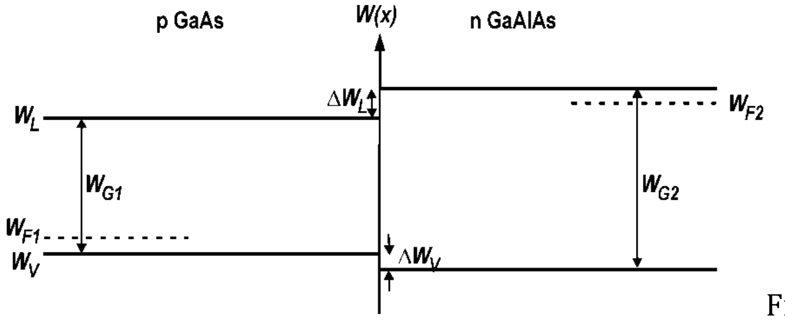
Musterlösung Übungsblatt 10

Aufgabe 1) p-n-Laserdiode

Eine p-n-Laserdiode sei als Heterostruktur aufgebaut, d.h. auf der p- und n-Seite werden Materialien mit unterschiedlichen Bandabständen verwendet. Die p-Seite besteht aus GaAs mit einem Bandabstand $W_{G1} = 1{,}4$ eV, $\varepsilon_r = 12{,}9$ und ist mit einer Akzeptordichte $n_A = 10^{17}$ cm^{-3}dotiert. Die n-Seite besteht aus GaAlAs mit $W_{G2} = 1{,}8$ eV, $\varepsilon_r = 11{,}5$ und ist mit einer Donatordichte $n_D = 10^{17}$ cm^{-3} dotiert. Im sogenannten Flachbandfall wird eine äußere Spannung so angelegt, dass die Bänder am Übergang nicht verbogen sind, siehe Abb 1.



Figur 1

Die Leitungsbandkante erfährt am abrupten Übergang einen Sprung $\Delta W_L = 0{,}26$ eV, die Valenzbandkante einen Sprung $\Delta W_V = 0{,}14$ eV. Die Temperatur beträgt $T = 300$ K. Die äquivalenten Zustandsdichten des Leitungsbandes und Valenzbandes seien für die p-Seite $N_{L,1} = 4{,}7 \cdot 10^{17}\,\text{cm}^{-3}$ und $N_{V,1} = 9 \cdot 10^{18}\,\text{cm}^{-3}$; für die n-Seite betragen die äquivalenten Zustandsdichten $N_{L,2} = 6{,}5 \cdot 10^{17}\,\text{cm}^{-3}$ und $N_{V,2} = 1{,}1 \cdot 10^{19}\,\text{cm}^{-3}$. Es gilt Störstellenerschöpfung.

a) Skizzieren Sie unter Angabe der entsprechenden Gleichungen die Verläufe der Raumladungsdichte $\rho(x)$, des elektrischen Feldes $E(x)$, des Potentials $\varphi(x)$ und die Bandverläufe $W_{L,V}(x)$ für den Fall, dass keine äußere Spannung angelegt ist. Es gelte die Schottky-Näherung. Beachten Sie beim Skizzieren des elektrischen Feldes die Randbedingung an der Materialgrenzfläche.

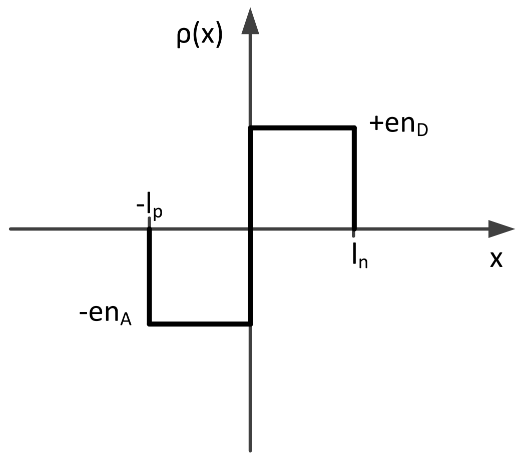
Lösung:
Ges.: Skizze für $\rho(x)$, $E(x)$, $\varphi(x)$ und das Banddiagramm $W_{L,V}(x)$

