

Übungsblatt 1

Aufgabe 1) Galliumarsenid – Kristallgitter und Einheitszellen

Betrachtet wird ein monokristalliner Block aus Galliumarsenid (GaAs). Das Kristallgitter von Galliumarsenid entspricht der Zinkblendestruktur, siehe Fig. 1a). Bei 300 K beträgt die Gitterkonstante $a = 5.653 \text{ \AA}$.

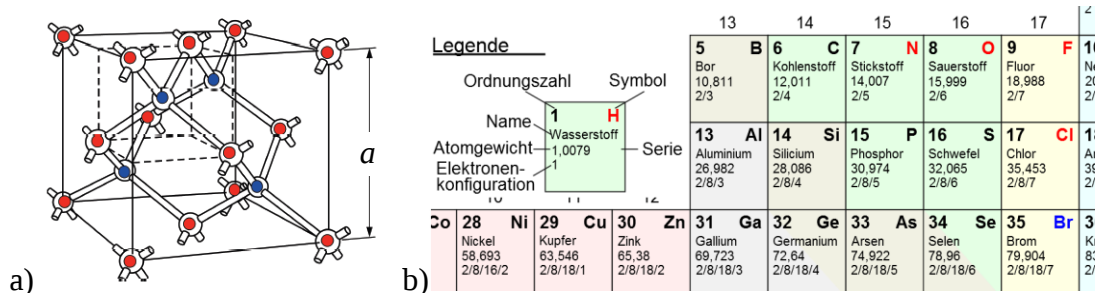


Fig. 1a): Einheitszelle der Zinkblendestruktur eines GaAs-Gitters. Die roten und blauen Punkte markieren die Gallium- und Arsen-Atome b) Ausschnitt aus dem Periodensystem der chemischen Elemente [de.wikipedia.org].

- Berechnen Sie die Anzahl der Ga- und As-Atome pro cm^3 . Dotierdichten in Halbleitern liegen typischerweise bei 10^{18} Fremdatomen pro cm^3 . Welcher Anteil der Halbleiteratome wird bei dieser Dichte durch Dotanden ersetzt?
- Schätzen Sie den mittleren räumlichen Abstand d zweier benachbarter Dotieratome ab. Nehmen Sie dazu vereinfachend an, dass die Dotieratome auf einer regelmäßigen kubischen Struktur im Volumen verteilt sind.
- Ermitteln Sie die Dichte von GaAs bei Raumtemperatur (300 K).

Aufgabe 2) Elektron in einem eindimensionalen Potentialtopf

Fig. 2 zeigt den periodischen Potentialverlauf in einem Halbleiter endlicher Ausdehnung, sowie die zugehörige kastenförmige Näherung mit unendlich hohen Potentialbarrieren an den Halbleiteroberflächen,

$$W_{\text{Pot}} = \begin{cases} W_0, & \text{für } 0 < x < L \\ \infty, & \text{sonst} \end{cases} \quad (1)$$

Im Folgenden sollen für den vereinfachten Fall eines eindimensionalen Potentials die Energiezustände und die Dispersionsrelation von Elektronen berechnet werden, die sich im Innern des Potentialkastens frei bewegen können.

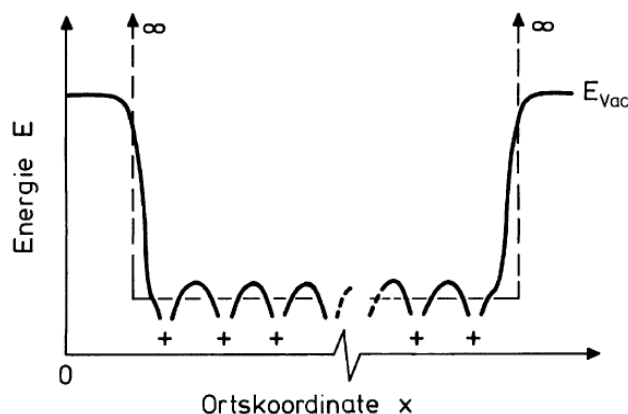


Fig. 2: Eindimensionales Kastenpotential als Näherung für das Coulombpotential eines Kristallgitters

- Stellen Sie die zeitunabhängige Schrödingergleichung für freie Elektronen im Bereich $0 < x < L$ auf. Welche Randbedingung müssen bei $x = 0$ und $x = L$ erfüllt werden?
- Zeigen Sie, dass die in a) aufgestellte Gleichung Lösungen der Form $\Psi(x) = \Psi_0 \sin(k_x x)$ besitzt. Leiten Sie daraus die Dispersionsrelation ab, also den Zusammenhang zwischen der Wellenzahl k_x und der Gesamtenergie W des Elektrons.
- Welche der in b) berechneten Wellenzahlen k_x sind angesichts der Randbedingungen zulässig?

