

Musterlösung zu Übungsblatt 14

Aufgabe 1: MOSFET

Ein n-Kanal MOSFET besitzt eine Gate-Kapazität $C_G = C_I = bLC_I' = 1 \text{ pF}$, wobei C_I' den Kapazitätsbelag des Gates beschreibt. Die Kanallänge beträgt $L = 2 \mu\text{m}$ und die Elektronenbeweglichkeit im Kanal liegt bei $\mu_n = 350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Der FET wird an der Sättigungsgrenze $U_{GS} = U_{DS} = 6 \text{ V}$ betrieben. Es wird angenommen, dass die Schwellenspannung bei $U_{th} = 0 \text{ V}$ liegt und dass das Gate-Oxid frei von Raumladungen ist.

a) Wie groß ist der Drainstrom I_D im Abschnürbereich?

Geg.: n-Kanal MOSFET, Gate-Kapazität $C_G = C_I = bLC_I' = 1 \text{ pF}$, Kanallänge $L = 2 \mu\text{m}$,

$\mu_n = 350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $U_{GS} = U_{DS} = 6 \text{ V}$, $U_{th} = 0 \text{ V}$

Ges.: Drainstrom I_D im Abschnürbereich

Lösung: i) Im Abschnürbereich (Sättigungsbereich) gilt (Skript Gl. 10.7 und 10.9) unter Berücksichtigung der Stromrichtung (μ_n statt μ_p , Vorzeichen geändert):

$$I_D = I_{D,Sat} = \frac{\mu_n b C_I'}{2L} U_{DS,Sat}^2 = \frac{\mu_n C_g}{2L^2} U_{DS,Sat}^2$$

ii) $U_{th} = 0 \text{ V}$, $U_{GS} = U_{DS} = 6 \text{ V} \Rightarrow U_{DS,Sat} = U_{DS}$, mit $C_g = C_I = 1 \text{ pF} \Rightarrow I_{D,Sat} = 157.5 \text{ mA}$

b) Berechnen Sie für diesen Strom den örtlichen Verlauf des Kanalpotentials $U_K(y)$ an der Grenzfläche zwischen Halbleiter und Gate-Oxid. Die y-Achse verläuft von Drain in Richtung Source entlang des Inversionskanals.

Hinweis: Stellen Sie den Ausdruck für den Drainstrom allgemein als Funktion der Flächenladungsdichte im Kanal auf. Der Verlauf des elektrischen Feldes ergibt sich aus der ortsabhängigen Driftgeschwindigkeit. Dies führt auf eine Differentialgleichung für $U_K(y)$, die die folgende Form aufweist:

$$I_D = b\mu_n \frac{d}{dy} U_K(y) \cdot C_I' [U_{DS,Sat} - U_K(y)]$$

Nehmen Sie die Source-Elektrode als Potentialnullpunkt an.

Ges.: $U_K(y)$

Lösung:

Bem.: Im Vergleich zum Skript, in dem der p-Kanal-MOSFET betrachtet wird, kehren sich für den n-Kanal-MOSFET die Ströme, Spannungen und die Vorzeichen der Ladungsträger um. Entgegen der Angabe im Übungsblatt soll der Nullpunkt der y-Achse bei der Source Elektrode liegen. Dies vereinfacht den Ausdruck für $U_K(y)$.

i) Wir beginnen mit dem allgemeinen Ausdruck für den Drainstrom (vgl. Skript Gl. 10.1):

$$I_D = -\rho_K(y) \cdot v(y) \cdot A(y)$$

ii) Wir erhalten mit $\rho_K(y) = \sigma_K(y)/d_K(y)$ (Gl. 9.42), wobei die Kanalladungsdichte

$$\sigma_K(y) = C_I' [U_{th} - (U_{GS} - U_K(y))] = C_I' [U_K(y) - U_{DS,Sat}] ,$$

und $v = -\mu_n E(y) = \mu_n \frac{d}{dy} U_K(y)$, $A(y) = b d_K(y)$, (vgl. Skript Gl. 10.4, 10.5)

den folgenden Ausdruck:

