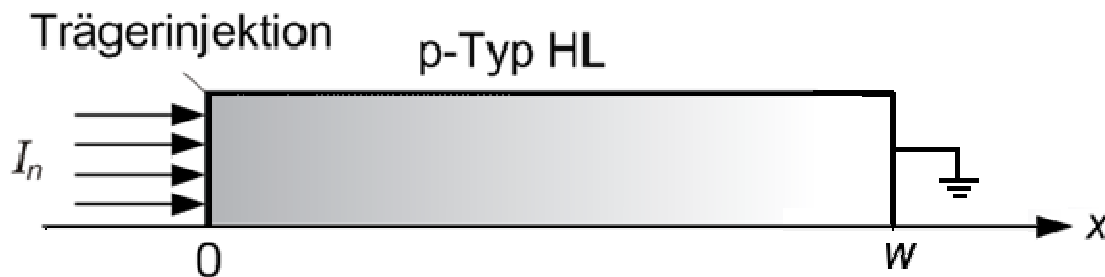


Musterlösung zu Übungsblatt 7

Aufgabe 1) Diffusionskapazität

Gegeben ist ein Siliziumstab der Länge w und Stirnfläche $A = 10 \mu\text{m}^2$ bei Raumtemperatur $T = 300 \text{ K}$. Er ist p-dotiert mit einer Dichte von $n_A = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, die Eigenleitungsdichte beträgt $n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und die relative Permittivität ist $\epsilon_r = 12$. An der Stelle $x = 0$ werden von links Minoritätsträger injiziert, so dass am Rand des Stabes eine Elektronen-Überschusssträgerdichte $n'_p(0) = 1 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ entsteht. Auf der gegenüberliegenden Seite bei $x = w$ ist der Stab geerdet, so dass dort Löcher nachfließen können, welche die Ladung der Elektronen kompensieren. Es gilt Störstellenerschöpfung, die Minoritätsträgerlebensdauer ist $\tau = 10 \text{ ns}$ und die Diffusionskonstante beträgt $D_n = 23 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$.



- a) Berechnen und skizzieren Sie den räumlichen Verlauf der Überschussminoritätsträgerdichte $n'_p(x)$ für ein Bauteil der Länge $w = 50 \mu\text{m}$. Prüfen Sie zunächst, ob eine lange oder kurze Diffusionszone vorliegt.

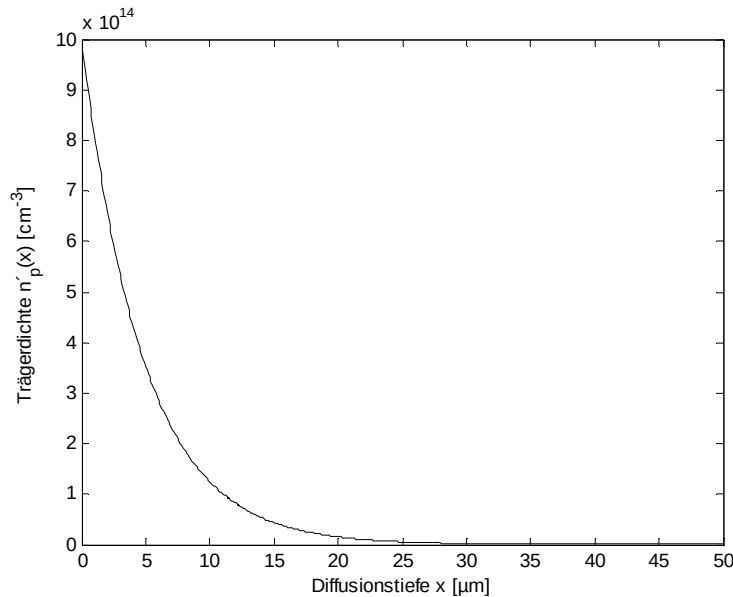
Lösung:

Ein Vergleich der Bauteillänge mit der Diffusionslänge $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ gibt an, ob es sich um eine kurze oder eine lange Diffusionszone handelt.

$L_n = 4,8 \mu\text{m} \ll 50 \mu\text{m} = w$, damit handelt es sich um eine lange Diffusionszone.

In dieser langen Diffusionszone fällt die Überschussminoritätsträgerdichte exponentiell ab entsprechend

$$n'_p(x) = n'_p(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right).$$



- b) Berechnen Sie die Debye-Länge im Halbleiter und beschreiben Sie den räumlichen Verlauf der Überschussmajoritätsträgerdichte $p'_p(x)$. Begründen Sie Ihr Vorgehen.

