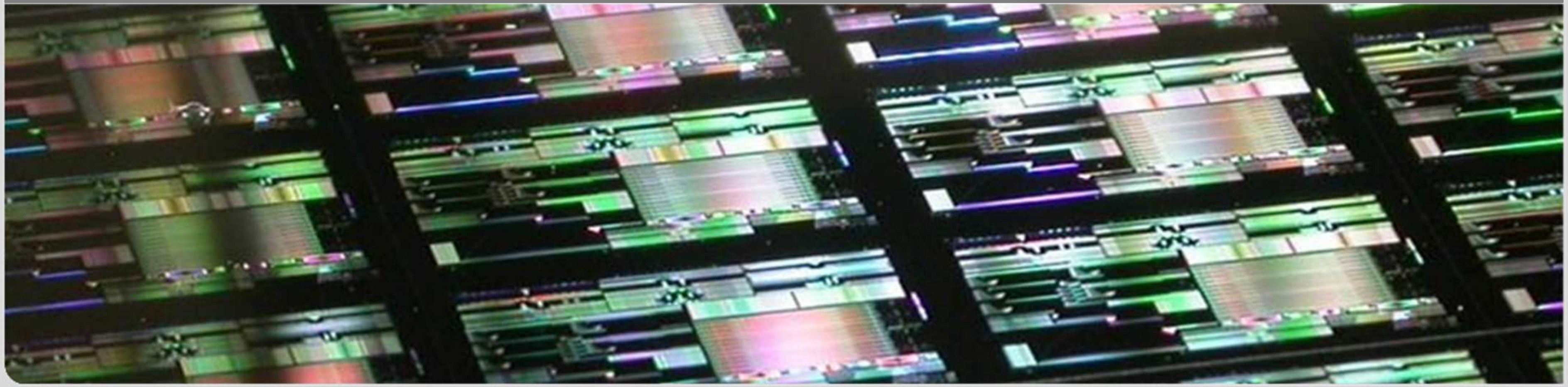
Karlsruhe Institute of Technology

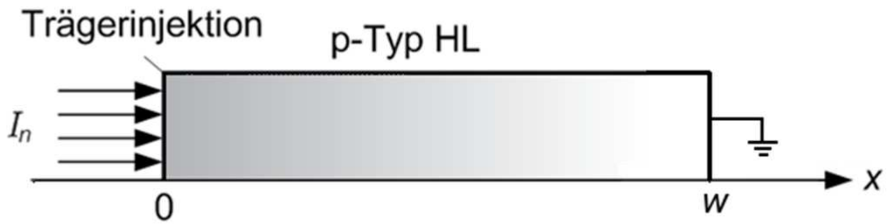
HLB Übung 7

WS 2015/2016



Aufgabe 1) Diffusionskapazität

Gegeben ist ein Siliziumstab der Länge *w* und Stirnfläche *A* = 10 µm² bei Raumtemperatur *T* = 300 K. Er ist p-dotiert mit einer Dichte von $n_A = 1 \cdot 10^{17}\ \mathrm{cm}^{-3}$, die Eigenleitungsdichte beträgt $n_i = 1.5 \cdot 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}$ und die relative Permittivität ist ε_r = 12. An der Stelle x=0 werden von links Minoritätsträger injiziert, so dass am Rand des Stabes eine Elektronen-Überschussträgerdichte $n'_p(0) = 1 \cdot 10^{15}\ \mathrm{cm}^{-3}$ entsteht. Auf der gegenüberliegenden Seite bei *x* = *w* ist der Stab geerdet, so dass dort Löcher nachfließen können, welche die Ladung der Elektronen kompensieren. Es gilt Störstellenerschöpfung, die Minoritätsträgerlebensdauer ist τ = 10 ns und die Diffusionskonstante beträgt $D_n = 23\,\mathrm{cm}^2\mathrm{s}^{-1}$.



a) Berechnen und skizzieren Sie den räumlichen Verlauf der Überschussminoritätsträgerdichte $n'_p(x)$ für ein Bauteil der Länge $w = 50\,\mu\mathrm{m}$. Prüfen Sie zunächst, ob eine lange oder kurze Diffusionszone vorliegt.