$$I_D = b\mu_n \frac{d}{dy} U_K(y) \cdot C'_I [U_{DS,Sat} - U_K(y)]$$

iii) Mit der Integrationsregel $\int f(x)f'(x)dx = \frac{1}{2}f^2(x) + C$ können wir diese Gleichung integrieren zu folgender quadratischer Gleichung:

$$yI_D = b\mu_n C'_I U_{DS,Sat} U_K(y) - \frac{1}{2} b\mu_n C'_I U_K^2(y) + K$$

$$0 = U_K^2(y) - 2U_{DS,Sat} U_K(y) - \frac{2[K - yI_D]}{b\mu_n C'_I}$$

Und damit ist

$$U_{K1,2}(y) = U_{DS,Sat} \pm \sqrt{U_{DS,Sat}^2 + \frac{2[K - yI_D]}{b\mu_n C'_I}}$$

iv) $U_{DS,Sat}$ aus a)-ii), d.h. es fehlt noch K . Aus der Randbedingung $U_K(y=0) = 0$ folgt: $K = 0$. Einsetzen ergibt die Gesamtlösung:

$$U_K(y) = U_{DS,Sat} - \sqrt{U_{DS,Sat}^2 - \frac{2yI_D}{b\mu_n C'_I}} = U_{DS,Sat} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{y}{L}} \right]$$

Hier wurde der Drainstrom durch die Spannung $U_{DS,Sat}$ ausgedrückt. L bezeichnet die Kanallänge.

- c) Berechnen Sie den Verlauf der in Stromflussrichtung gerichteten E-Feldkomponente $E_y(y)$ im Kanal. Der formale Ausdruck ergibt eine unphysikalische Polstelle bei $y = L$. Erklären Sie dieses Phänomen qualitativ vor dem Hintergrund des Abschnürverhaltens des Transistors. Wie wird sich ein reales Bauteil an dieser Stelle tatsächlich verhalten?

Ges.: $E_y(y)$

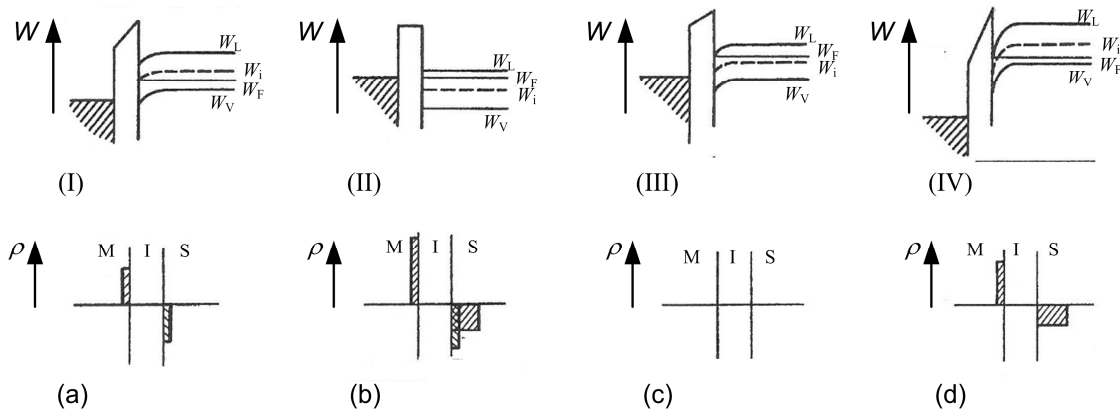
Lösung:

$$E_y(y) = -\frac{dU_K(y)}{dy} = \frac{U_{DS,Sat}}{2L\sqrt{1 - \frac{y}{L}}}$$

Bei der Sättigungsspannung schnürt der Inversionskanal am Drainkontakt ab, d.h. die Ladungsträgerinversion bricht zusammen. Durch die Annahme, dass die Leitfähigkeit allein durch die Inversionsträger im Kanal entsteht, wird der Widerstand am Abschnürpunkt unendlich groß, was dort zu einer Polstelle im elektrischen Feld führt. Ein reales Bauteil weist hingegen auch im Falle des Abschnürens eine Restleitfähigkeit durch die thermisch generierte Trägerdichte auf, sodass kein Pol entsteht.