Lösung:

Die Debye-Länge beträgt $L_{D,p} = \sqrt{D_p \tau_R}$, mit $\tau_R = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\sigma_p}$, $\sigma_p = e p \mu_p$, $D_p = \frac{kT}{e} \mu_p$ ergibt sich

$$L_{D,p} = \sqrt{\frac{kT}{e^2} \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{n_A}} = 13,1 \text{ nm}$$

Ab einer Länge der Größenordnung der Debye-Länge werden die injizierten Überschussträger aufgrund der dielektrischen Relaxation abgeschirmt. Da die Debye-Länge deutlich kleiner ist als die Diffusionslänge herrscht Quasi-Neutralität. In Näherung kann angenommen werden, dass sich eine Überschussmajoritätsträgerverteilung identisch zur Überschussminoritätsträgerverteilung ergibt, $p'_p(x) = n'_p(x)$.

- c) Aufgrund der injizierten Minoritätsträger liegt kein thermisches Gleichgewicht vor und die Verteilung der Elektronen und Löcher muss nun durch Quasi-Ferminiveaus beschrieben werden. Berechnen Sie den energetischen Abstand eU der Quasi-Ferminiveaus an der Stelle $x = 0$, wobei U die mit der Trägerinjektion verknüpfte äquivalente Spannung bezeichnet. Bei einem pn-Übergang entspricht die äquivalente Spannung gerade der an den Übergang angelegten technischen Spannung.

Lösung:

Ein Quasi-Ferminiveauabstand von $-eU$ entspricht der Minoritätsträgerverteilung von

$$n = n_{p,th} \exp(U / U_T) .$$

Damit ergibt sich eine äquivalente Spannung von $U = U_T \ln(n / n_{p,th})$, wobei $n = n_{p,th} + n'_p$ ist.

Mit $n_{th} = n_i^2 / p_{th} = n_i^2 / n_A$ ergibt sich

$$U = U_T \ln \left(\frac{n_i^2 / N_A + n_p'(0)}{n_i^2 / n_A} \right) = 0,69 \text{ V} , \text{ bzw. ein Quasi-Ferminiveauabstand von}$$

$$W_{Fn} - W_{Fp} = 0,69 \text{ eV} .$$

d) Berechnen Sie den Verlauf der Elektronenstromdichte $J_n(x)$.

Lösung:

Grundsätzlich gilt für die Diffusionsstromdichte der Elektronen

$$J_n(x) = eD_n \nabla n \Rightarrow eD_n \frac{dn}{dx} .$$

Mit dem Verlauf der Überschusskonzentration ergibt sich:

$$\frac{dn}{dx} = -\frac{n_p'(0)}{L_n} \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right)$$

$$J_n(x) = -\frac{eD_n n_p'(0)}{L_n} \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) .$$

- e) Berechnen Sie die spannungsabhängige Ladung $Q(U)$, die in der Diffusionszone in Form von Überschussminoritätsträgern gespeichert ist. Betrachten Sie einen festen Arbeitspunkt $U = U_0$ der äquivalenten Spannung und berechnen Sie die Änderung ΔQ der in der Diffusionszone gespeicherten Ladung für kleine Spannungsänderungen ΔU . Linearisieren Sie dazu die Beziehung $Q(U)$ im Arbeitspunkt U_0 . Vergleichen Sie den Quotienten $\frac{\Delta Q}{\Delta U}$ nun mit der im externen Stromkreis wirksamen Diffusionskapazität C_D , wie sie in den Vorlesungsfolien beschrieben ist. Wie ist es zu erklären, dass der aus der internen Ladungsänderung hergeleitete Ladungs-Spannungs-Quotient doppelt so groß ist wie die Diffusionskapazität C_D , die sich auf den externen Ladungsfluss bezieht?

Lösung:

Die gespeicherte Ladung ist durch die Integration der Überschussträgerdichte der Minoritäten über das Bauteil gegeben.

$$Q = -eA \int_0^w n_p'(x) dx$$

Im Fall der langen Diffusionszone

$$Q = -eA \int_0^w n_p'(x) dx$$

$$= -eA \int_0^w n_p'(0) \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) dx$$

$$= eA n_p'(0) \left[L_n \exp\left(-\frac{x}{L_n}\right) \right]_0^w$$

$$= eA n_p'(0) L_n \left(\exp\left(-\frac{w}{L_n}\right) - 1 \right)$$

Wobei das Bauteil deutlich länger als die Diffusionslänge ist, $w \gg L_n$ und damit

$$Q = -eAL_n n'_p(0).$$

Die Überschussminoritätsträgerdichte hängt von der angelegten Spannung ab, entsprechend

$$\begin{aligned} n'_p(0) &= n_p(0) - n_{p,th} \\ &= n_{p,th} \exp(U/U_T) - n_{p,th} \end{aligned}$$