$$\boxed{L_n = \sqrt{D_n \tau_n}}$$

Die Grund-Gleichungen der Halbleiterbauelemente

Karlsruhe Institute of Technology

Kontinuitätsgleichungen:

$$\frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_p = e(g_p - r_p)$$

$$\boxed{\frac{\partial(-en)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_n = -e(g_n - r_n)}$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = e\left(g_n - r_n\right) - e\left(g_p - r_p\right)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

im Gleichgewicht ($g_n = r_n$, $g_p = r_p$) oder bei paarweiser Erzeugung / Vernichtung von Elektronen und Löchern (g_n - r_n = g_p - r_p)

Ladungsträgertransport durch Drift und Diffusion:

$$\mathbf{J}_n = \mathbf{J}_{nF} + \mathbf{J}_{nD}, \qquad \boxed{\mathbf{J}_n = en\mu_n\mathbf{E} + eD_n\nabla n,}$$

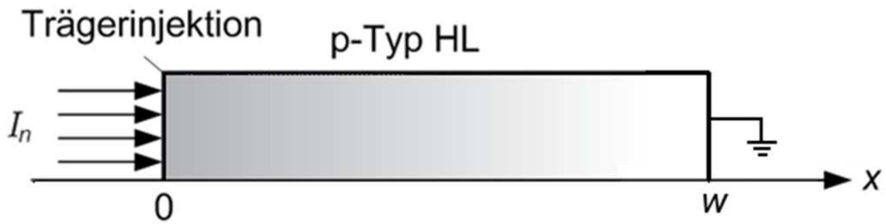
$$\mathbf{J}_p = \mathbf{J}_{pF} + \mathbf{J}_{pD}, \qquad \mathbf{J}_p = ep\mu_p\mathbf{E} - eD_p\nabla p,$$

Poisson-Gleichung (in Abwesenheit von Magnetfeldern):

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} = -\frac{e}{\varepsilon}(p + n_D^+ - n - n_A^-)$$

Aufgabe 1) Diffusionskapazität

Gegeben ist ein Siliziumstab der Länge *w* und Stirnfläche *A* = 10 µm² bei Raumtemperatur *T* = 300 K. Er ist p-dotiert mit einer Dichte von $n_A = 1\cdot10^{17}\ \mathrm{cm}^{-3}$, die Eigenleitungsdichte beträgt $n_i = 1.5\cdot10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}$ und die relative Permittivität ist ε_r = 12. An der Stelle x=0 werden von links Minoritätsträger injiziert, so dass am Rand des Stabes eine Elektronen-Überschussträgerdichte $n'_p(0) = 1\cdot10^{15}\ \mathrm{cm}^{-3}$ entsteht. Auf der gegenüberliegenden Seite bei *x* = *w* ist der Stab geerdet, so dass dort Löcher nachfließen können, welche die Ladung der Elektronen kompensieren. Es gilt Störstellenerschöpfung, die Minoritätsträgerlebensdauer ist τ = 10 ns und die Diffusionskonstante beträgt $D_n = 23\,\mathrm{cm}^2\mathrm{s}^{-1}$.

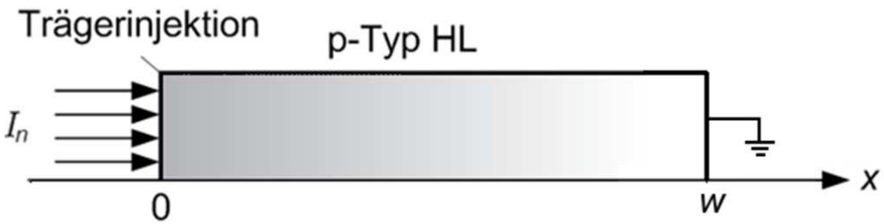


b) Berechnen Sie die Debye-Länge im Halbleiter und beschreiben Sie den räumlichen Verlauf der Überschussmajoritätsträgerdichte $p'_p(x)$. Begründen Sie Ihr Vorgehen.

