begin{aligned} n_D^+ &= n_D \\ n + n_A^- &= p + n_D^+ \\ n \cdot p &= n_i^2 \end{aligned} \right\}$$

$$p = \sqrt{\left(\frac{n_D - n_A}{2}\right)^2 + n_i^2} - \left(\frac{n_D - n_A}{2}\right)$$

$$n = \frac{n_i^2}{p}$$

Aufgabe 1) Driftstrom in einem dotierten Halbleiter

Wir betrachten ein Halbleiterstäbchen aus Silizium der Länge $l = 8 \mu\text{m}$. Die Stirnflächen haben die Dimensionen $3 \mu\text{m} \times 4 \mu\text{m}$. Der Halbleiter sei mit $2,5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ Bor-Atomen und mit $2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ Arsen-Atomen dotiert. Die effektive Masse der Elektronen und Löcher sei $0,33 \cdot m_0$ und $0,56 \cdot m_0$, wobei m_0 die freie Elektronenmasse ist. Es gilt Störstellenerschöpfung. Die Bandlücke ist $W_G = 1,12 \text{ eV}$, die Temperatur $T = 300 \text{ K}$.

- b) Zeichnen Sie das Banddiagramm mit Fermi-Niveau und den Energieniveaus der Dotieratome. Steht die Lage des Fermi-Niveaus im Einklang mit der Annahme, dass Störstellenerschöpfung vorliegt? Begründen Sie Ihre Antwort. Entnehmen Sie die Werte für die Störstellenniveaus aus den Vorlesungsfolien.

$$n_D^+ = n_D \left[1 - f_D(W_D) \right] = \frac{n_D}{1 + 2 \exp \left[(W_F - W_D) / kT \right]}$$

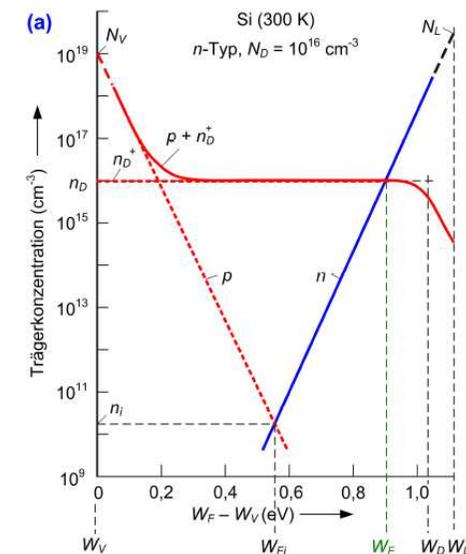
$$n_A^- = n_A f_A(W_A) = \frac{n_A}{1 + 2 \exp \left[(W_A - W_F) / kT \right]}$$

Problem: n_D^+ und W_F unbekannt

$$n + n_A^- = p + n_D^+$$

$$N_L \exp \left(-\frac{W_L - W_F}{kT} \right) + \frac{n_A}{1 + 2 \exp \left(\frac{W_A - W_F}{kT} \right)} = N_V \exp \left(-\frac{W_F - W_V}{kT} \right) + \frac{n_D}{1 + 2 \exp \left(\frac{W_F - W_D}{kT} \right)}$$

