

Musterlösung zu Übungsblatt 8

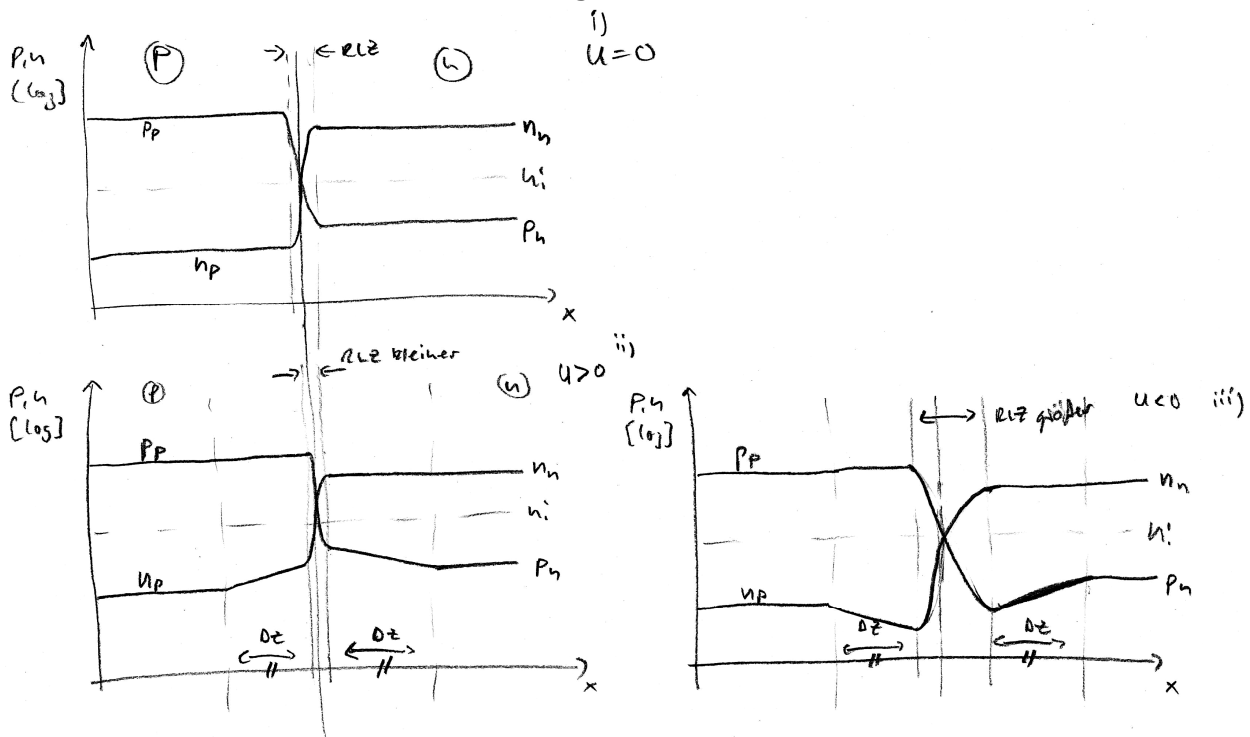
Aufgabe 1) pn-Diode

Eine ideale, lange pn-Siliziumdiode ist auf der n-Seite ($x \geq 0 \mu\text{m}$) mit einer Donatordichte von $n_D = 10^{18} \text{cm}^{-3}$ und auf der p-Seite mit Akzeptordichte $n_A = 5 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ dotiert. Der pn-Übergang liegt bei $x=0 \mu\text{m}$ und kann als abrupt angenommen werden. Die Eigenleitungsträgerdichte beträgt $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$, die Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r = 12$, die Minoritätsträgerlebensdauern sind $\tau_n = \tau_p = 1 \mu\text{s}$, die Diffusionskonstanten betragen $D_n = 23 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ und $D_p = 12 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$. Führen Sie alle Rechnungen in eindimensionaler Näherung bei $T = 300 \text{K}$ und unter der Annahme von Störstellenerschöpfung durch.

a) Skizzieren Sie die Elektronen- und Löcherdichten n und p als Funktion des Ortes x über das gesamte Bauteil für die folgenden Fälle:

- Ohne externe angelegte Spannung $U = 0 \text{ V}$.
- Für eine extern angelegte Durchlassspannung $U > 0$, wobei $U < U_D$
- Für eine extern angelegte Sperrspannung $U < 0$.

