

Musterlösung zum Übungsblatt 5

Aufgabe 1) Generation und Rekombination

Gegeben ist ein mit einer Donatorendichte von $n_D = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ dotierter Silizium-Halbleiter bei $T = 300 \text{ K}$ mit der Eigenleitungsträgerdichte $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$. Die Ladungsträgerbeweglichkeiten sind $\mu_n = 1200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 600 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Durch Lichteinstrahlung werden räumlich homogen Trägerpaare erzeugt mit einer Generationsrate

$$g = \begin{cases} g_L / 3 & \text{für } t < 0 \\ g_L & \text{für } t > 0 \end{cases}$$

wobei $g_L = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}\text{s}^{-1}$ ist. Spontane Prozesse dominieren die Ladungsträgerrekombination. Im Falle von schwacher Injektion weisen die Minoritätsträger eine Lebensdauer von $\tau_{\text{min}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ auf.

- a) Stellen Sie die Differentialgleichung für den zeitlichen Verlauf der Überschusskonzentrationen n' und p' für den Fall auf, dass schwache Injektion vorliegt. Schätzen Sie ab, ob unter den gegebenen Beleuchtungsbedingungen die Annahme schwacher Injektion tatsächlich gerechtfertigt ist.

Lösung:

Es ist keine externe Spannung angelegt und es liegt eine homogene Beleuchtung vor, sodass es keine Drift- oder Diffusionsströme gibt. Die Kontinuitätsgleichung vereinfacht sich zu einer reinen zeitabhängigen DGL. Mit den Überlegungen zur spontanen Rekombination bei schwacher Injektion (LLI) aus Übungsblatt 4 ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n'}{\partial t} = \frac{\partial p'}{\partial t} &= g_{\text{ext}} + g_{\text{sp}} - r_{\text{sp}} = g_{\text{ext}} - B \left[(n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}} + p') p' \right] = \\ &= g_{\text{ext}} - B (n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}}) \left[\left(1 + \frac{p'}{n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}}} \right) p' \right] \approx g_{\text{ext}} - \frac{p'}{\tau_{\text{sp}}}, \text{ mit } \frac{1}{\tau_{\text{sp}}} = B (n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}}) \end{aligned}$$

Zur Abschätzung der Gültigkeit der Näherung schwacher Injektion betrachtet man den stationären Fall $\frac{\partial p'}{\partial t} = 0$ mit der stärkeren Generation g_L . Man erhält dann für die stationäre Überschussdichte $p'_{\text{stat}} = g_L \tau_{\text{min}} = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Dieser Wert ist deutlich größer als die Majoritätsträgerdichte im thermischen Gleichgewicht $n_{n,\text{th}}$. Die Näherung ist somit nicht gültig und stattdessen muss der volle Rekombinationsterm

$$-\frac{1}{\tau_{\text{sp}}} \left[\left(1 + \frac{p'}{n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}}} \right) p' \right] \text{ berücksichtigt werden.}$$

- b) Berechnen Sie die stationären Überschusskonzentrationen für die oben angegebene Beleuchtungsstärke für $t < 0$ und $t > 0$.

Lösung:

Man betrachtet wieder den statischen Fall $\frac{\partial p'}{\partial t} = 0$ und löst die Kontinuitätsgleichung

nach p_{stat}' auf.

$$\frac{\partial n'}{\partial t} = \frac{\partial p'}{\partial t} = g_{\text{ext}} - \frac{1}{\tau_{\text{sp}}} \left[\left(1 + \frac{p'}{n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}}} \right) p' \right]$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = 0 \Rightarrow p_{\text{stat}}' = - \left(\frac{n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}}}{2} \right) + \sqrt{\left(\frac{n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}}}{2} \right)^2 + g_{\text{ext}} \tau_{\text{sp}} (n_{n,\text{th}} + p_{n,\text{th}})}$$

Für $t \gg 0$ und $g_{\text{ext}} = g_L$ ergibt sich eine stationäre Überschussträgerdichte von $p_{\text{stat}}'(t \gg 0) = 7.81 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$.

Für $t < 0$ und $g_{\text{ext}} = g_L / 3$ ergibt sich eine stationäre Überschussträgerdichte von $p_{\text{stat}}'(t < 0) = 3.79 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$

Diese Rechnungen bestätigen nochmals, dass keine schwache Injektion angenommen werden darf.