Die eindimensionale Betrachtungsweise lässt sich auf den dreidimensionalen Fall übertragen. Betrachtet wird ein quaderförmiger Potenzialtopf mit Seitenlängen L_x, L_y, L_z . Man erhält dann eine Dispersionsrelation der Form

$$W_{\text{3dim}}(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) + W_{\text{Pot}} = \frac{\hbar^2}{2m} |\vec{k}|^2 + W_{\text{Pot}} \quad (2)$$

wobei $k_x = n_x \pi / L_x$, $k_y = n_y \pi / L_y$, $k_z = n_z \pi / L_z$, $n = 1, 2, 3 \dots$

- Welches Volumen ΔV_k nimmt ein Zustand im k -Raum ein? Bestimmen Sie außerdem das k -Raum Volumen V_k , das von Elektronen mit Gesamtenergien $W < W_{\text{max}}$ eingenommen werden kann. Beachten Sie, dass k_x, k_y, k_z nur positive Werte annehmen dürfen; für das Volumen relevant ist also nur der im ersten Oktanten liegende Ausschnitt der sog. Fermikugel.
- Berechnen Sie die Anzahl $N(W_{\text{max}})$ der verfügbaren Zustände, die von Elektronen mit einer maximalen Energie W_{max} eingenommen werden können. Beachten Sie, dass jedes Volumenelement im k -Raum mit zwei Elektronen unterschiedlichen Spins besetzt werden kann.
- Berechnen Sie die Zustandsdichte, also die Zahl der Zustände pro Volumen und Energieintervall, $\rho(W) = \frac{1}{V} \frac{dN(W_{\text{max}})}{dW_{\text{max}}}$, als Ergebnis sollten sie erhalten:

$$\rho(W) = 4\pi \frac{(2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \sqrt{W - W_0} \quad (3)$$

Hinweis: Für das Bonuspunktesystem werden die bearbeiteten Aufgaben unangekündigt drei Mal im Semester **zu Beginn** der jeweiligen Übung eingesammelt. Lösungen, die zu spät abgegeben werden, können nicht berücksichtigt werden. Sollten Sie an einem der Übungstermine verhindert sein, dürfen Ihre Lösungen auch von Kommilitonen abgegeben werden. Außerdem besteht die Möglichkeit, die Lösungen **vor** Beginn der jeweiligen Übung im IPQ Sekretariat (Geb. 30.10, Raum 3.44) abzugeben.

Übungsblatt 2

Aufgabe 1) Kurzfragen zu Kapitel 1-3

- Beschreiben Sie die Unterschiede zwischen Metallen und Halbleitern bezüglich ihrer Bandstruktur und der Lage des Fermi-Niveaus. Welche Konsequenzen ergeben sich daraus für die elektrische Leitfähigkeit und deren Temperaturabhängigkeit?
- Erläutern Sie die Unterschiede zwischen den Halbleitern Silizium und Galliumarsenid im Hinblick auf die Emission und Absorption von Licht.
- Die Fermi-Verteilung kann für Energien weit oberhalb der Fermi-Energie W_F durch die Boltzmann-Verteilung angenähert werden. Berechnen Sie die Energiedifferenz $W - W_F$ in Einheiten von kT , ab welcher der relative Fehler zwischen den Verteilungen weniger als 5% beträgt.
- Wie groß ist die Besetzungswahrscheinlichkeit an der unteren Kante des Leitungsbandes für Silizium ($W_g = 1,12$ eV bei 300 K), wenn das Fermi-Niveau (i) in der Mitte des verbotenen Bandes bzw. (ii) 0,05 eV unterhalb der Leitungsbandkante liegt?
- Erläutern Sie den Unterschied und die Ziele einer Lebensdauerdotierung und einer Leitfähigkeitsdotierung.

Aufgabe 2) Dispersionsrelation für Elektronen im Halbleiter

Gegeben sei eine vereinfachte eindimensionale Dispersionsrelation

$W(k) = \frac{W_0}{2} [1 - \cos(ka)]$ für ein Elektron im Halbleiter. Die Grenzen der ersten Brillouin-Zone sind $k = \pm \pi / a$.

- Berechnen und skizzieren Sie die Gruppengeschwindigkeit des zum Elektron gehörenden Wellenpakets und die effektive Masse m^* als Funktion der Wellenzahl k .
- Zur Zeit $t_0 = 0$ wird ein elektrisches Feld E eingeschaltet. Berechnen Sie die zeitabhängige Wellenzahl $k(t)$ unter der Annahme, dass das Elektron vom Minimum der Bandkante bei $k = 0$ startet. Können Sie eine Aussage über den Ort des Elektrons treffen?
- Betrachten Sie nun ein lokalisiertes Elektron. Dieses wird repräsentiert durch ein Wellenpaket, das zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ im Ortsraum bei $x_0 = 0$ zentriert ist, und dessen mittlerer k -Vektor sich im Impulsraum gemäß der in Teilaufgabe b) berechneten Beziehung entwickelt. Berechnen und skizzieren Sie den mittleren Aufenthaltsort des Elektrons $x(t)$ als Funktion der Zeit. Vernachlässigen Sie dabei ein „Zerfließen“ des Wellenpaketes im Ortsraum infolge unterschiedlicher Anfangsimpulse.