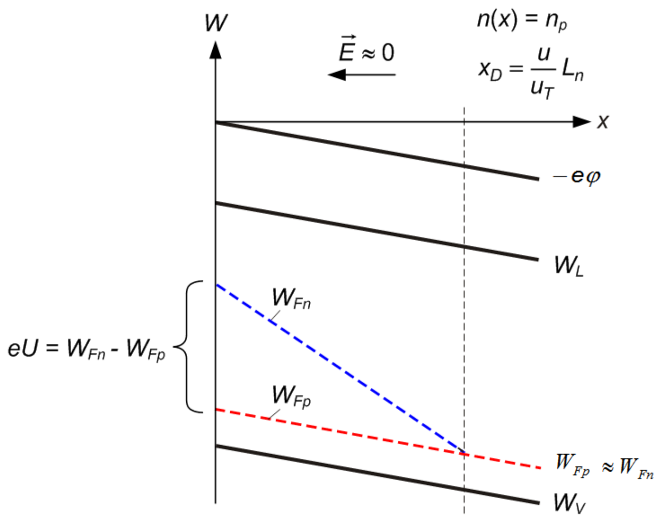
$$L_{D,\mathrm{p}} = \sqrt{D_p \tau_R} \qquad \tau_R = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\sigma_p},\ \sigma_p = e p \mu_p,\ D_p = \frac{kT}{e}\mu_p \quad \Longrightarrow \quad L_{D,\mathrm{p}} = \sqrt{\frac{kT}{e^2}\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{n_A}}$$

Aufgabe 1) Diffusionskapazität

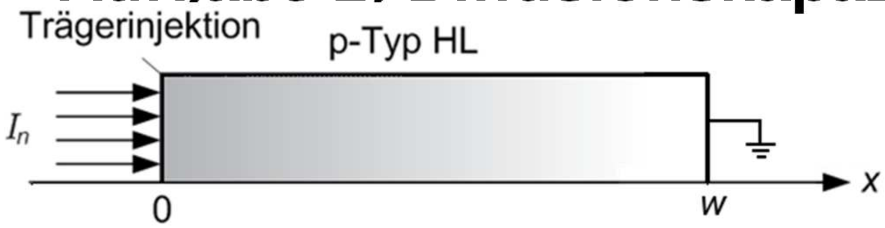
c) Aufgrund der injizierten Minoritätsträger liegt kein thermisches Gleichgewicht vor und die Verteilung der Elektronen und Löcher muss nun durch Quasi-Ferminiveaus beschrieben werden. Berechnen Sie den energetischen Abstand eU der Quasi-Ferminiveaus an der Stelle $x = 0$, wobei U die mit der Trägerinjektion verknüpfte äquivalente Spannung bezeichnet. Bei einem pn-Übergang entspricht die äquivalente Spannung gerade der an den Übergang angelegten technischen Spannung.



$$\boxed{np = n_i^2 e^{\frac{W_{Fn}-W_{Fp}}{kT}} = n_i^2 e^{\frac{U}{U_T}}}$$



Aufgabe 1) Diffusionskapazität

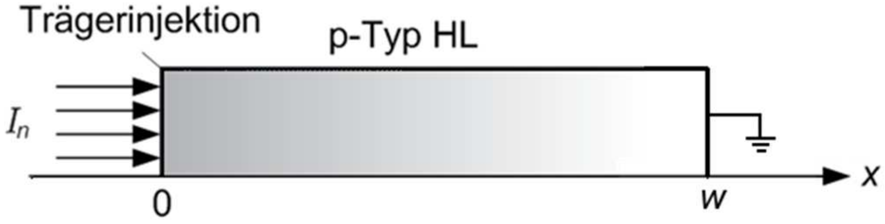


d) Berechnen Sie den Verlauf der Elektronenstromdichte $J_n(x)$.

$$\mathbf{J}_n = \mathbf{J}_{nF} + \mathbf{J}_{nD}, \quad \boxed{\mathbf{J}_n = en\mu_n\mathbf{E} + eD_n\nabla n,}$$

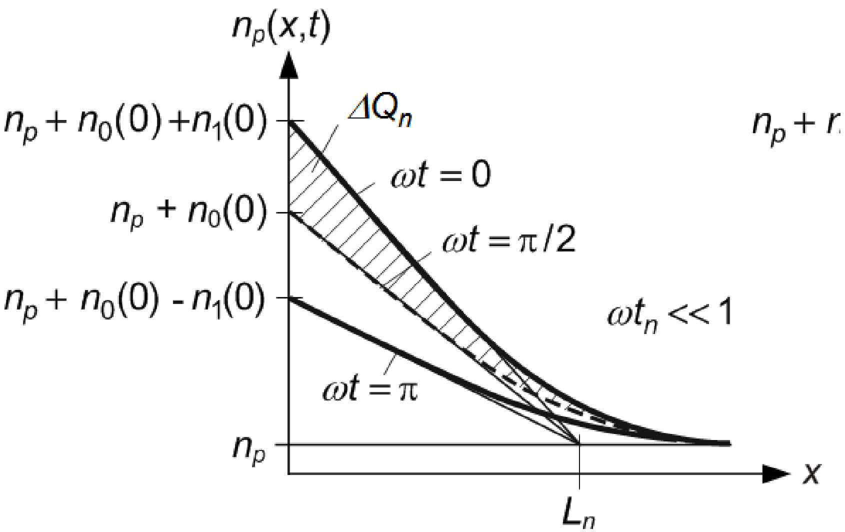
$$\mathbf{J}_p = \mathbf{J}_{pF} + \mathbf{J}_{pD}, \quad \mathbf{J}_p = ep\mu_p\mathbf{E} - eD_p\nabla p,$$