- c) Bei angelegter äußerer Spannung wird der Strom durch den Halbleiter gemessen. Handelt es sich bei diesem gemessenen Strom um einen Driftstrom, einen Diffusionsstrom oder eine Kombination aus beiden? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:

Die Beleuchtung erfolgt homogen, sodass kein Diffusionsstrom fließt.

Es handelt sich um einen Driftstrom. Aufgrund der hohen Injektion beider Ladungsträgerarten speist sich dieser aus Majoritätsbeiträgen und Minoritätsbeiträgen.

- d) Berechnen Sie das Verhältnis aus Dunkelstrom ($g_L = 0$) und stationärem Strom bei $g = g_L$?

Lösung:

Der Gesamtstrom unter Beleuchtung bildet sich aus Driftanteilen beider Ladungsträgerarten:

$$J = J_{nF} + J_{pF} = e [n\mu_n + p\mu_p] E = e [(n_{n,\text{th}} + p_{\text{stat}}'(t \gg 0))\mu_n + (p_{n,\text{th}} + p_{\text{stat}}'(t \gg 0))\mu_p] E$$

Das Verhältnis aus Dunkelstrom und dem Strom unter Beleuchtung lautet dann:

$$\frac{I_0}{I_{g_L}} = \frac{n_{n,\text{th}}\mu_n + p_{n,\text{th}}\mu_p}{(n_{n,\text{th}} + p_{\text{stat}}'(t \gg 0))\mu_n + (p_{n,\text{th}} + p_{\text{stat}}'(t \gg 0))\mu_p} = 0.30$$

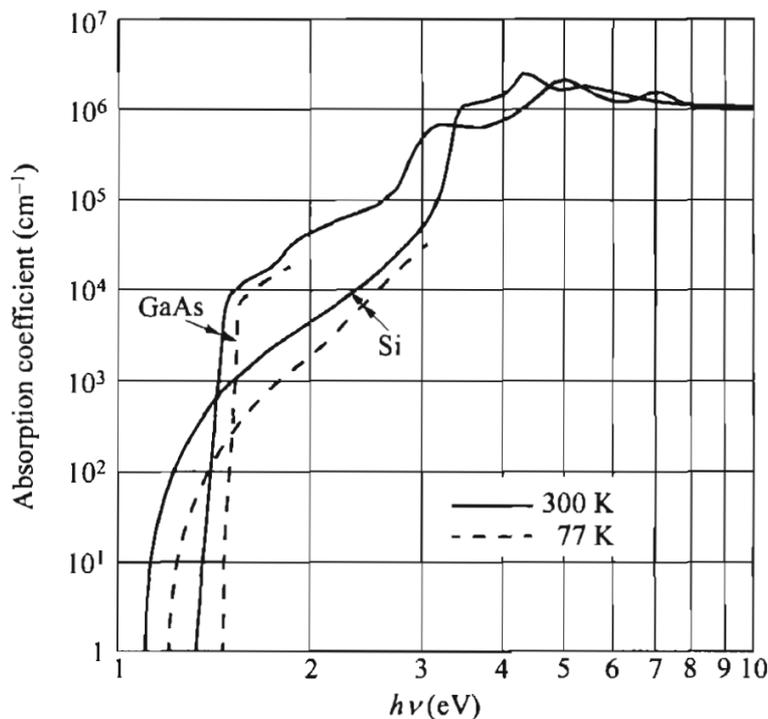
Aufgabe 2) Diffusion im stationären Zustand

Eine p-dotierte GaAs-Probe ($n_A = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$) wird von links mit Licht der Photonenenergie 2 eV und konstanter Intensität bestrahlt. Die Beweglichkeiten für Elektronen und Löcher betragen $\mu_n = 8000 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$, $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$. Die Minoritätsträgerlebensdauer beträgt $\tau_n = 5 \text{ ns}$. Die elektrische Permittivität von GaAs beträgt $\epsilon_r = 12,9$.

- a) Schätzen Sie mit Hilfe des Absorptionskoeffizienten α von GaAs ab (siehe Vorlesungsfolie), ob starke oder schwache Absorption vorliegt.

Lösung:

Der Absorptionskoeffizient von GaAs liegt bei ca. $5 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-1}$ (bzw. bei $50/\mu\text{m}$) für eine Elektronenenergie von 2eV. Die typische Absorptionslänge (1/e-Länge) liegt somit bei 200 nm. Da der Halbleiter deutlich länger ist, liegt starke Absorption vor. Da auch die Diffusionslänge der Minoritäten mit $10 \mu\text{m}$ (siehe b)) deutlich länger ist, kann die Trägergeneration als konstant und an der Oberfläche lokalisiert angenommen werden.