Die vorstehende Betrachtung gilt für ein ideales Kristallgitter, in dem die Wechselwirkung von Elektronen mit dem Gitter vollständig durch die effektive Masse beschrieben werden kann. Im Gegensatz dazu führen bei einem realen Kristall Gitterdefekte und Gitterschwingungen dazu, dass Elektronen durch Wechselwirkung mit dem Gitter Impuls abgeben. Dies lässt sich durch einen zusätzlichen Term in der Bewegungsgleichung für k beschreiben

$$\frac{d(\hbar k)}{dt} = -eE - \frac{\hbar k}{\tau_{LB}}, \quad (1)$$

wobei τ_{LB} die Intrabandimpulsrelaxationszeit des Leitungsbandes ist.

- d) Berechnen Sie den stationären Kristallimpuls $\hbar k_{stat}$ der sich für ein zeitlich konstantes elektrisches Feld einstellt. Berechnen Sie den zugehörigen Zahlenwert für Silizium mit $\tau_{LB} = 0,2$ ps und einem typischen elektrischen Feld von 5 kV/cm und vergleichen Sie diesen mit dem Kristallimpuls am Rand der Brillouin-Zone (die Gitterkonstante von Silizium sei $a = 0,357$ nm). Was bedeutet dies für die parabolische Näherung der Dispersionsrelation?

Übungsblatt 3

Aufgabe 1) Si-Halbleiterprobe

Eine Probe aus Silizium ist n-dotiert mit $n_D = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ und befindet sich auf Raumtemperatur $T = 300 \text{ K}$. Die Eigenleitungsträgerdichte beträgt $n_i = 1.5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

- Nehmen Sie an, dass das Donatorniveau weit oberhalb der Fermi-Energie liegt und dass damit Störstellenerschöpfung vorliegt. Wie groß ist die Majoritäts- und Minoritätsträgerdichte in diesem Fall?
- Nehmen Sie nun an, dass der energetische Abstand zwischen Donatorniveau und Fermi-Niveau nur noch $(W_D - W_F) = 2kT$ beträgt. Wie groß ist die Majoritäts- und Minoritätsträgerdichte jetzt?
- Berechnen Sie für den in b) beschriebenen Fall den Abstand des Fermi-Niveaus von der Leitungsbandkante. Die effektive Zustandsdichte des Leitungsbandes in Silizium beträgt $N_L = 3,2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.
- Berechnen Sie für den in c) genannten Fall die Besetzungswahrscheinlichkeit eines Leitungsbandzustandes an der Bandkante. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Besetzungswahrscheinlichkeit eines Donatorzustandes. Erklären Sie, warum im Leitungsband signifikante Elektronendichten vorliegen, obwohl dieses energetisch sogar noch über den quasi unbesetzten Donatoren liegt.

Aufgabe 2) Fermi-Niveau und Trägerverteilung

Es werden die Besetzungswahrscheinlichkeiten für Elektronen im Leitungsband und Löcher im Valenzband von einem Material im thermischen Gleichgewicht betrachtet. Man findet in dem betrachteten Material, dass die Besetzungswahrscheinlichkeit für Elektronenzustände an der Leitungsbandkante gerade gleich groß ist wie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Zustand, der kT unterhalb der Valenzbandkante liegt, mit einem Loch besetzt ist. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Boltzmann-Näherung gültig ist.

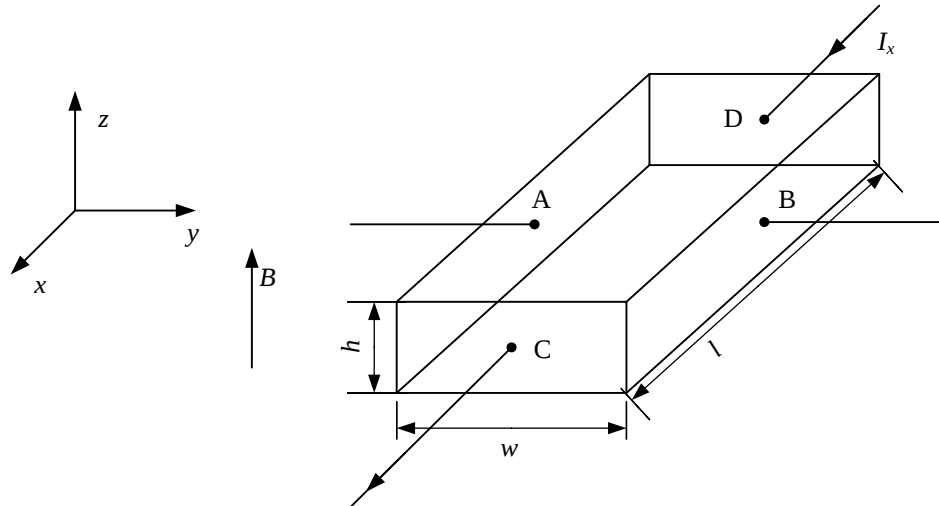
Berechnen Sie die Lage des Fermi-Niveaus relativ zur Mitte der Bandlücke. Gesucht ist ein formaler Ausdruck. Welche zwei Gründe gibt es, warum für Temperaturen $T > 0 \text{ K}$ das Fermi-Niveau von der Mitte der Bandlücke abweichen kann?