Verwenden Sie für die Ordinate einen logarithmischen Maßstab.



- b) Berechnen Sie Diffusionsspannung U_D und die Gesamtlänge l der Raumladungszone (RLZ) unter dem Einfluss der angelegten Vorwärtsspannung. Nehmen Sie hierzu die Schottky-Näherung an.

Lösung:

Unten stehende Formeln gelten nur bei konstanter Dotierung und abruptem Übergang!

$$1) U_D = U_T \ln \left(\frac{n_A n_D}{n_i^2} \right) = 0,971 \text{ V}$$

$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} U_D \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)} = 39,3 \text{ nm}$$

- 2) Zusätzlich: Wie teilt sich die Raumladungszone auf die dotierten Bereiche auf.

$$l_p = l \frac{n_D}{n_A + n_D} = 6,55 \text{ nm}, \quad l_n = l \frac{n_A}{n_A + n_D} = 32,75 \text{ nm}$$

- c) Berechnen Sie die Minoritätsträgerdichten an den Rändern der RLZ. Skizzieren Sie den Verlauf der Minoritätsträgerdichten außerhalb der RLZ.

Lösung:

- 1) Durch Anlegen einer Durchlassspannung verkürzt sich die RLZ. Zuerst wird die neue Länge berechnet:

$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} (U_D - U) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)} = 24,0 \text{ nm}$$

$$l_p = l \frac{n_D}{n_A + n_D} = 4,0 \text{ nm}, \quad l_n = l \frac{n_A}{n_A + n_D} = 20,0 \text{ nm}$$

- 2) Die Minoritätsträgerdichte am Rand der RLZ ist durch die angelegte Spannung gegeben:

$$n_p(-l_p) = n_{p,th} \exp \left(\frac{U}{U_T} \right) = 7,96 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$$

$$p_n(l_n) = p_{n,th} \exp \left(\frac{U}{U_T} \right) = 3,98 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

Durch Anlegen einer Durchlassspannung werden die jeweiligen Minoritätsträgerdichten am Rand der RLZ um den Faktor $\exp \left(\frac{U}{U_T} \right)$ erhöht. Der

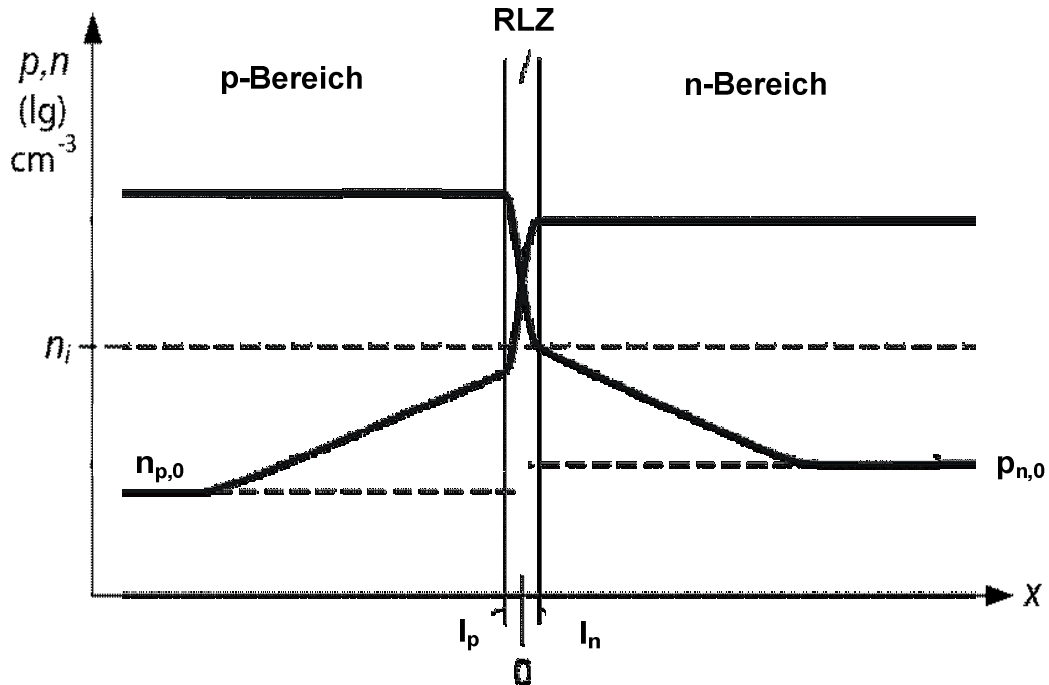
Gradient der Minoritätsträgerdichten hat einen Diffusionsstrom der Minoritäten zur Folge, der sich von der RLZ entfernt.