→ Gleichung kann nur numerisch gelöst werden



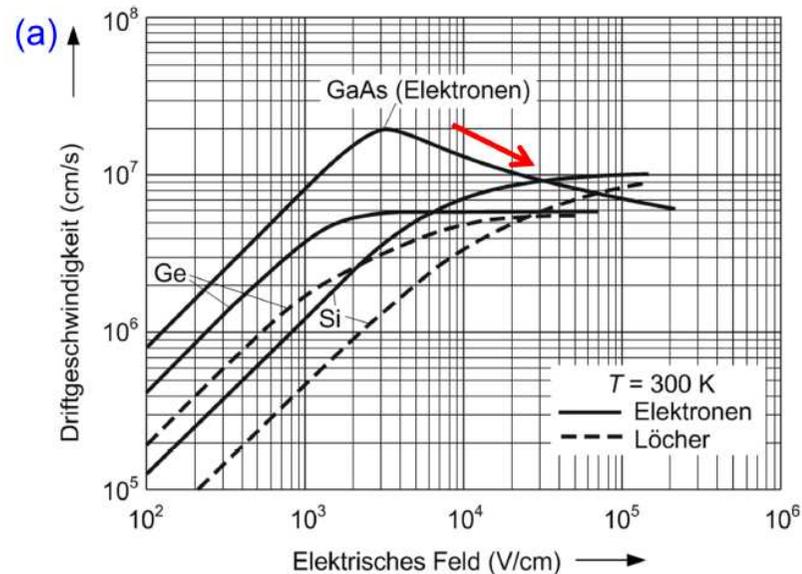
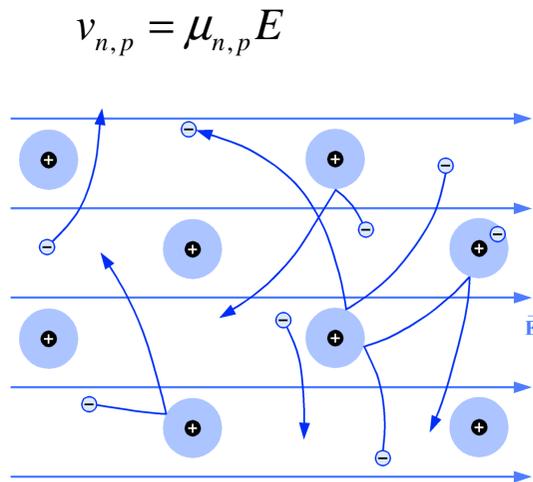
Aufgabe 1) Driftstrom in einem dotierten Halbleiter

Die Abhängigkeit der Ladungsträger-Driftgeschwindigkeit von der angelegten Feldstärke ist in Silizium gegeben durch die Beziehung

$$v_{n,p} = \frac{v_s}{\left[1 + (E_0 / E)^\gamma\right]^{1/\gamma}}$$

wobei die Sättigungsgeschwindigkeit $v_s = 1 \cdot 10^7$ cm/s beträgt, sowie für Elektronen und Löcher jeweils gelten: $E_{0,n} = 7 \cdot 10^3$ V/cm, $E_{0,p} = 2 \cdot 10^4$ V/cm und $\gamma_n = 2$, $\gamma_p = 1$.

- c) Berechnen Sie die Beweglichkeit der Elektronen und Löcher, also den Quotienten aus dem Betrag der Driftgeschwindigkeit und dem Betrag des elektrischen Feldes im Grenzfall kleiner Feldstärken.



Aufgabe 1) Driftstrom in einem dotierten Halbleiter

Die Abhängigkeit der Ladungsträger-Driftgeschwindigkeit von der angelegten Feldstärke ist in Silizium gegeben durch die Beziehung

$$v_{n,p} = \frac{v_s}{\left[1 + (E_0 / E)^\gamma\right]^{1/\gamma}},$$

wobei die Sättigungsgeschwindigkeit $v_s = 1 \cdot 10^7$ cm/s beträgt, sowie für Elektronen und Löcher jeweils gelten: $E_{0,n} = 7 \cdot 10^3$ V/cm, $E_{0,p} = 2 \cdot 10^4$ V/cm und $\gamma_n = 2$, $\gamma_p = 1$.

d) Es wird nun eine Spannung $U = 60$ V zwischen den Stirnflächen angelegt. Bestimmen Sie die Driftgeschwindigkeiten der Elektronen und Löcher. Prüfen Sie dabei, ob die Geschwindigkeiten sich in der Nähe der Sättigungsdriftgeschwindigkeiten bewegen.

e) Welcher Gesamtstrom fließt durch das Stäbchen?

$$J = en|v_n| + ep|v_p|$$

Aufgabe 2) Dynamik von Überschussladungsträgerdichten in Silizium

Ein nicht geerdetes n-dotiertes Silizium-Bauteil ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $n_D = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 460 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) werde einmal kurz einem Lichtimpuls ausgesetzt. Der Lichtblitz generiert eine Überschusssträgerdichte von $n' = p' = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, welche sich gleichmäßig über das ganze Bauteil verteilt. Die Dauer des Lichtblitzes sei sehr kurz und ist zu vernachlässigen. Es gilt Störstellenerschöpfung.

a) Handelt es sich hier um „schwache Injektion“ (*low-level injection*) oder „Hochinjektion“ (*high-level injection*)?