Aufgabe 3) Maximum der Elektronenverteilung

Wenn man die Zustandsdichte und die Besetzungswahrscheinlichkeiten für Elektronen im Leitungsband kennt, kann man die Verteilung der Elektronen als Funktion der Energie berechnen. Wie weit ist das Maximum dieser Verteilung von der Leitungsbandkante entfernt? Gesucht ist ein formaler Ausdruck. Gehen Sie davon aus, dass die Boltzmann-Näherung gültig ist.

Aufgabe 4) Hall-Effekt

Gegeben sei ein dotierter Halbleiter mit Breite $w = 2 \text{ mm}$, Höhe $h = 1 \text{ mm}$ und Länge $l = 5 \text{ mm}$. Es liegt ein Magnetfeld mit einer Flussdichte $B = 40 \text{ mT}$ in z -Richtung vor (siehe Skizze) und es fließt ein Strom $I_x = 10 \text{ mA}$ der Länge nach in $+x$ -Richtung durch den Halbleiter. Zwischen den Seitenflächen A und B wird eine Spannung $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B = 1 \text{ mV}$ gemessen, während die Spannung zwischen den Flächen D und C $U_{DC} = 500 \text{ mV}$ beträgt.



- Welche Art der Dotierung liegt im Halbleiter vor?
- Berechnen Sie die Beweglichkeit der Majoritätsträger in dieser Probe. Wie groß ist die Ladungsträgerdichte?
- Berechnen Sie die sich im stationären Zustand einstellende Hall-Spannung für den Fall eines undotierten Halbleiters bei dem Elektronen und Löcher unterschiedliche Beweglichkeiten aufweisen. Gehen Sie davon aus, dass die y -Komponente J_y der Stromdichte den Wert null annimmt, da sich Elektronen- und Löcherströme gerade kompensieren. Gehen Sie davon aus, dass die Ladungsträgerdichte im Halbleiter konstant ist und somit keine Diffusionsströme auftreten.

Übungsblatt 4

Aufgabe 1) Driftstrom in einem dotierten Halbleiter

Wir betrachten ein Halbleiterstäbchen aus Silizium der Länge $l = 8 \mu\text{m}$. Die Stirnflächen haben die Dimensionen $3 \mu\text{m} \times 4 \mu\text{m}$. Der Halbleiter sei mit $2,5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ Bor-Atomen und mit $2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$ Arsen-Atomen dotiert. Die effektive Masse der Elektronen und Löcher sei $1,55 \cdot m_0$ und $1,13 \cdot m_0$, wobei m_0 die freie Elektronenmasse ist. Es gilt Störstellenerschöpfung. Die Bandlücke ist $W_g = 1,12 \text{ eV}$, die Temperatur $T = 300 \text{ K}$.

- Bestimmen Sie die Ladungsträgerkonzentrationen für Elektronen und Löcher. Berechnen Sie dazu die äquivalenten Zustandsdichten und bestimmen Sie daraus n_i .
- Zeichnen Sie das Banddiagramm mit Fermi-Niveau und den Energieniveaus der Dotieratome. Steht die Lage des Fermi-Niveaus im Einklang mit der Annahme, dass Störstellenerschöpfung vorliegt? Begründen Sie Ihre Antwort. Entnehmen Sie die Werte für die Störstellenniveaus aus den Vorlesungsfolien.

Die Abhängigkeit der Ladungsträger-Driftgeschwindigkeit von der angelegten Feldstärke ist in Silizium gegeben durch die Beziehung

$$v_{n,p} = \frac{v_s}{\left[1 + (E_0 / E)^\gamma\right]^{1/\gamma}},$$

wobei die Sättigungsgeschwindigkeit $v_s = 1 \cdot 10^7 \text{ cm/s}$ beträgt, sowie für Elektronen und Löcher jeweils gelten: $E_{0,n} = 7 \cdot 10^3 \text{ V/cm}$, $E_{0,p} = 2 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ und $\gamma_n = 2$, $\gamma_p = 1$.

- Berechnen Sie die Beweglichkeit der Elektronen und Löcher, also den Quotienten aus dem Betrag der Driftgeschwindigkeit und dem Betrag des elektrischen Feldes im Grenzfall kleiner Feldstärken.
- Es wird nun eine Spannung $U = 60 \text{ V}$ zwischen den Stirnflächen angelegt. Bestimmen Sie die Driftgeschwindigkeiten der Elektronen und Löcher. Prüfen Sie dabei, ob die Geschwindigkeiten sich in der Nähe der Sättigungsdriftgeschwindigkeiten bewegen.
- Welcher Gesamtstrom fließt durch das Stäbchen?