Aufgabe 2: MOSFET und MIS-Struktur

- a) Im Folgenden sind vier verschiedene Metall-Isolator-Halbleiter-(MIS-)Strukturen skizziert. Ordnen Sie den Bandverläufen (I) bis (IV) die Ladungsträgerverteilungen (a) bis (d) zu. Bestimmen Sie dabei, welche Dotierung (n oder p) im Halbleiter vorliegt. W_F bezeichnet die Fermi-Energie, W_i die Mitte der Bandlücke.



b) Ordnen Sie die gezeigten Bandverläufe den folgenden Betriebszuständen der MIS-Struktur zu: Verarmung, Anreicherung, starke Inversion, Flachbandfall.

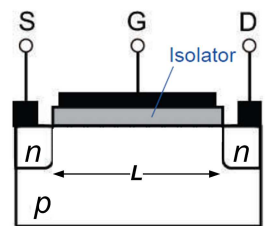
Bandverlauf	Ladungsträgerverteilung (a) - (d)	Dotierung <i>p</i> oder <i>n</i>	Betriebszustand
(I)	(d)	p	Verarmung
(II)	(c)	n	Flachbandfall
(III)	(a)	n	Anreicherung
(IV)	(b)	p	Starke Inversion

Bei einem *n*-Kanal MOSFET beträgt die Kanallänge $L = 2 \mu\text{m}$, die Kanalbreite $b = 15 \mu\text{m}$ (senkrecht zur Zeichenebene), und der Kapazitätsbelag des Gates wird mit $C' = 6,9 \cdot 10^{-8} \text{ F/cm}^2$ angegeben.

Für eine Drain-Source-Spannung von $U_{DS} = 0,1 \text{ V}$ werden im ohmschen Bereich die folgenden Drainströme I_D gemessen:

Arbeitspunkt 1: $U_{GS} = 1,5 \text{ V}$, $I_D = 35 \mu\text{A}$;

Arbeitspunkt 2: $U_{GS} = 2,5 \text{ V}$, $I_D = 75 \mu\text{A}$.



c) Berechnen Sie für den oben beschriebenen MOSFET die Schwellenspannung U_{th} und die Elektronenbeweglichkeit μ_n im Kanal.

$$I_D = \frac{\mu_n b C'}{2L} \left[U_{DS,sat}^2 - (U_{DS} - U_{DS,sat})^2 \right], \quad U_{DS,sat} = U_{GS} - U_{th}$$

$$I_D = -\frac{\mu_n b C'}{2L} \left[U_{DS}^2 - 2U_{DS} (U_{GS} - U_{th}) \right]$$

$$I_{D1} - I_{D2} = \frac{\mu_n b C'}{L} U_{DS} (U_{GS1} - U_{GS2})$$

$$\mu_n = -\frac{(I_{D1} - I_{D2}) L}{b C' U_{DS} (U_{GS1} - U_{GS2})}$$

$$\mu_n = 773 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$$

$$U_{th} = -\frac{2I_D L}{\mu_n b C'} + U_{DS}^2 + U_{GS}$$

$$U_{th} = 0,575 \text{ V}$$

- d) An das oben beschriebene Bauteil wird eine Gate-Source-Spannung von $U_{GS} = 2,5 \text{ V}$ angelegt. Berechnen Sie die Drain-Source-Spannung, bei welcher der Sättigungsbereich beginnt, sowie den Sättigungsstrom.

$$U_{DS,sat} = U_{GS} - U_{th} = 1,925 \text{ V}$$

$$I_{D,Ohm'sch} = \frac{\mu_n b C'}{2L} \left[U_{DS,sat}^2 - (U_{DS} - U_{DS,sat})^2 \right]$$

$$I_{D,sat} = \frac{\mu_n b C'}{2L} U_{DS,sat}^2 = 741 \mu\text{A}$$

Aufgabe 3: Beleuchtete Halbleiterprobe

Eine $6 \mu\text{m}$ lange Siliziumprobe ist an beiden Enden metallisiert. Eine externe Spannung ist nicht angelegt. Die Probe wird räumlich inhomogen in einer Weise beleuchtet, dass die stationäre Überschussminoritätsträgerdichte $n'_p(x)$ den folgenden Verlauf zeigt:

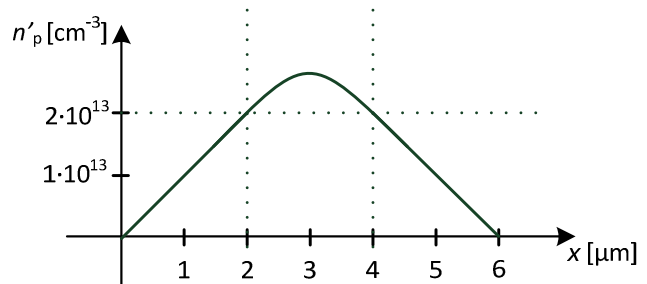
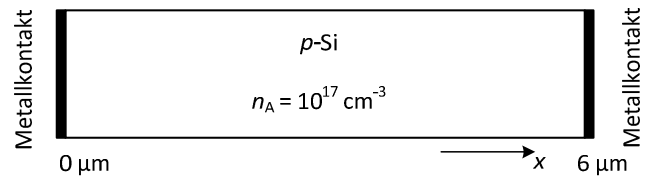
$$n'_p(x) = \begin{cases} 10^{25} \text{ m}^{-4} x & \text{für } 0 \mu\text{m} \leq x \leq 2 \mu\text{m} \\ 2,5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3} - 0,5 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-5} (x - 3 \mu\text{m})^2 & \text{für } 2 \mu\text{m} < x \leq 4 \mu\text{m} \\ 10^{25} \text{ m}^{-4} (6 \mu\text{m} - x) & \text{für } 4 \mu\text{m} < x \leq 6 \mu\text{m} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Die Probe ist p -dotiert mit einer Dichte von $n_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Die Beweglichkeit der

Elektronen ist $\mu_n = 1600 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$, die der Löcher

$\mu_p = 800 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$. Die Eigenleitungsträgerdichte

ist $n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und die Diffusionslänge der Minoritätsträger beträgt $L_n = 60 \mu\text{m}$. Nehmen Sie für alle Berechnungen schwache Injektion an und gehen Sie davon aus, dass sich die Probe im stationären Zustand befindet. Die Temperatur beträgt $T = 300 \text{ K}$ und es liegt Störstellenerschöpfung vor.



- a) Berechnen Sie die Diffusionskonstanten D_n und D_p sowie die Minoritätsträgerlebensdauer τ_n des Halbleiters.

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n = 0,0259 \text{ eV} \cdot 1600 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} = 4,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$D_p = \frac{kT}{e} \mu_p = 0,0259 \text{ eV} \cdot 800 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}} = 2,05 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau} \rightarrow \tau = \frac{L_n^2}{D_n} = 870 \text{ ns}$$

- b) Berechnen Sie den Verlauf der Minoritätsträgerstromdichte $J_n(x)$ im Intervall $0 < x < 6 \mu\text{m}$ und skizzieren Sie den Verlauf. Verwenden Sie dabei sinnvolle Näherungen und begründen Sie Ihr Vorgehen.

Lösung: Die Minoritätsträgerstromdichte ergibt sich allein aus dem Diffusionsstrom der Minoritäten

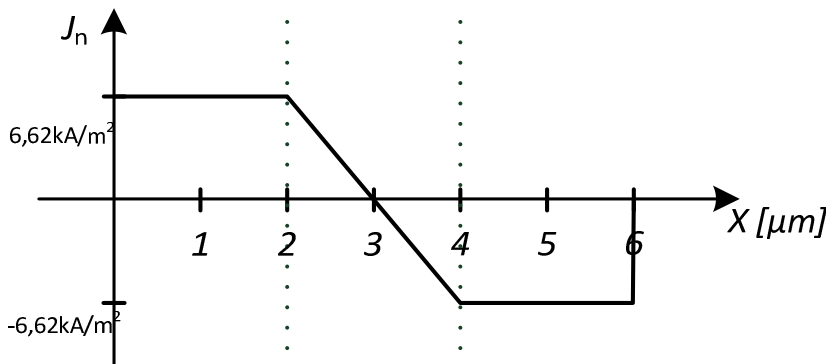
$J_n = J_{n,D} = e D_n \frac{\partial n'_p}{\partial x}$, da schwache Injektion vorliegt und $n'_p(x) \ll p_{p,0}$. Der Driftanteil kann vernachlässigt werden.