1) **Raumladungsdichten** $\rho(x)$:

$$\rho(x) = e[n_D - n(x) - n_A + p(x)]$$

mit der Schottky Näherung
$n(x) = p(x) = 0$ folgt

$$\rho(x) = \begin{cases} -en_A & -l_p < x < 0 \\ en_D \quad \textit{für} & 0 < x < l_n \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}$$



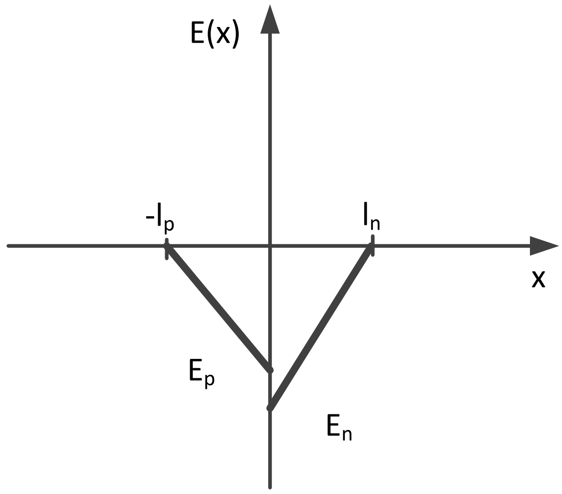
2) **Feldstärke** E(x):

$$div\,\vec{D} = \rho \quad \rightarrow \quad \frac{d(\varepsilon E)}{dx} = \rho$$

bzw. $\varepsilon E = \int \rho\, dx$

Die auf p- und n-Seite verschiedenen ε ergeben an der Stelle $x = 0$ einen Sprung im E-Feld:

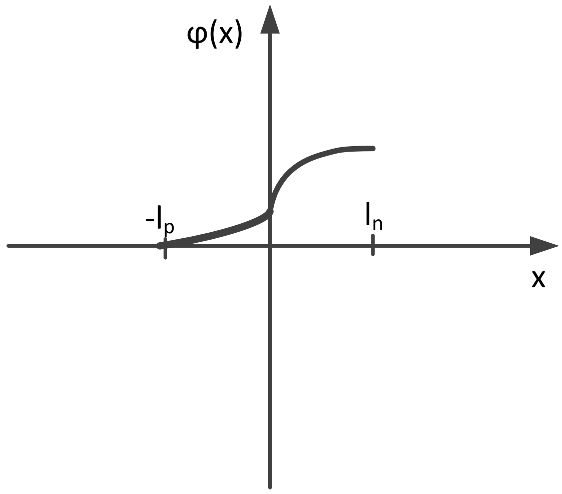
$$\varepsilon_p E_p = \varepsilon_n E_n \quad \rightarrow \quad E_n = \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_n} E_p$$



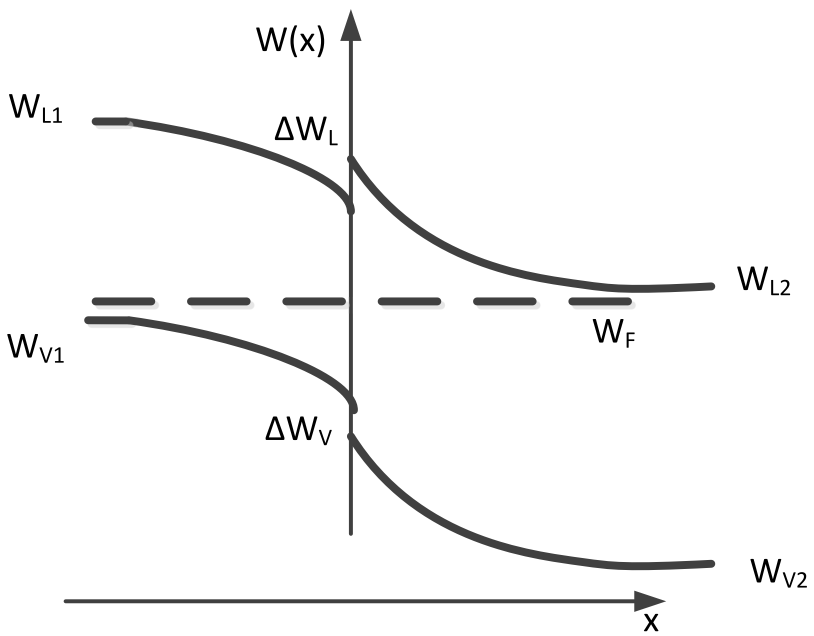
3) **Potential** φ(x): Der Verlauf folgt mit $\vec{E} = -grad\,\varphi \Rightarrow \frac{d\varphi}{dx} = -E$