Aufgabe 2) Dynamik von Überschussladungsträgerdichten in Silizium

Ein nicht geerdetes n-dotiertes Silizium-Bauteil ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $n_D = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_p = 460 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_n = 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$) werde einmal kurz einem Lichtimpuls ausgesetzt. Der Lichtblitz generiert eine Überschusssträgerdichte von $n' = p' = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, welche sich gleichmäßig über das ganze Bauteil verteilt. Die Dauer des Lichtblitzes sei sehr kurz und ist zu vernachlässigen. Es gilt Störstellenerschöpfung.

- Handelt es sich hier um „schwache Injektion“ (*low-level injection*) oder „Hochinjektion“ (*high-level injection*)?
- Wie groß ist die relative Leitfähigkeitsänderung der Probe unmittelbar nach dem Lichtblitz? Geben Sie einen formalen Ausdruck sowie einen numerischen Wert an.

- c) Die zeitliche Änderung der Überschusssträgerdichten wird durch die Differenz der Generationsrate g und der Rekombinationsrate r bestimmt. Im Folgenden werden nur spontane Prozesse berücksichtigt. In diesem Fall gilt: $r_{sp} - g_{sp} = B \cdot n_n p_n - B \cdot n_i^2$. Zeigen Sie, dass näherungsweise gilt: $r_{sp} - g_{sp} = p' / \tau_{sp}$. Drücken Sie τ_{sp} durch die Größen B und die Ladungsträgerkonzentration im thermischen Gleichgewicht n_{th} aus.
- d) Der Halbleiter soll zusätzlich tiefe Störstellen aufweisen, über die Shockley-Read-Hall Rekombination stattfindet. In diesem Fall ist die Netto-Rekombinationsrate gegeben durch

$$r_t - g_t = \frac{n_n \cdot p_n - n_i^2}{(n_n + n_{th}') \tau_p + (p_n + p_{th}') \tau_n},$$

wobei die Hilfsgrößen n_{th}' und p_{th}' gegeben sind durch

$$n_{th}' = n_{th} \exp\left(\frac{W_T - W_F}{kT}\right) \text{ und } p_{th}' = p_{th} \exp\left(\frac{W_F - W_T}{kT}\right).$$

Vereinfachen Sie den Ausdruck für den vorliegenden Fall und unter der Annahme $W_F - W_T = 10kT$ und zeigen Sie, dass sich die Rekombinationsrate schreiben lässt als

$$r_t - g_t = \frac{p'}{\tau_{SRH}}, \text{ wobei } \tau_{SRH} = \tau_p \text{ ist. Nehmen Sie an, dass die Parameter } \tau_n \text{ und } \tau_p \text{ in der}$$

gleichen Größenordnung liegen.

- e) Schreiben Sie nun die Differentialgleichung auf, welche den zeitlichen Zerfall der Überschuss-Ladungsträgerkonzentration beschreibt und geben Sie die formale Lösung der Differentialgleichung an. Berücksichtigen Sie dabei sowohl nicht-strahlende (Shockley-Read-Hall, Lebensdauer τ_{SRH}) als auch strahlende Prozesse (spontane Emission, Lebensdauer τ_{sp}).
- f) Skizzieren Sie die Entwicklung der Überschuss-Ladungsträgerkonzentrationen in der Probe als Funktion der Zeit. Skizzieren Sie außerdem qualitativ den zeitlichen Verlauf der Überschuss-Ladungsträgerkonzentration für den Fall, dass ein zweiter Lichtblitz auf die Probe trifft, bevor die Überschussladungsträger abgeklungen sind.

Übungsblatt 5

Aufgabe 1) Generation und Rekombination

Gegeben ist ein mit einer Donatorendichte von $n_D = 1 \cdot 10^{15} \text{cm}^{-3}$ dotierter Silizium-Halbleiter bei $T = 300 \text{ K}$ mit der Eigenleitungsträgerdichte $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$. Die Ladungsträgerbeweglichkeiten sind $\mu_n = 1200 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$, $\mu_p = 500 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$. Durch Lichteinstrahlung werden räumlich homogen Trägerpaare erzeugt mit einer Generationsrate

$$g = \begin{cases} \frac{g_L}{3} & \text{für } t < 0 \\ g_L & \text{für } t > 0 \end{cases}$$

wobei $g_L = 2 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ ist. Spontane Prozesse dominieren die Ladungsträgerrekombination. Im Falle von schwacher Injektion weisen die Minoritätsträger eine Lebensdauer von $\tau_{\min} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ auf. Nehmen Sie an, dass Störstellenerschöpfung gilt.