- 3) Mit den bekannten Minoritätsträgerdichten an den Grenzen der RLZ und der Kontinuitätsgleichung lässt sich der Verlauf der Überschussdichte $p_n'(x)$ in der Diffusionszone berechnen:

$$p_n'(x) = (p_n(l_n) - p_{n,0}) \cdot \exp \left(-\frac{x - l_n}{L_p} \right) = \left(p_{n,0} \exp \left(\frac{U}{U_T} \right) - p_{n,0} \right) \exp \left(-\frac{x - l_n}{L_p} \right), \text{ für } x > l_n$$

analog für die p-Seite:

$$n_p'(x) = (n_p(-l_p) - n_{p,0}) \cdot \exp\left(+\frac{x+l_p}{L_n}\right) = \left(n_{p,0} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - n_{p,0}\right) \exp\left(+\frac{x+l_p}{L_n}\right), \text{ für } x < -l_p$$



- d) Berechnen Sie die Position $x_{n,BG}$, bei der im n-dotierten Teil der Diode das n-Bahngebiet beginnt. Der Beginn des Bahngebietes ist so definiert, dass die Überschuss-Minoritätsträgerdichte $p_n'(x_{n,BG})$ an dieser Position genau den Wert der ungestörten Minoritätsträgerdichte p_{n0} annimmt. Vergleichen Sie die Länge des Diffusionsgebiets mit der Länge der RLZ.

Lösung:

Ges.: Bei welcher Position $x_{n,BG}$ fängt in der Diode das n-Bahngebiet an?

Lösung:

- 1) Die erhöhte Minoritätsträgerdichte am Rand der RLZ gegenüber dem Gleichgewichtsfall führt zu einer anschließenden Diffusionszone. Dort ist zwar die Raumladung abgeklungen, aber die Trägerdichten sind noch erhöht. Die Minoritätsträgerdichte verhält sich dort in Analogie zu Gl. (5.73) wie

$$p_n'(x) = p'(l_n) \cdot \exp\left(-\frac{x-l_n}{L_p}\right) \text{ mit } L_p = \sqrt{D_p \tau_p} = 34,6 \mu\text{m}.$$

- 2) Es gilt

$$p'(l_n) = p_n(l_n) - p_{n,0}$$

und mit dem Ergebnis aus 2b)

$$p'(l_n) = \frac{n_i^2}{n_D} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_D} \left[\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right]$$

- 3) Prinzipiell ist in der unbegrenzt langen Diode die Diffusionszone unendlich weit ausgedehnt. Wir können aber *willkürlich* festlegen, dass das Bahngebiet etwa da beginnt,

wo p_n' in die gleiche Größenordnung kommt wie die Gleichgewichts-Minoritätsträgerdichte p_{n0} :

$$p_n'(x_{n,BG}) = p_{n0} = \frac{n_i^2}{n_D}$$

4) Einsetzen von 1) und 2) in 3) und Auflösen nach $x_{n,BG}$ ergibt:

$$p_n'(x_{n,BG}) \approx n_i^2 / n_D \cdot \exp\left(\frac{U}{U_T} - \frac{x_{n,BG} - l_n}{L_p}\right)$$