Quelle: Sze, Semiconductor Devices

- b) Berechnen Sie die Diffusionslänge L_n der Minoritätsträger im Halbleiter.

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} = \sqrt{\frac{k_B T}{e} \mu_n \tau_n} = 10,2 \mu\text{m}$$

- c) Durch die Bestrahlung wird am linken Rand ($x = 0$) eine lokale Minoritätsträgerüberschussdichte von $n_p'(0) = 1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ erzeugt. Berechnen und skizzieren Sie die stationäre Überschusssträgerdichte $n_p'(x)$. Gehen Sie davon aus, dass die Länge L der Probe sehr viel größer ist als die Diffusionslänge der in b) berechneten Minoritätsträger.

Bitte wenden!

Lösung:

Zunächst werden nur die Minoritäten betrachtet. Die Trägerdichten der zusätzlich generierten Minoritäten liegen zwei Größenordnungen unter denen der Majoritäten. Es gilt LLI. Somit ist die Überschussträgerdichte $n_p'(x)$ durch den Diffusionsstrom gegeben.

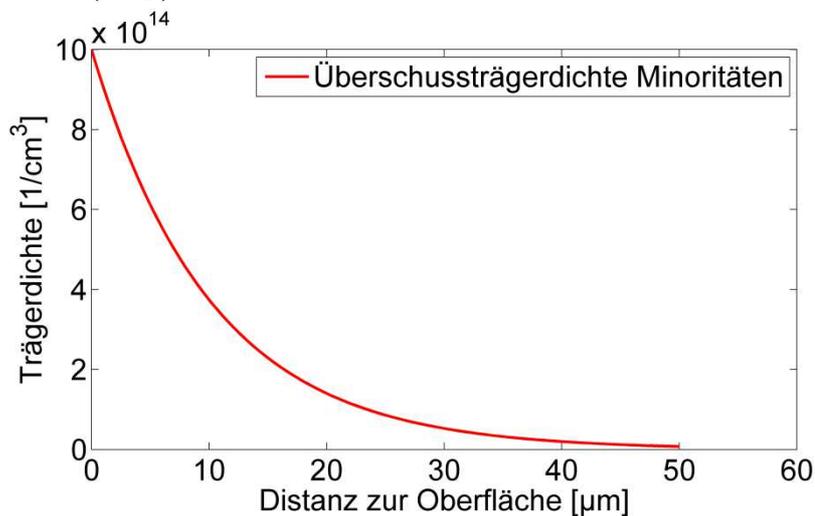
Aus der zeitunabhängigen Kontinuitätsgleichung lassen sich die Trägerdichten berechnen:

$$\frac{\partial n_p'(x)}{\partial t} - \frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{J}_n = -\frac{n_p'(x)}{\tau_n}, \text{ mit } \vec{J}_n \approx \vec{J}_{n,D} = eD_n \operatorname{grad}(n_p'(x)) \text{ und } \frac{\partial n_p'(x)}{\partial t} = 0$$

$$\Rightarrow 0 = \Delta(n_p'(x)) - \frac{n_p'(x)}{L_n^2}$$

Als Lösung ergibt sich eine exponentiell abklingende Überschussträgerdichte

$$n_p'(x) = n_p'(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right), \text{ mit } n_p'(0) = 1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}.$$



- d) Welcher stationäre Majoritätsträgerüberschuss $p_p'(x)$ stellt sich ein? Begründen Sie Ihre Antwort vor dem Hintergrund dielektrischer Relaxationsprozesse.

e) Lösung:

Dielektrische Relaxationsprozesse sorgen dafür, dass Majoritäten innerhalb der

Relaxationszeit $\tau_R = \frac{\epsilon}{\sigma_x}$ jede geladene Überschusstörung abschirmen. Im

vorliegenden Fall erzeugen die durch Diffusion von der Oberfläche abfließenden Minoritäten kurzzeitig nach Einschalten der Beleuchtung eine Raumladung und damit ein elektrisches Feld, das Majoritäten anzieht. Die Majoritäten fließen solange nach, bis die Raumladung ausgeglichen ist. Da der stationäre Fall betrachtet wird folgt, dass die Überschussträgerdichten identisch sind: $n_p'(x) = p_p'(x)$.