bzw. $\varphi = -\int E\, dx$

Achtung: Die Steigung von φ ändert sich bei $x = 0$.



4) Das **Banddiagramm** W(x) sieht folgendermaßen aus: $W(x) = W - e\varphi(x)$

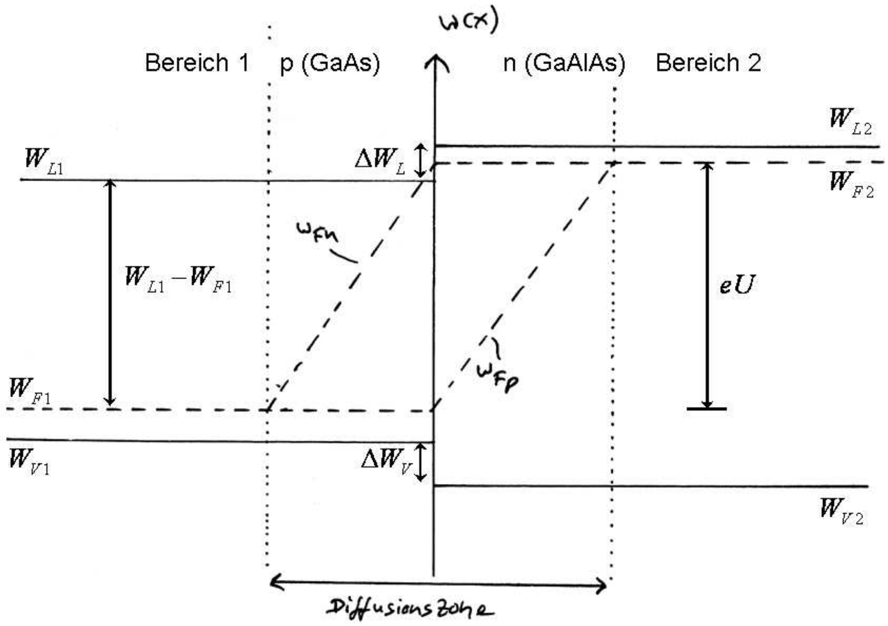


b) Betrachten Sie nun den Flachbandfall und skizzieren Sie den Verlauf der Quasi-Ferminiveaus im p-n-Übergang. Markieren Sie die Raumladungs- und Diffusionsgebiete. Welche Spannung muss an die Diode angelegt werden, damit es zum Flachbandfall kommt? Wo muss der „+“-Pol der Spannung angelegt werden? Liegt in diesem Fall optischer Gewinn vor?

Ges.: Skizze für Quasi-Ferminiveaus, die Raumladungs- und Diffusionsgebiete

Lösung:

Es gibt im Flachbandfall (ideal) keine Raumladungszonen: Die in der Aufgabenstellung gegebenen Quasi-Ferminiveaus lassen sich nur auf die folgende Art miteinander verbinden (gestrichelt):



Um den Flachbandfall zu erreichen, muss die Diffusionsspannung ausgeglichen werden. Diese ist durch die Differenz der Fermi-Niveaus im p- und n-Halbleiter gegeben, welche sich aus dem Diagramm ablesen lässt: $eU = W_{F2} - W_{F1}$