und damit

$$x_{n,BG} \approx \frac{U}{U_T} L_p + l_n = 816 \mu\text{m},$$

$$\frac{l_n}{x_{n,BG}} = 2 \cdot 10^{-5}.$$

e) Leiten Sie einen Ausdruck für die stationäre Löcherverteilung p_n als Funktion von x in der RLZ des n-Gebietes her. Nehmen Sie dazu an, dass die oben angegebene Vorwärtsspannung $U = 0,61 \text{ V}$ anliegt und, dass das Quasi-Fermi-Niveau W_{Fn} für Elektronen in der RLZ des n-Gebietes konstant ist. Verwenden Sie zur Herleitung den in der Vorlesung hergeleiteten Verlauf des Potentials $\varphi(x)$. Erläutern Sie, wie dieses Ergebnis mit den Annahmen der Schottky-Näherung in Einklang zu bringen ist.

Lösung:

Mit der Debye-Länge $L_{Dn} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r U_T}{en_D}} = 4,14 \text{ nm}$ lässt sich die Minoritätsträgerdichte für das gesamten n-Gebiet schreiben als:

$$p_n(x) = n_i^2 / n_D \cdot \begin{cases} \exp\left(\frac{U}{U_T}\right) \exp\left(\frac{1}{2} \left[\frac{x - l_n}{L_{Dn}}\right]^2\right), & 0 \leq x < l_n \\ \left[\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1\right] \exp\left(-\frac{x - l_n}{L_p}\right) + 1, & l_n \leq x < x_{n,BG} \\ 1, & x \geq x_{n,BG} \end{cases}$$

Die Schottky-Näherung nimmt eine komplett von Trägern entvölkerte RLZ an. Vergleicht man $p_n(0) = 4,66 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ mit der Majoritätsträgerdichte außerhalb der RLZ, so sieht man, dass diese nur etwas größer ist und sich die Raumladung damit sowohl aus ionisierten Dotanden als auch aus Minoritätsträgern zusammensetzt.

f) Berechnen Sie die Löcherstromdichte J_p und die Elektronenstromdichte J_n bei $x = 30 \mu\text{m}$ für den in Aufgabenteil b) angegebenen Vorwärtsbetrieb.

Lösung:

- 1) Die Stelle $x = 30 \mu\text{m}$ befindet sich in der Diffusionszone, und dort ist die Löcherstromdichte maßgeblich vom Diffusionsstrom bestimmt, da das Feld (annähernd) nur über der RLZ abfällt. Es folgt somit

$$J_p \approx -eD_p \frac{dp'}{dx} = eD_p \frac{p'(l_n)}{L_p} \exp\left(-\frac{x-l_n}{L_p}\right) \rightarrow J_p(30\mu\text{m}) \approx 0,93 \text{ mA/cm}^2$$

- 2) Die Elektronenstromdichte kann man sich aus dem Gesamtstrom berechnen:

$$J = J_n + J_p \Rightarrow J_n = J - J_p = I / A - J_p$$

Der Gesamtstrom durch die Diode wird nach Gl. (6.44) und (6.48) berechnet:

$$I = I_s \left[\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right] \quad \text{mit} \quad I_s = A e n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n n_A} + \frac{D_p}{L_p n_D} \right)$$

Die dafür benötigten Größen wurden entweder schon oben berechnet oder sind in der Aufgabenstellung gegeben, und der Zahlenwert für die Elektronenstromdichte wird damit

$$J_n \approx e n_i^2 \left(\frac{D_n}{L_n n_A} + \frac{D_p}{L_p n_D} \right) \left[\exp\left(\frac{U}{U_T}\right) - 1 \right] - J_p = 2,83 \text{ mA/cm}^2 - 0,93 \text{ mA/cm}^2 = 1,9 \text{ mA/cm}^2.$$

Aufgabe 2) Zenerdiode

- a) Welche Effekte bewirken den Durchbruch einer in Sperrrichtung gepolten Diode? Beschreiben Sie die physikalischen Ursachen dieser Effekte und geben Sie an, ob und in welcher Weise diese Durchbruchmechanismen von der Feldstärke, der Weite der Raumladungszone und der Temperatur abhängen.