Es ist außerdem zu beachten, dass die Überschussträgerdichte der Majoritäten nur einen Bruchteil der Majoritätsträgerdichte im Gleichgewicht darstellt,

$p_{p,th}(x) \gg p_p'(x)$. Für den durch das elektrische Feld erzeugte Driftstrom ist die Überschussträgerdichte $p_p'(x)$ also nicht relevant.

- f) Berechnen Sie die Diffusionsströme von Minoritäts- und Majoritätsladungsträgern unter Annahme der in b) und c) erhaltenen Verteilungsprofile. Im stationären Zustand verschwindet der Gesamtstrom. Berechnen Sie den Feldstrom der Majoritätsträger unter der Annahme, dass der Feldstrom der Minoritätsträger vernachlässigbar ist.

Lösung:

$$\bar{J}_{n,D} = eD_n \text{grad}(n_p'(x)) = -e \frac{D_n}{L_n} n_p'(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right)$$

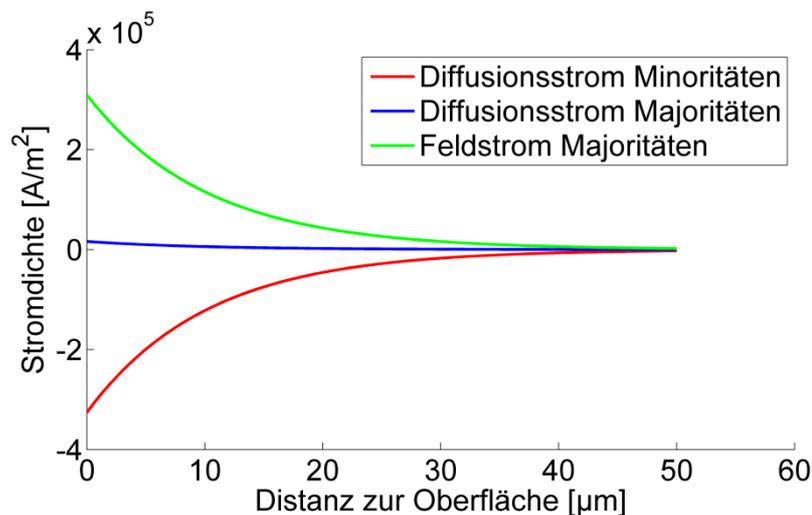
$$\bar{J}_{p,D} = -eD_p \text{grad}(p_p'(x)) = -eD_p \text{grad}(n_p'(x)) = e \frac{D_p}{L_n} n_p'(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right)$$

Aufgrund der höheren Mobilität der Elektronen sind die Diffusionsströme nicht gleich groß. Der Diffusionsstrom der Elektronen ist um das Verhältnis $-\frac{D_n}{D_p}$ größer. Im

stationären Fall, in dem kein Nettostrom fließt, muss es also einen Feldstrom geben, der den Unterschied der Diffusionsströme ausgleicht.

$$-J_{n,D} = J_{p,D} + J_{p,F}$$

$$J_{p,F} = e \frac{D_n}{L_n} n_p'(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) - e \frac{D_p}{L_n} n_p'(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) = e \frac{1}{L_n} n_p'(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) (D_n - D_p)$$



- g) Berechnen Sie das elektrische Feld aus dem Feldstrom in der Probe und die zugehörige Raumladungsdichte ρ . Vergleichen Sie die Größe ρ/e mit den Überschusdichten der Minoritäts- bzw. Majoritätsträger. Überprüfen Sie daraufhin Ihre Vorgehensweise in Teilaufgabe c).

Lösung:

$$ep_p\mu_p E(x) = e \frac{1}{L_n} n_p'(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) (D_n - D_p)$$

$$E(x) = \frac{1}{\mu_p L_n} \frac{n_p'(0)}{p_p} \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) (D_n - D_p)$$

Mit $\varepsilon \frac{\partial E(x)}{\partial x} = \rho$ folgt für die Raumladungsdichte:

$$\rho = -\varepsilon \frac{(D_n - D_p) n_p'(0)}{\mu_p L_n^2 p_p} \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{e} = -3.37 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right)$$

$\frac{\rho}{e}$ und damit der stationäre Unterschied der Ladungsträgerverteilungen ist vernachlässigbar klein im Vergleich zu den Überschussdichten. Die Annahme, dass die Überschussträgerdichten gleich sind, war also gerechtfertigt.