1) Zur Berechnung der Spannung wird $eU = W_{F2} - W_{F1}$ separiert in Differenzen für die Bereiche 1 und 2, in denen die Besetzungskonzentrationen für p (Bereich 1) und n (Bereich 2) bekannt sind.

$$W_{L1} - W_{F1} + \Delta W_L = W_{L2} - W_{F2} + eU \quad \rightarrow \quad U = \frac{W_{L1} - W_{F1} + \Delta W_L - (W_{L2} - W_{F2})}{e}$$

$$= \frac{W_{G1} - \left(W_{F1} - W_{V1}\right) + \Delta W_L - \left(W_{L2} - W_{F2}\right)}{e}$$

2) Für den p-HL (Bereich 1) mit $W_{L1} - W_{F1} = W_{G1} - (W_{F1} - W_{V1})$ gilt die Verteilung:

$$p = n_A = N_{V1} \exp\left(-\frac{W_{F1} - W_{V1}}{kT}\right) \quad \Rightarrow \quad W_{F1} - W_{V1} = -kT \ln\left(\frac{n_A}{N_{V1}}\right) = 116{,}3\,\text{meV}$$

3) Für den n-HL (Bereich 2) mit $W_{L2} - W_{F2}$ gilt die Verteilung:

$$n = n_D = N_{L2} \exp\left(-\frac{W_{L2} - W_{F2}}{kT}\right) \quad \Rightarrow \quad W_{L2} - W_{F2} = -kT \ln\left(\frac{n_D}{N_{L2}}\right) = 48{,}4\,\text{meV}$$

Einsetzen dieser Differenzen in die Ausgangsgleichung unter 1) ergibt:

$$U = \frac{W_{G1} + kT\ln\left(\frac{n_A}{N_{V1}}\right) + \Delta W_L + kT\ln\left(\frac{n_D}{N_{L2}}\right)}{e} = 1{,}495V$$

Optischer Gewinn liegt vor, wenn die Separation der Quasi-Ferminiveaus größer als der Bandabstand ist und wenn mindestens ein Quasi-Ferminiveau im Band liegt.
Für den p-Halbleiter liegt das Quasi-Ferminiveau für Elektronen am Rande des pn-Übergangs im Leitungsband. Die Separation der Quasi-Ferminiveaus ist dort größer als der Bandabstand W_{G1} = 1,4 eV < 1,495 eV, so dass optischer Gewinn vorliegt.

c) Berechnen Sie die maximale Feldstärke E_{max} in der Diode, wenn keine äußere Spannung angelegt ist. Beachten Sie dabei, dass die in b) berechnete „Flachbandspannung" gerade der Diffusionsspannung der Diode entspricht.
Ges.: E_{max}, für U = 0 V.
Lösung:

1) Das E-Feld springt bei $x = 0$ um $\varepsilon_p E_p = \varepsilon_n E_n$, $\quad E_p = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_p} E_n$

2) Mit den Zeichnungen und Gleichungen aus **a**) folgt: $E_p = -e n_A l_p / \varepsilon_p$ und
$E_n = -e n_D l_n / \varepsilon_0 \varepsilon_{r,n}$
(Flächeninhalte der Rechtecke in der $\rho(x)$-Verteilung).

3) Für das Potential gilt allgemein: $\varphi = -\int E\,dx$: $\quad \varphi_{ges} = -\frac{1}{2} E_p l_p - \frac{1}{2} E_n l_n$,
(Flächeninhalte der Dreiecke in der $E(x)$-Verteilung)

4) Wegen Ladungsneutralität gilt mit Gl. (6.28) und (6.29): $l_p = l_n n_D / n_A$