- Stellen Sie die Differentialgleichung für den zeitlichen Verlauf der Überschusskonzentrationen n' und p' für den Fall auf, dass schwache Injektion vorliegt. Schätzen Sie ab, ob unter den gegebenen Beleuchtungsbedingungen die Annahme schwacher Injektion tatsächlich gerechtfertigt ist.
- Berechnen Sie die stationären Überschusskonzentrationen für die oben angegebene Beleuchtungsstärke für $t < 0$ und $t > 0$.
- Bei angelegter äußerer Spannung wird der Strom durch den Halbleiter gemessen. Handelt es sich bei diesem gemessenen Strom um einen Driftstrom, einen Diffusionsstrom oder eine Kombination aus beiden? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Berechnen Sie das Verhältnis aus Dunkelstrom ($g_L = 0$) und stationärem Strom bei $g = g_L$?

Aufgabe 2) Diffusion im stationären Zustand

Eine p-dotierte GaAs-Probe ($n_A = 2,5 \cdot 10^{17} \text{cm}^{-3}$) der Länge $l = 1 \text{ mm}$ wird bei Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$) von links mit Licht der Photonenenergie 2 eV und konstanter Intensität bestrahlt. Die Beweglichkeiten für Elektronen und Löcher betragen $\mu_n = 8000 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$ und $\mu_p = 400 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$. Die Minoritätsträgerlebensdauer beträgt $\tau_n = 5 \text{ ns}$. Die elektrische Permittivität von GaAs beträgt $\epsilon_r = 12,9$.

- Schätzen Sie mit Hilfe des Absorptionskoeffizienten α von GaAs ab (siehe Vorlesungsfolien), ob starke oder schwache Absorption vorliegt.
- Berechnen Sie die Diffusionslänge L_n der Minoritätsträger im Halbleiter.
- Durch die Bestrahlung wird am linken Rand ($x = 0$) eine lokale Minoritätsträgerüberschussdichte von $n_p'(0) = 5 \cdot 10^{14} \text{cm}^{-3}$ erzeugt. Berechnen und skizzieren Sie die stationäre Überschussträgerdichte $n_p'(x)$.
- Welcher stationäre Majoritätsträgerüberschuss $p_p'(x)$ stellt sich ein? Begründen Sie Ihre Antwort vor dem Hintergrund dielektrischer Relaxationsprozesse.

- e) Berechnen Sie die Diffusionsströme von Minoritäts- und Majoritätsladungsträgern unter Annahme der in b) und c) erhaltenen Verteilungsprofile. Im stationären Zustand verschwindet der Gesamtstrom. Berechnen Sie den Feldstrom der Majoritätsträger unter der Annahme, dass der Feldstrom der Minoritätsträger vernachlässigbar ist.
- f) Berechnen Sie das elektrische Feld aus dem Feldstrom in der Probe und den Verlauf der Raumladungsdichte $\rho(x)$, der benötigt wird, um dieses Feld zu erzeugen. Vergleichen Sie die Größe ρ/e mit den Überschussdichten der Minoritäts- bzw. Majoritätsträger. Überprüfen Sie daraufhin Ihre Vorgehensweise in Teilaufgabe c).

Übungsblatt 6

Aufgabe 1) pn-Übergang

An einer GaAs pn-Struktur stellt sich bei Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$) eine Diffusionsspannung von $U_D = 1,2 \text{ V}$ ein. Ohne angelegte äußere Spannung erstrecken sich nur 20% der Raumladungszone ins p-Gebiet. Die Eigenleitungsträgerdichte ist $n_i = 2,24 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}$ und die Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r = 12,9$. Es gilt Störstellenerschöpfung. Nehmen Sie an, dass die Dotierungen im p- und n-Halbleiter jeweils konstant sind (abrunder pn-Übergang) und dass die Schottky-Näherung verwendet werden kann.

- Bestimmen Sie die Dotierung n_D des n-dotierten Bereiches und die Dotierung n_A des p-dotierten Bereiches.
- Berechnen Sie die Gesamtlänge l der Raumladungszone.
- Berechnen Sie den Betrag der maximalen elektrischen Feldstärke.
- Überprüfen Sie ob die Annahme der Schottky-Näherung gerechtfertigt ist. Vergleichen Sie dazu die Debye-Länge im p- und n-Halbleiter mit den jeweiligen Längen der Raumladungszonen.

Aufgabe 2) pn-Übergang mit stetiger Dotierung

Das Dotierungsprofil in einer symmetrisch dotierten pn-Schicht hat einen stetigen Übergang (siehe Fig. 1). Die Weite der Raumladungszone ist gegeben durch l und die Weite des linearen Bereichs durch w . An dem pn-Übergang liegt eine so hohe Sperrspannung an, dass sich die Raumladungszone bis in die homogen dotierten Bereiche ($l > w$) ausdehnt. Die Diffusionsspannung ist vernachlässigbar. Die Schottky-Näherung kann verwendet werden.