Damit gilt für die Ladung

$$Q = eAL_n (n_{p,th} - n_{p,th} \exp(U/U_T)).$$

In linearisierter Betrachtung um den Arbeitspunkt U_0 ergibt sich

$$\left. \frac{\Delta Q}{\Delta U} \right|_{U=U_0} = -\frac{eAL_n n_{p,th}}{U_T} \exp\left(\frac{U_0}{U_T}\right).$$

Die Diffusionskapazität C_D auf den Vorlesungsfolien ist gegeben als

$$\begin{aligned} C_D &= \frac{1}{2} G_0 \tau_n, \quad \text{wobei } G_0 = \frac{I_{Sn}}{U_T} \exp\left(\frac{U_0}{U_T}\right), \quad I_{Sn} = \frac{AeD_n n_{p,th}}{L_n}, \quad L_n = \sqrt{D_n \tau_n} \\ C_D &= \frac{1}{2} \frac{I_{Sn}}{U_T} \exp\left(\frac{U_0}{U_T}\right) \tau_n \\ &= \frac{1}{2} \frac{AeD_n n_{p,th} \tau_n}{L_n U_T} \exp\left(\frac{U_0}{U_T}\right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{AeL_n n_{p,th}}{U_T} \exp\left(\frac{U_0}{U_T}\right) \end{aligned}$$

Die errechnete Ladungs-Spannungs-Quotient ist demnach doppelt so groß, wie die tatsächliche Kapazität. Die Hälfte der Ladungsträger verschwindet im Bauteil durch Rekombination.

Aufgabe 2) pn-Übergang

Gegeben ist eine pn-Diode, deren p-Seite mit einer Akzeptorendichte von $n_A = 11 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ und deren n-Seite mit einer Donatorendichte von $n_D = 6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ dotiert sind. Das gesamte Bauteil ist aus Silizium ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 12$) gefertigt und wird bei Raumtemperatur ($T = 300\text{K}$) betrieben. Es gelten Störstellenerschöpfung und Schottky-Näherung.

a) Berechnen Sie die Diffusionsspannung U_D , die sich zwischen p- und n-Gebiet einstellt.

Lösung:

$$\text{Geg.: } n_A = 11 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}, n_D = 6 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}, n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$\text{Ges.: } U_D$$

Die Diffusionsspannung kann aus den Dotierungen berechnet werden:

$$U_D = U_T \ln \left(\frac{n_A n_D}{n_i^2} \right) = 0.8 \text{ V}$$

- b) Skizzieren Sie den Verlauf der Raumladungsdichte $\rho(x)$ unter der Annahme der Schottky-Näherung. Berechnen Sie den Verlauf des elektrischen Feldes $E(x)$, wobei Sie für die Ausdehnungen der Raumladungszone (RLZ) in das p- und n-Gebiet zunächst die unbekannten Größen l_p und l_n annehmen. Berechnen Sie aus der elektrischen Feldstärke das Potential $\varphi(x)$. Gehen Sie davon aus, dass der Potentialnullpunkt bei $x = -l_p$ liegt und dass dort auch das elektrische Feld verschwindet. Beachten Sie, dass sowohl das elektrische Feld als auch das Potential bei $x = 0$ stetig sein müssen.

Lösung:

Ges.: Skizze für $\rho(x)$, $E(x)$, $\varphi(x)$

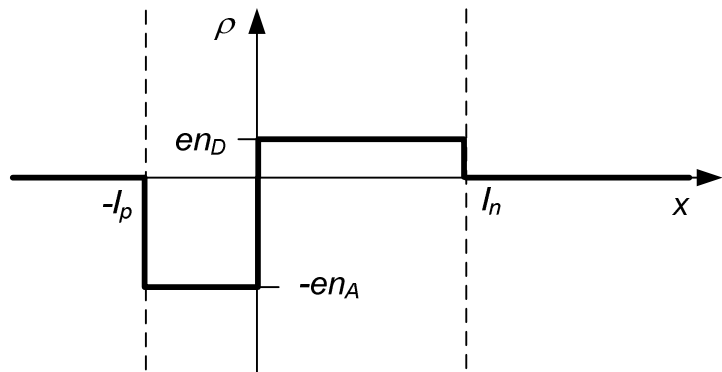
- 1) Raumladungsdichten $\rho(x)$:

$$\rho(x) = e[n_D - n(x) - n_A + p(x)]$$

mit der Schottky Näherung

$$n(x) = p(x) = 0 \text{ folgt}$$

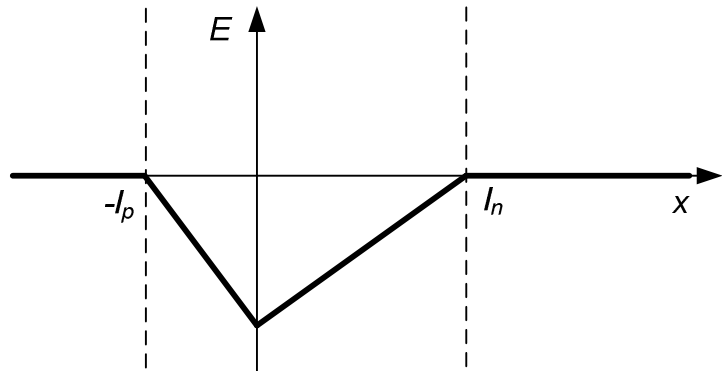
$$\rho(x) = \begin{cases} -en_A & -l_p < x < 0 \\ en_D & \text{für } 0 < x < l_n \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$



- 2) Feldstärke $E(x)$:

$$\text{div } \vec{D} = \rho \rightarrow \frac{d(\epsilon E)}{dx} = \rho$$

$$\text{bzw. } \epsilon E = \int \rho dx$$

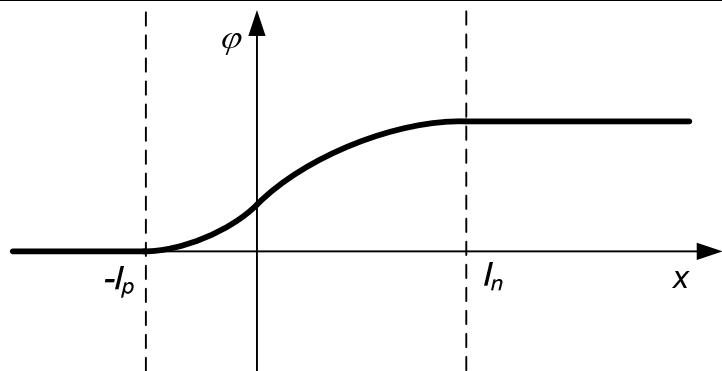


- 3) Potential $\varphi(x)$:

Der Verlauf folgt mit

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi \rightarrow \frac{d\varphi}{dx} = -E$$

$$\text{bzw. } \varphi = -\int E dx$$



- c) Die Potentialdifferenz zwischen p- und n-Gebiet muss gerade U_D betragen. Berechnen Sie daraus die Gesamtlänge l der Raumladungszone und ihre jeweilige Ausdehnung in die n- und p-Halbleiter.

Lösung:

Ges.: l, l_n, l_p

$$l = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} U_D \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)}, \quad l_p = \frac{n_D}{n_A + n_D} l, \quad l_n = \frac{n_A}{n_A + n_D} l$$

$$\rightarrow l = 165.4 \text{ nm}, l_p = 58.4 \text{ nm}, l_n = 107.0 \text{ nm}$$

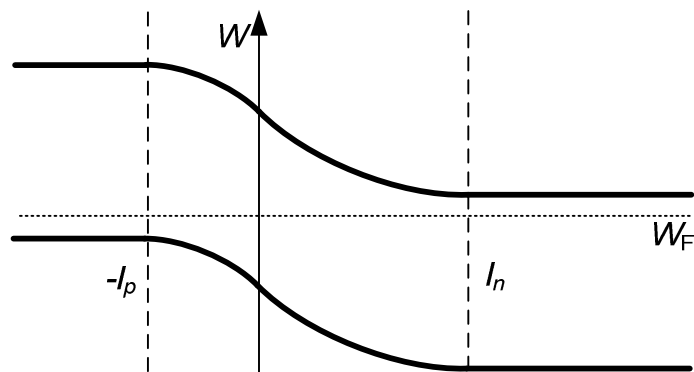
- d) Skizzieren Sie das Banddiagramm für den Fall des thermischen Gleichgewichts. Dieses sollte die Fermi-Energie W_F und den Verlauf der Bandkanten $W_{L,V}(x)$ enthalten.

Lösung:

Ges.: Banddiagramm $W(x)$

Banddiagramm $W(x)$:

$$W_i(x) = W_i(-\infty) - e\varphi(x)$$



- e) Die Diode wird nun mit einer Spannung von $U = -5V$ betrieben (Sperrrichtung). Wie groß ist die RLZ jetzt? Skizzieren Sie das Banddiagramm im Sperr-Betrieb und beschreiben Sie den Unterschied zu Ihrer Zeichnung aus d). Zeichnen Sie die Quasi-Fermi-Niveaus W_{Fn} und W_{Fp} sowie die äußere Spannung U ein.