Lösung:

Thermischer Durchbruch:

Bei ungenügender Wärmeableitung Aufheizen der Diode durch Joulesche Wärme. Dies führt zu Ansteigen des Sperrstroms und damit zu weiterem Ansteigen der umgesetzten Leistung. Ab einer gewissen Spannung (Umkehrspannung) zerstört sich dadurch die Diode von selbst, wenn nicht Stromstabilisierung vorliegt. Der thermische Durchbruch tritt insbesondere in Halbleiterdioden mit großen Sperrströmen, also kleinem Bandabstand auf. Durch besonders gute Wärmeableitung versucht man ihn möglichst zu vermeiden.

Zener Effekt:

Bei hohen Feldstärken können Elektronen aus dem Valenzband der p-Seite über Tunneleffekt ins Leitungsband der n-Seite gelangen. Da die Tunnelwahrscheinlichkeit mit abnehmender Breite der Barriere stark (exponentiell) zunimmt, ergibt sich ein mit der Diodenspannung sehr stark zunehmender Strom. Da bei zunehmender Temperatur der Bandabstand kleiner wird, ist bei höherer Temperatur die Durchbruchspannung kleiner.

Lawinen Effekt:

Bei schwach dotierten Dioden setzt bei Spannungen, die unter der Zener-Durchbruchspannung liegen, Stoßionisation ein, wenn die Ladungsträger im Feld eine

genügend hohe Energie aufnehmen können. Dazu ist eine gewisse Länge der Raumladungszone nötig. Die für den Lawinendurchbruch erforderliche Feldstärke ist umso höher, je kürzer die Raumladungszone ist. Da die freie Weglänge der Ladungsträger mit zunehmender Temperatur kleiner wird (thermische Gitterstreuung) wird das für einen bestimmten Energiezuwachs zwischen den Stößen erforderliche elektrische Feld stärker. Die Durchbruchspannung steigt daher im Gegensatz zum Zener-Effekt mit der Temperatur an.

Bei pn-Übergängen in Silizium ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 12$) kommt es typischerweise bei Feldstärken von ca. $E_z = 5 \cdot 10^5 \text{ V/cm}$ zu einem Zenerdurchbruch. Im Folgenden soll ein pn-Übergang in Silizium betrachtet werden mit den Dotierungsdichten $n_A = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ und $n_D = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

- b) Berechnen Sie die Durchbruchspannung des Bauteils bei Raumtemperatur $T = 300\text{K}$ unter der Annahme, dass tatsächlich ein Zenerdurchbruch vorliegt. Berechnen Sie für diese Spannung die Länge der RLZ.

Lösung:

1) Bei einer angelegten Spannung ist an der Diode (Gl. 6.41): $|E_m| = \sqrt{\frac{2e}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{U_D - U}{(1/n_A + 1/n_D)}}$

Die Diffusionsspannung ist: $U_D = U_T \ln \left(\frac{n_A n_D}{n_i^2} \right) = 0,93\text{V}$

- 3) Der Durchbruch erfolgt, wenn die Feldstärke an der Grenzfläche $|E_m|$ den Schwellwert erreicht. Dies geschieht bei einer angelegten Spannung von:

$$U = U_D - \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{2e} |E_z|^2 (1/n_A + 1/n_D) = -0,73\text{V}$$

- 4) Die Länge der Raumladungszone ist bei dieser Spannung

$$l = \sqrt{\frac{2\epsilon_r \epsilon_0}{e} (U_D - U) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D} \right)} = 66,3 \text{ nm}$$

- c) Überprüfen Sie die Annahme aus Aufgabenteil b), ob es bei dieser Spannung tatsächlich zu einem Zenerdurchbruch und nicht etwa zu einem Lawinendurchbruch kommt. Der für den zusätzlichen Strom infolge von Ladungsträgergeneration durch Stoßionisation

maßgebliche Faktor ist $F = \int \alpha(E(x)) dx$. Für einen Lawinendurchbruch muss $F > 1$

gelten. Schätzen Sie das gegebene Integral F nach oben ab: Nehmen Sie dazu an, dass in der gesamten Raumladungszone ein konstantes Feld E_z anliegt und beachten Sie nur die Ionisation durch Elektronen. Der Ionisationskoeffizient für Elektronen beträgt bei dieser Feldstärke $a_n(E_z) = 10^5 \text{ cm}^{-1}$.