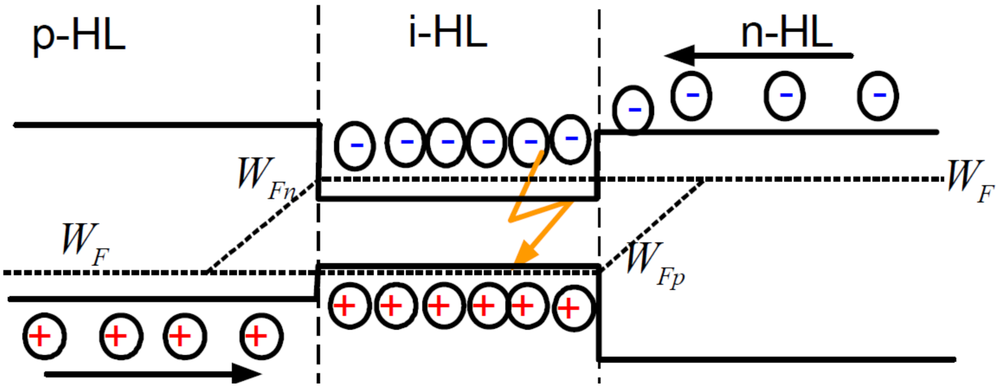
5) Einsetzen von 1) und 4) in 3) und ersetzen von l_n mittels 2):

$$\phi_{ges} = -\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_p} E_n l_n \frac{n_D}{n_A} - \frac{1}{2} E_n l_n \rightarrow \phi_{ges} = \frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_0\varepsilon_n)^2}{e} E_n^{\,2}\left(\frac{1}{n_A\,\varepsilon_0\varepsilon_p} + \frac{1}{n_D\varepsilon_0\varepsilon_n}\right)$$

Dies entspricht der Spannung $U = 1.495\ \mathrm{V}$ des Flachbandfalls (**b**).

Die maximale Feldstärke beträgt somit: $E_{\max} = |E_n| = \sqrt{\frac{2e\phi_{ges}}{(\varepsilon_0\varepsilon_n)^2\left(\frac{1}{n_A\,\varepsilon_0\varepsilon_p} + \frac{1}{n_D\,\varepsilon_0\varepsilon_n}\right)}} = 156.9\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{cm}}$

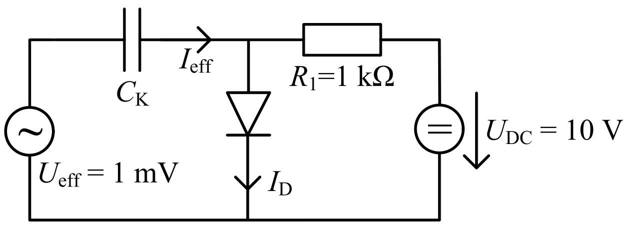
d) Technische Realisierungen von Halbleiterlasern beruhen fast ausschließlich auf Doppel-Heterostrukturen. Skizzieren Sie qualitativ den Bandverlauf einer Doppel-Heterostruktur im Flachbandfall und erläutern Sie die Vorteile gegenüber einer einfachen Heterostruktur.



Vorteile Doppelheterostruktur:

- Ladungsträgerinjektion in Potentialkasten
- Potentialbarrieren verhindern Diffusion der Träger aus dem aktiven Bereich
- Effiziente Lichterzeugung im gesamten intrinsischen Bereich
- Lichtleitung im intrinsischen Bereich möglich, wenn Brechungsindices $n_{int}>n_p$ und $n_{int}>n_n$

Aufgabe 2) **Ersatzschaltbild einer pn-Diode**
Eine p-n-Diode wird wie abgebildet in Vorwärtsrichtung betrieben. Entnehmen Sie die Werte für Spannungen, Ströme und Widerstände aus Abb. 2.