Aufgabe 1) Diffusionskapazität



e) Berechnen Sie die spannungsabhängige Ladung $Q(U)$, die in der Diffusionszone in Form von Überschussminoritätsträgern gespeichert ist. Betrachten Sie einen festen Arbeitspunkt $U = U_0$ der äquivalenten Spannung und berechnen Sie die Änderung ΔQ der in der Diffusionszone gespeicherten Ladung für kleine Spannungsänderungen ΔU. Linearisieren Sie dazu die Beziehung $Q(U)$ im Arbeitspunkt U_0. Vergleichen Sie den Quotienten $\frac{\Delta Q}{\Delta U}$ nun mit der im externen Stromkreis wirksamen Diffusionskapazität C_D, wie sie in den Vorlesungsfolien beschrieben ist. Wie ist es zu erklären, dass der aus der internen Ladungsänderung hergeleitete Ladungs-Spannungs-Quotient doppelt so groß ist wie die Diffusionskapazität C_D, die sich auf den externen Ladungsfluss bezieht?

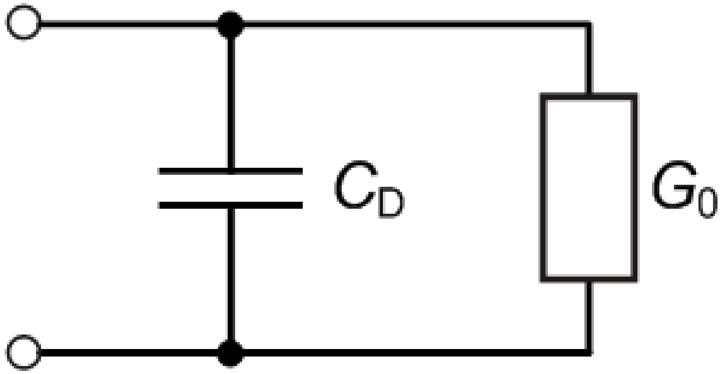
Diffusionskapazität



$$G_0 = \frac{I_{Sn}}{U_T} e^{\frac{U_0}{U_T}}$$

$$C_D = \frac{1}{2} G_0 \tau_n$$

$$I_{Sn} = \frac{A e D_n n_{\text{th}}}{L_n}$$ Sättigungsstrom



Die Diffusionskapazität C_D beschreibt die Ladungs-speicherung in der Diffusionszone und spielt eine wichtige Rolle bei der Analyse des dynamischen Verhaltens von pn-Übergängen.

Aufgabe 2) pn-Übergang

Gegeben ist eine pn-Diode, deren p-Seite mit einer Akzeptorendichte von $n_A = 11 \cdot 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$ und deren n-Seite mit einer Donatorendichte $n_D = 6 \cdot 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$ von dotiert sind. Das gesamte Bauteil ist aus Silizium ($n_i = 1{,}5 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $\varepsilon_r = 12$) gefertigt und wird bei Raumtemperatur (T=300K) betrieben. Es gelten Störstellenerschöpfung und Schottky-Näherung.

a) Berechnen Sie die Diffusionsspannung U_D, die sich zwischen p- und n-Gebiet einstellt.