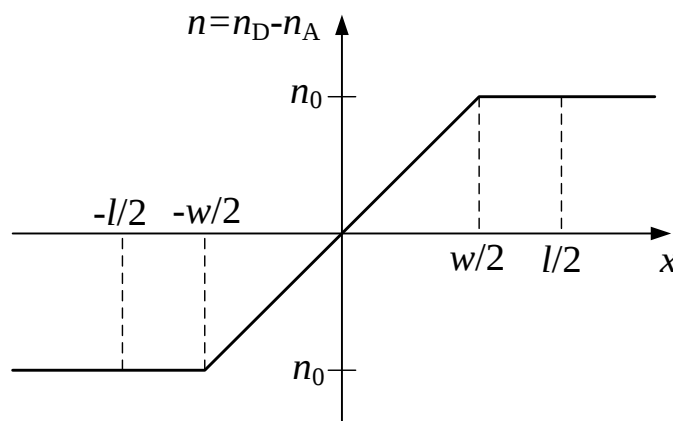


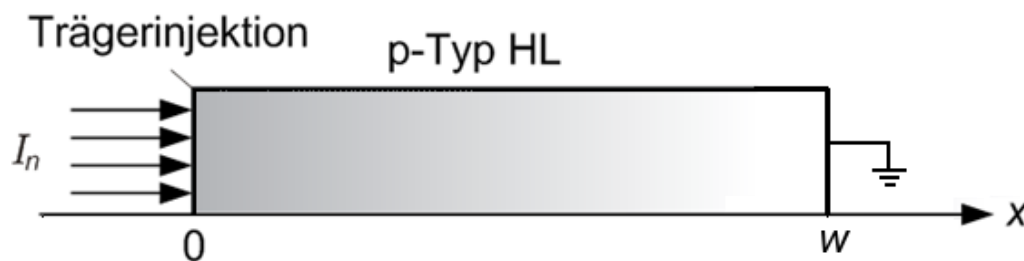
Fig. 1: Dotierprofil des symmetrischen, stetigen pn-Übergangs. l ist die Weite der Raumladungszone, w die Weite des Bereichs mit linearer Dotierstoffkonzentrationsänderung.

- Berechnen und skizzieren Sie den Verlauf der Raumladung und der Feldstärke.
- Berechnen Sie die Potentialdifferenz U zwischen p- und n-Seite bei gegebener Raumladungszonenweite $l > w$. Bestimmen Sie daraus die Weite der Raumladungszone als Funktion der Spannung.
- Geben Sie die maximale Feldstärke in Abhängigkeit von der Spannung an.
- Überprüfen Sie die erhaltenen Formeln durch Vergleich mit den Formeln für den abrupten pn-Übergang ($w \rightarrow 0$) und weisen Sie anhand der Skizze aus a) nach, dass bei gleicher maximaler Feldstärke am abrupten pn-Übergang eine kleinere Spannung anliegt als am stetigen Übergang.

Übungsblatt 7

Aufgabe 1) Diffusionszone und Diffusionskapazität

Gegeben ist ein Siliziumstab der Länge w und Stirnfläche $A = 10 \mu\text{m}^2$ bei Raumtemperatur $T = 300 \text{ K}$. Er ist p-dotiert mit einer Dichte von $n_A = 7,5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, die Eigenleitungsdichte beträgt $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und die relative Permittivität ist $\epsilon_r = 12$. An der Stelle $x = 0$ werden von links Minoritätsträger injiziert, so dass am Rand des Stabes eine Elektronen-Überschusssträgerdichte $n'_p(0) = 2 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ entsteht. Auf der gegenüberliegenden Seite bei $x = w$ ist der Stab geerdet, so dass dort Löcher nachfließen können, welche die Ladung der Elektronen kompensieren. Es gilt Störstellenerschöpfung, die Minoritätsträgerlebensdauer ist $\tau = 7 \mu\text{s}$ und die Diffusionskonstante beträgt $D_n = 8 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$.



- Berechnen und skizzieren Sie den räumlichen Verlauf der Überschussminoritätsträgerdichte $n'_p(x)$ für ein Bauteil der Länge $w = 500 \mu\text{m}$. Prüfen Sie zunächst, ob eine lange oder kurze Diffusionszone vorliegt.
- Berechnen Sie die Debye-Länge im Halbleiter und beschreiben Sie den räumlichen Verlauf der Überschussmajoritätsträgerdichte $p'_p(x)$. Begründen Sie Ihr Vorgehen.
- Aufgrund der injizierten Minoritätsträger liegt kein thermisches Gleichgewicht vor und die Verteilung der Elektronen und Löcher muss nun durch Quasi-Ferminiveaus beschrieben werden. Berechnen Sie den energetischen Abstand eU der Quasi-Ferminiveaus an der Stelle $x = 0$, wobei U die mit der Trägerinjektion verknüpfte äquivalente Spannung bezeichnet. Bei einem pn-Übergang entspricht die äquivalente Spannung gerade der an den Übergang angelegten technischen Spannung.
- Berechnen Sie den Verlauf der Elektronenstromdichte $J_n(x)$.
- Berechnen Sie die spannungsabhängige Ladung $Q(U)$, die in der Diffusionszone in Form von Überschussminoritätsträgern gespeichert ist. Betrachten Sie einen festen Arbeitspunkt $U = U_0$ der äquivalenten Spannung und berechnen Sie die Änderung ΔQ der in der Diffusionszone gespeicherten Ladung für kleine Spannungsänderungen ΔU . Linearisieren Sie dazu die Beziehung $Q(U)$ im Arbeitspunkt U_0 . Vergleichen Sie den Quotienten $\frac{\Delta Q}{\Delta U}$ nun mit der im externen Stromkreis wirksamen Diffusionskapazität C_D , wie sie in den Vorlesungsfolien beschrieben ist. Wie ist es zu erklären, dass der aus der internen Ladungsänderung hergeleitete Ladungs-Spannungs-Quotient doppelt so groß ist wie die Diffusionskapazität C_D , die sich auf den externen Ladungsfluss bezieht?