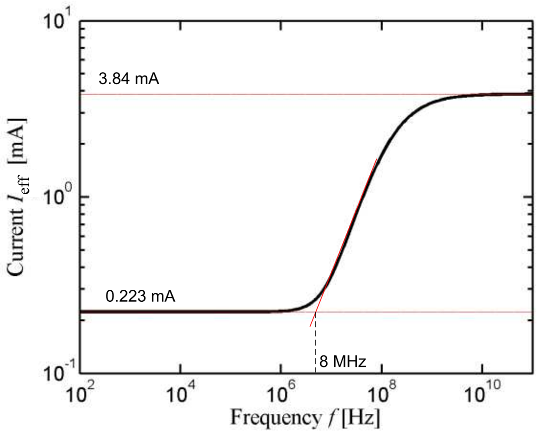
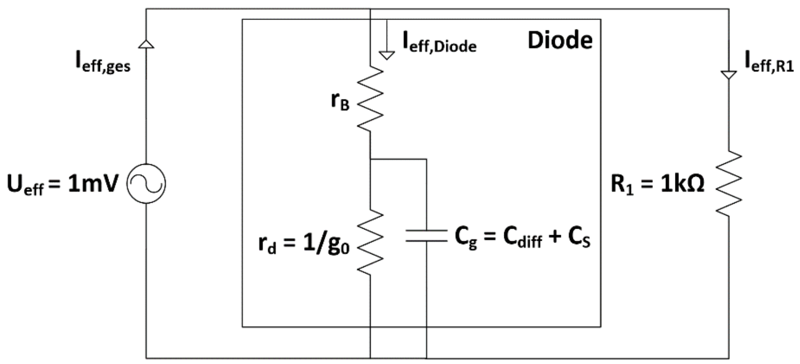


Fig. 1: Diode mit äußerer Beschaltung (links), Frequenzgang des Gesamtstroms (rechts). Die Frequenz, bei welcher der Strom um einen Faktor $\sqrt{2}$ angestiegen ist, liegt bei 8 MHz.

a) Zeichnen Sie die zugehörige Kleinsignal-Ersatzschaltung. Berücksichtigen Sie dabei den Bahnwiderstand R_b der Diode und fassen Sie die Sperrschichtkapazität und die Diffusionskapazität zu einer Gesamtkapazität C_g zusammen. Behandeln Sie die Kapazität C_K für alle betrachteten Frequenzen als Kurzschluss.

Lsg: Wird C_K durch einen Kurzschluss ersetzt und der Serien-Bahnwiderstand berücksichtigt, resultiert die Kleinsignalersatzschaltung zu:



b) Bestimmen Sie die Elemente der Kleinsignal-Ersatzschaltung der Diode (Bahnwiderstand, Kleinsignal-Leitwert, Gesamtkapazität) mit Hilfe des rechts skizzierten Frequenzganges des Effektivwerts I_{eff} des Kleinsignal-Wechselstroms. Nutzen Sie dabei die Tatsache, dass der Bahnwiderstand der Diode sehr klein ist im Vergleich zu den anderen Widerständen.

Lsg:

Der effektive Strom der durch den Widerstand R_1 fließt, ergibt sich zu $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{R_1} = \frac{1mV}{1k\Omega} = 1\mu A$.

Bei geringen Frequenzen fließt also der Strom $I_{eff,Diode} = I_{eff,ges} - I_{eff,R1} = 222\mu A$ durch die Reihenschaltung von r_B und r_d = $1/g_0$ (näherungsweise fließt also kein Strom durch die Kapazität).

Daraus lässt sich nun der Gesamtwiderstand der Diode berechnen zu

$$r_b + r_d = \frac{U_{eff}}{I_{eff,ges(1)} - U_{eff}/R_1} = \frac{1mV}{222\mu A} = 4.5\Omega$$

Bei hohen Frequenzen wird r_d durch C_g kurzgeschlossen. Durch r_b fließt nun der Strom $I_{eff,Diode} = 3.84mA$, sodass gilt: $r_b = \frac{U_{eff}}{I_{eff,ges(2)} - U_{eff}/R_1} = \frac{1mV}{3.84mA} = 0.26\Omega$

Damit lässt sich der differentielle Widerstand r_d berechnen zu $r_d = 4.24\Omega$.

Aus dem Frequenzgang des Gesamtstroms lässt sich herauslesen, dass der Strom bei 8 MHz um einen Faktor $\sqrt{2}$ ansteigt. Dies bedeutet, dass bei der Grenzfrequenz von 8 MHz $\omega C_g = g_0$,

bzw. $C_g = \frac{1}{2\pi \cdot 4.24\Omega \cdot 8 \cdot 10^6 Hz} = 4.69nF$ ist.