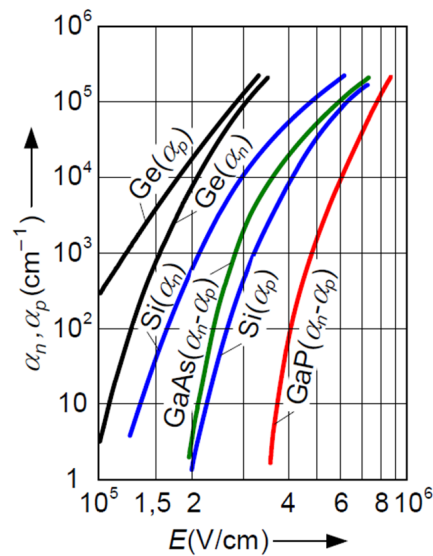


Fig. 2: Gemessene Ionisationskoeffizienten für Lawinenmultiplikation als Funktion der Feldstärke.
(aus Müller, R.: Grundlagen der Halbleiter-Elektronik, Springer, 1984)

Lösung:

- 1) Ein primäres Loch bzw. primäres Elektron erzeugt innerhalb der Laufstrecke dx im Mittel $\alpha_n dx$ bzw. $\alpha_p dx$ Trägerpaare, wobei die Ionisierungskoeffizienten von der Feldstärke abhängig sind.
- 2) Für die Abschätzung nach oben wird ein konstantes maximales Feld $E_z = 5 \cdot 10^5 \text{ V/cm}$ über die gesamte Raumladungszone angenommen. Dies ergibt einen Faktor F von:

$$F = \int \alpha(E(x)) dx < \alpha_n(E_z) \cdot l = 0,67$$

Die Annahme des Zenerdurchbruchs war also gerechtfertigt, da $F < 1$ sogar für die Abschätzung nach oben gilt.

- d) Mit der obigen Abschätzung liegt F nahe an eins. Erklären Sie unter Verwendung von Abb. 1, warum ein Lawinendurchbruch eindeutig ausgeschlossen werden kann (und somit ein Zenerdurchbruch vorliegt). Beachten Sie den realen (nicht konstanten) Verlauf des E-Feldes in der RLZ sowie Abhängigkeit des Ionisationskoeffizienten α von der Feldstärke. Begründen Sie außerdem, warum das Vorgehen aus Aufgabenteil c), nur die Ionisation durch Elektronen zu berücksichtigen, gerechtfertigt ist.

Lösung:

- 1) In der obigen Abschätzung wurde eine konstante Feldstärke angenommen. In Wirklichkeit steigt die Feldstärke aber dreieckförmig von 0 auf E_m an, siehe Abb. 6.2 im Skript.
- 2) Der numerische Wert der Ionisierungskoeffizienten nimmt von $E_{\max}$ bis $E_{\max} / 2$ bereits um eine Größenordnung ab. Der Ionisationskoeffizient ist deshalb für die meisten Bereiche in der Raumladungszone deutlich geringer als $\alpha_n(E_z) = 10^5 \text{ cm}^{-1}$ und damit ist der tatsächliche Faktor F deutlich geringer.

- 3) Der Ionisationskoeffizient für Elektronen ist deutlich geringer als der für Löcher. Für eine Abschätzung nach oben genügt es deshalb nur die stärker ionisierende Trägerart zu berücksichtigen

All diese Faktoren bewirken, dass der Tatsächliche Faktor F deutlich geringer ist als bei der groben Näherung. Da bei der groben Näherung der Faktor bereits kleiner 1 ist kann ein Lawinendurchbruch eindeutig ausgeschlossen werden.