Der Gradient der Überschussminoritätsträgerdichte ergibt sich zu:

$$\frac{\partial n'_p}{\partial x} = \begin{cases} 10^{25} \text{ m}^{-4} & , \text{ für } 0 \mu\text{m} \leq x \leq 2 \mu\text{m} \\ -1 \cdot 10^{31} \text{ m}^{-5} (x - 3 \mu\text{m}) & , \text{ für } 2 \mu\text{m} < x \leq 4 \mu\text{m} \\ -10^{25} \text{ m}^{-4} & , \text{ für } 4 \mu\text{m} < x \leq 6 \mu\text{m} \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases}$$

Daraus folgt für die Stromdichte mit $eD_n = 6,62 \cdot 10^{-22} \text{ Am}^2$

$$J_{n,D} = \begin{cases} 6,62 \frac{\text{kA}}{\text{m}^2} & , \text{ für } 0 \mu\text{m} \leq x \leq 2 \mu\text{m} \\ -6,62 \frac{\text{kA}}{\text{m}^3} \cdot 10^6 (x - 3 \mu\text{m}) & , \text{ für } 2 \mu\text{m} < x \leq 4 \mu\text{m} \\ -6,62 \frac{\text{kA}}{\text{m}^2} & , \text{ für } 4 \mu\text{m} < x \leq 6 \mu\text{m} \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases}$$



- c) Welche Überschussmajoritätsträgerdichte $p'_p(x)$ und Majoritätsträgerstromdichte $J_p(x)$ stellen sich im stationären Zustand ein? Verwenden Sie sinnvolle Näherungen und begründen Sie Ihr Vorgehen.

Lösung: Im stationären Zustand erzeugt der höhere Diffusionsdruck der Minoritäten eine geladene Trägerdichtestörung und damit ein elektrisches Feld. Diese Dichtestörung wird aufgrund der hohen thermisch generierten Löcherdichte quasi-instantan (innerhalb der dielektrischen Relaxationszeit) ausgeglichen, so dass Quasi-Neutralität herrscht und es gilt: $p'_p(x) = n'_p(x)$.

Da überdies im stationären Fall kein Nettostrom fließen kann, gleichen Drift- und Diffusionsstrom der Majoritäten den Minoritätenstrom genau aus: $J_p(x) = -J_n$.

- d) Berechnen Sie den Verlauf der Generationsfunktion $g_L(x)$ im Intervall $0 < x < 6 \mu\text{m}$ unter Vernachlässigung der Rekombination im Volumen des Halbleiters. Gehen Sie davon aus, dass sich die Probe nach wie vor im stationären Zustand befindet.

Lösung: Die Generationsfunktion lässt sich über die Kontinuitätsgleichung der Minoritäten bestimmen.

$$\frac{\partial n'_p}{\partial t} - \frac{1}{e} \frac{\partial J_n(x)}{\partial x} = g_L(x) - \frac{n'_p}{\tau}$$

Da der stationäre Zustand betrachtet wird und die Rekombination vernachlässigt wird, vereinfacht sich dieser Ausdruck zu:

$$g_L(x) = -\frac{1}{e} \frac{\partial J_n(x)}{\partial x} = -D_n \frac{\partial^2 n'_p(x)}{\partial x^2}$$

$$g_L(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ für } 0 \mu\text{m} \leq x \leq 2 \mu\text{m} \\ 4,14 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}\text{s}^{-1} & , \text{ für } 2 \mu\text{m} < x \leq 4 \mu\text{m} \\ 0 & , \text{ für } 4 \mu\text{m} < x \leq 6 \mu\text{m} \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases}$$