Lösung:

Geg.: $U = -5V$

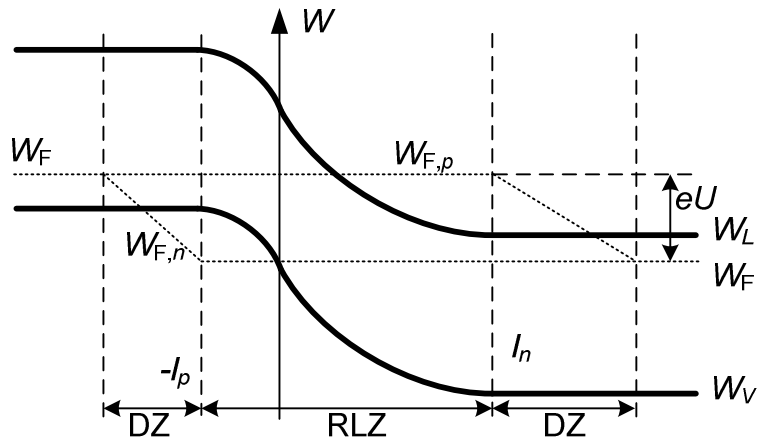
Ges.: l

$$l = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} (U_D - U) \times \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)} \rightarrow l = 445 \text{ nm}$$

Die Sperrspannung verbiegt die Bänder noch weiter. Der Abstand zwischen dem Fermi-Niveau im p- und n-Bereich entspricht der Energie eU .

Die Verteilung von Ladungsträgern in der Raumladungszone und den Diffusionszonen kann mit Hilfe von Quasi-Fermi-Niveaus beschrieben werden. Im Sperrbetrieb läuft $W_{F,p}$ oben, d.h. es findet über einen größeren Raumbereich eine Verarmung von Ladungsträgern

statt, da $p \propto \exp\left(-\frac{W_{F,p} - W_V}{k_B T}\right)$ gilt.



ACHTUNG:

Zeichnung nicht maßstäblich. Die Diffusionszonen (DZ) sind wesentlich länger als die Raumladungszone (RLZ).

- f) Die Diode wird mit einer Spannung $U = +0,6 \text{ V}$ betrieben (Flussrichtung). Wie groß ist die RLZ jetzt? Skizzieren Sie wiederum das Banddiagramm. Beschreiben Sie den Unterschied zu Ihrer Zeichnung aus d). Zeichnen Sie die Quasi-Fermi-Niveaus $W_{F,n}$ und $W_{F,p}$ sowie die äußere Spannung U ein.

Lösung:

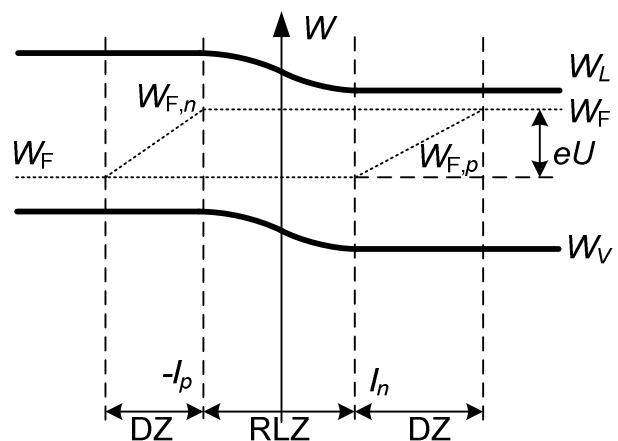
Geg.: $U = +0.6 \text{ V}$

Ges.: I , Banddiagramm

Die Spannung in Flussrichtung wirkt der Bandverbiegung durch die Diffusionsspannung U_D entgegen. Der Abstand zwischen dem Fermi-Niveau im p- und n-Bereich entspricht auch hier der Energie eU .

Wird die Diode in Vorwärtsrichtung betrieben, läuft $W_{F,p}$ unten, d.h. die Besetzungswahrscheinlichkeit für Löcher in der Raumladungszone ist höher, da auch

hier $p \propto \exp\left(-\frac{W_{F,p} - W_V}{k_B T}\right)$ gilt.



ACHTUNG: Zeichnung nicht maßstäblich! Die Diffusionszonen (DZ) sind wesentlich länger als die Raumladungszone (RLZ)!

$$l = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} (U_D - U) \times \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)} \rightarrow l = 82.7 \text{ nm}$$