- Schwache Injektion $np \ll (n_D - n_A)^2$
- Starke Injektion $n \gg |n_D - n_A|$

b) Wie groß ist die relative Leitfähigkeitsänderung der Probe unmittelbar nach dem Lichtblitz? Geben Sie einen formalen Ausdruck sowie einen numerischen Wert an.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{J} = en\mu_n \vec{E} + ep\mu_p \vec{E}$$

Aufgabe 2) Dynamik von Überschussladungsträgerdichten in Silizium

Ein nicht geerdetes n-dotiertes Silizium-Bauteil ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $n_D = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 460 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) werde einmal kurz einem Lichtimpuls ausgesetzt. Der Lichtblitz generiert eine Überschusssträgerdichte von $n' = p' = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, welche sich gleichmäßig über das ganze Bauteil verteilt. Die Dauer des Lichtblitzes sei sehr kurz und ist zu vernachlässigen. Es gilt Störstellenerschöpfung.

- c) Im Halbleiter werden zunächst spontane Prozesse betrachtet, die durch eine Netto-Rekombination $r_{sp} - g_{sp} = B \cdot n_n p_n - B \cdot n_i^2$ beschrieben werden. Zeigen Sie, dass das Abklingen der Überschussladungsträgerdichte im vorliegenden Fall durch eine Lebensdauer beschrieben werden kann in der Form $r_{sp} - g_{sp} = \frac{p'}{\tau_{sp}}$

Aufgabe 2) Dynamik von Überschussladungsträgerdichten in Silizium

- d) Der Halbleiter soll zusätzlich tiefe Störstellen aufweisen, über die Shockley-Read-Hall Rekombination stattfindet. In diesem Fall ist die Netto-Rekombinationsrate gegeben durch

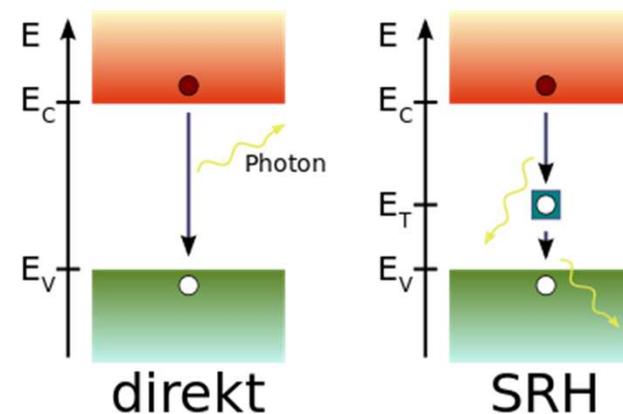
$$r_t - g_t = \frac{n_n \cdot p_n - n_i^2}{(n_n + n_{th}') \tau_p + (p_n + p_{th}') \tau_n},$$

wobei die Hilfsgrößen n_{th}' und p_{th}' gegeben sind durch

$$n_{th}' = n_{th} \exp\left(\frac{W_T - W_F}{kT}\right) \quad \text{und} \quad p_{th}' = p_{th} \exp\left(\frac{W_F - W_T}{kT}\right).$$

Vereinfachen Sie den Ausdruck für den vorliegenden Fall und unter der Annahme $W_F - W_T = 10 kT$ und zeigen Sie, dass sich die Rekombinationsrate schreiben lässt als

$r_t - g_t = \frac{p'}{\tau_{SRH}}$, wobei $\tau_{SRH} = \tau_p$ ist. Nehmen Sie an, dass die Parameter τ_n und τ_p in der gleichen Größenordnung liegen.



Aufgabe 2) Dynamik von Überschussladungsträgerdichten in Silizium

Ein nicht geerdetes n-dotiertes Silizium-Bauteil ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $n_D = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 460 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) werde einmal kurz einem Lichtimpuls ausgesetzt. Der Lichtblitz generiert eine Überschussladungsträgerdichte von $n' = p' = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, welche sich gleichmäßig über das ganze Bauteil verteilt. Die Dauer des Lichtblitzes sei sehr kurz und ist zu vernachlässigen. Es gilt Störstellenerschöpfung.

- e) Schreiben Sie nun die Differentialgleichung auf, welche den zeitlichen Zerfall der Überschuss-Ladungsträgerkonzentration beschreibt und geben Sie die formale Lösung der Differentialgleichung an. Berücksichtigen Sie dabei sowohl nicht-strahlende (Shockley-Read-Hall, Lebensdauer τ_{SRH}) als auch strahlende Prozesse (spontane Emission, Lebensdauer τ_{sp}).
- f) Skizzieren Sie die Entwicklung der Überschuss-Ladungsträgerkonzentrationen in der Probe als Funktion der Zeit. Skizzieren Sie außerdem qualitativ den zeitlichen Verlauf der Überschuss-Ladungsträgerkonzentration für den Fall, dass ein zweiter Lichtblitz auf die Probe trifft, bevor die Überschussladungsträger abgeklungen sind.