$$\boxed{U_D = U_T \ln\left(\frac{n_A n_D}{n_i^2}\right)}$$

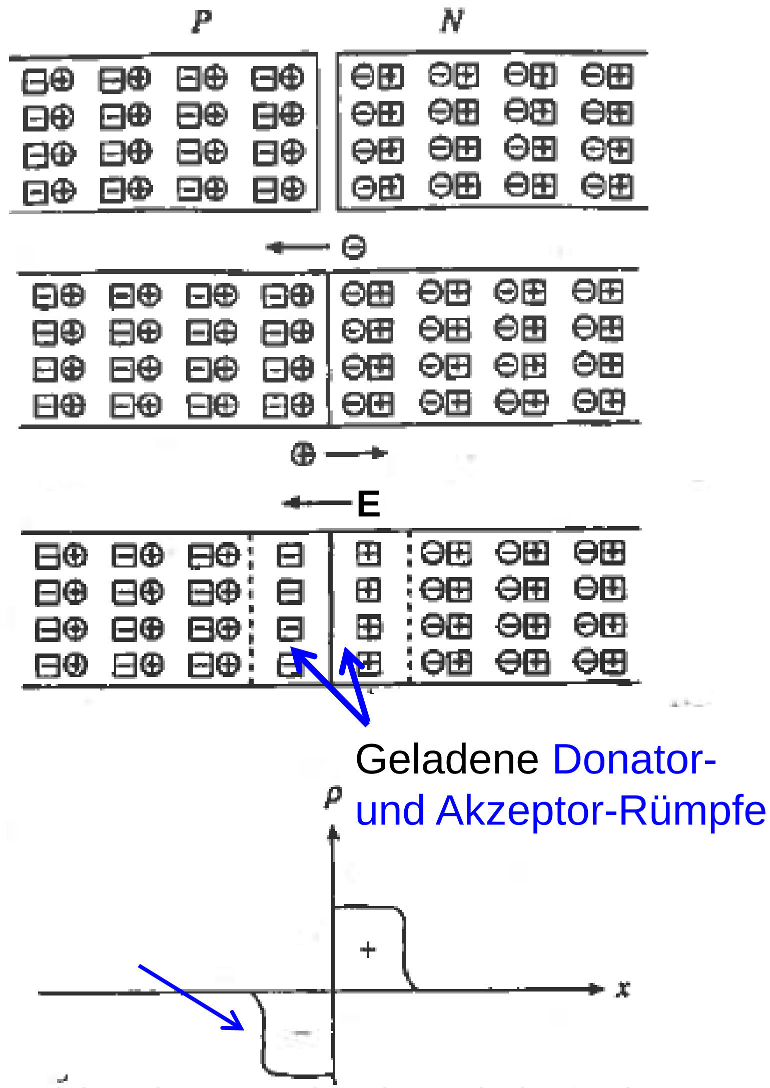
b) Skizzieren Sie den Verlauf der Raumladungsdichte ρ(x) unter der Annahme der Schottky-Näherung. Berechnen Sie den Verlauf des elektrischen Feldes E(x), wobei Sie für die Ausdehnungen der Raumladungszone (RLZ) in das p- und n-Gebiet zunächst die unbekannten Größen l_p und l_n annehmen. Berechnen Sie aus der elektrischen Feldstärke das Potential φ(x). Gehen Sie davon aus, dass der Potentialnullpunkt bei $x = -l_p$ liegt und dass dort auch das elektrische Feld verschwindet. Beachten Sie, dass sowohl das elektrische Feld als auch das Potential bei $x = 0$ stetig sein müssen.

Wiederholung:
Der pn-Übergang im thermischen Gleichgewicht:

- Isolierte p- und n-Halbleiter vor der Kontaktierung

- Elektronen und Löcher diffundieren über die Grenzfläche und rekombinieren

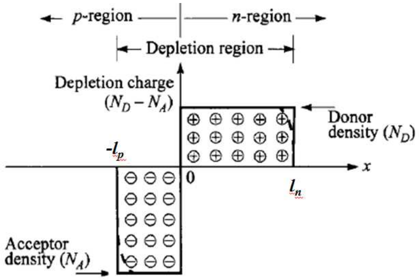
- Neuer Gleichgewichtszustand: Ausbildung einer Raumladungszone; dadurch entsteht ein Potentialgradient, dessen Feldströme gerade die Diffusionsströme kompensieren



Bilder: Pierret, Semiconductor device fundamentals; Streetman, Solid-state electronic devices

Wiederholung: pn-Übergang

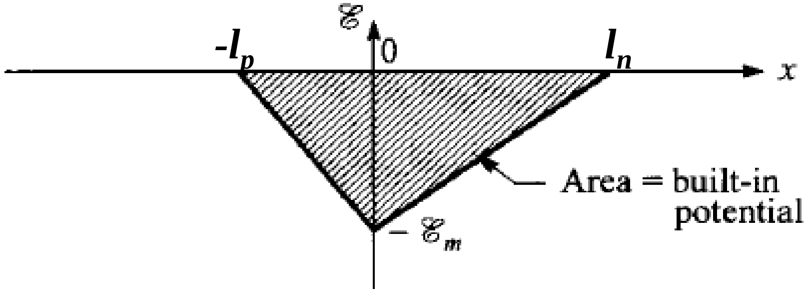
- Raumladungsdichte ρ



Integrieren

- Elektrisches Feld

$$\varepsilon E = \int \rho \, dx$$

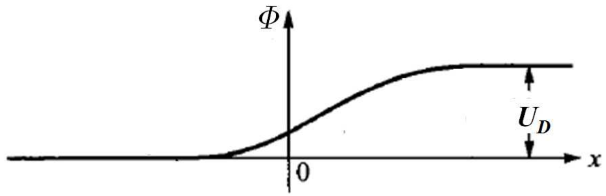


Integrieren

- Potential

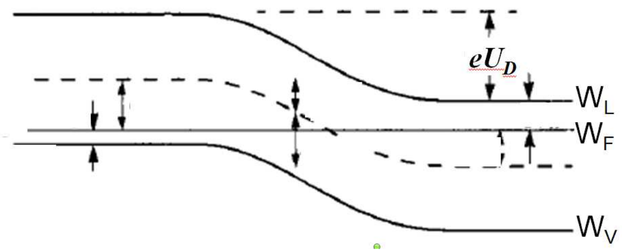
$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi \;\rightarrow\; \frac{d\varphi}{dx} = -E$$

$$\varphi = -\int E \, dx$$



- Bandverlauf

$$W_L(x) = W_L - e\Phi(x)$$



Aufgabe 2) pn-Übergang

Gegeben ist eine pn-Diode, deren p-Seite mit einer Akzeptorendichte von $n_A = 11 \cdot 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$ und deren n-Seite mit einer Donatorendichte $n_D = 6 \cdot 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$ von dotiert sind. Das gesamte Bauteil ist aus Silizium ($n_i = 1{,}5 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $\varepsilon_r = 12$) gefertigt und wird bei Raumtemperatur (T=300K) betrieben. Es gelten Störstellenerschöpfung und Schottky-Näherung.

c) Die Potentialdifferenz zwischen p- und n-Gebiet muss gerade U_D betragen. Berechnen Sie daraus die Gesamtlänge *l* der Raumladungszone und ihre jeweilige Ausdehnung in die n- und p-Halbleiter.

$$\boxed{l = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}(U_D - U)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D}\right)}, \quad l_p = \frac{n_D}{n_A + n_D} l, \quad l_n = \frac{n_A}{n_A + n_D} l}$$

d) Skizzieren Sie das Banddiagramm für den Fall des thermischen Gleichgewichts. Dieses sollte die Fermi-Energie W_F und den Verlauf der Bandkanten $W_{L,V}(x)$ enthalten.

$$W_L(x) = W_L - e\Phi(x)$$

Aufgabe 2) pn-Übergang

Gegeben ist eine pn-Diode, deren p-Seite mit einer Akzeptorendichte von $n_A = 11 \cdot 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$ und deren n-Seite mit einer Donatorendichte $n_D = 6 \cdot 10^{16}\,\mathrm{cm}^{-3}$ von dotiert sind. Das gesamte Bauteil ist aus Silizium ($n_i = 1{,}5 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3}$, $\varepsilon_r = 12$) gefertigt und wird bei Raumtemperatur (T=300K) betrieben. Es gelten Störstellenerschöpfung und Schottky-Näherung.

e) Die Diode wird nun mit einer Spannung von U=-5V betrieben (Sperrrichtung). Wie groß ist die RLZ jetzt? Skizzieren Sie das Banddiagramm im Sperr-Betrieb und beschreiben Sie den Unterschied zu Ihrer Zeichnung aus d). Zeichnen Sie die Quasi-Fermi-Niveaus W_{Fn} und W_{Fp} sowie die äußere Spannung U ein.

$$\boxed{l = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r \varepsilon_0}{e}(U_D - U)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D}\right)}}$$

f) Die Diode wird mit einer Spannung U=+0,6V betrieben (Flussrichtung). Wie groß ist die RLZ jetzt? Skizzieren Sie wiederum das Banddiagramm. Beschreiben Sie den Unterschied zu Ihrer Zeichnung aus d). Zeichnen Sie die Quasi-Fermi-Niveaus W_{Fn} und W_{Fp} sowie die äußere Spannung U ein.