Bitte wenden →

Aufgabe 2) pn-Übergang

Gegeben ist eine pn-Diode, deren p-Seite mit einer Akzeptorendichte von $n_A = 2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ und deren n-Seite mit einer Donatorendichte von $n_D = 5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ dotiert sind. Das gesamte Bauteil ist aus Silizium ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 12$) gefertigt und wird bei Raumtemperatur ($T = 300\text{K}$) betrieben. Es gelten Störstellenerschöpfung und Schottky-Näherung.

- Berechnen Sie die Diffusionsspannung U_D , die sich zwischen p- und n-Gebiet einstellt.
- Skizzieren Sie den Verlauf der Raumladungsdichte $\rho(x)$ unter der Annahme der Schottky-Näherung. Berechnen Sie den Verlauf des elektrischen Feldes $E(x)$, wobei Sie für die Ausdehnungen der Raumladungszone (RLZ) in das p- und n-Gebiet zunächst die unbekannten Größen l_p und l_n annehmen. Berechnen Sie aus der elektrischen Feldstärke das Potential $\varphi(x)$. Gehen Sie davon aus, dass der Potentialnullpunkt bei $x = -l_p$ liegt und dass dort auch das elektrische Feld verschwindet. Beachten Sie, dass sowohl das elektrische Feld als auch das Potential bei $x = 0$ stetig sein müssen.
- Die Potentialdifferenz zwischen p- und n-Gebiet muss gerade U_D betragen. Berechnen Sie daraus die Gesamtlänge l der Raumladungszone und ihre jeweilige Ausdehnung in die n- und p-Halbleiter.
- Skizzieren Sie das Banddiagramm für den Fall des thermischen Gleichgewichts. Dieses sollte die Fermi-Energie W_F und den Verlauf der Bandkanten $W_{L,V}(x)$ enthalten.
- Die Diode wird nun mit einer Spannung von $U = -4,5\text{V}$ betrieben (Sperrrichtung). Wie groß ist die RLZ jetzt? Skizzieren Sie das Banddiagramm im Sperr-Betrieb und beschreiben Sie den Unterschied zu Ihrer Zeichnung aus d). Zeichnen Sie die Quasi-Fermi-Niveaus W_{Fn} und W_{Fp} sowie die äußere Spannung U ein.
- Die Diode wird mit einer Spannung $U = +0,6\text{V}$ betrieben (Flussrichtung). Wie groß ist die RLZ jetzt? Skizzieren Sie wiederum das Banddiagramm. Beschreiben Sie den Unterschied zu Ihrer Zeichnung aus d). Zeichnen Sie die Quasi-Fermi-Niveaus W_{Fn} und W_{Fp} sowie die äußere Spannung U ein.

Übungsblatt 8

Aufgabe 1) pn-Diode

Eine ideale, lange pn-Siliziumdiode ist auf der n-Seite ($x \geq 0 \mu\text{m}$) mit einer Donatordichte von $n_D = 1 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ und auf der p-Seite mit Akzeptordichte $n_A = 2,5 \cdot 10^{18} \text{cm}^{-3}$ dotiert. Der pn-Übergang liegt bei $x=0 \mu\text{m}$ und kann als abrupt angenommen werden. Die Eigenleitungsträgerdichte beträgt $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{cm}^{-3}$, die Dielektrizitätskonstante $\epsilon_r = 12$, die Minoritätsträgerlebensdauern sind $\tau_p = 0,1 \mu\text{s}$ und $\tau_n = 0,05 \mu\text{s}$, die Diffusionskonstanten betragen $D_n = 5 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ und $D_p = 5 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$. Führen Sie alle Rechnungen in eindimensionaler Näherung bei $T = 300 \text{K}$ und unter der Annahme von Störstellenerschöpfung durch.

- a) Skizzieren Sie die Elektronen- und Löcherdichten n und p als Funktion des Ortes x über das gesamte Bauteil für die folgenden Fälle:
- Ohne externe angelegte Spannung $U = 0 \text{ V}$.
 - Für eine extern angelegte Durchlassspannung $U > 0$, wobei $U < U_D$
 - Für eine extern angelegte Sperrspannung $U < 0$.

Verwenden Sie für die Ordinate einen logarithmischen Maßstab.

Im Folgenden liegt eine Spannung von $U = 0,2 \text{ V}$ in Durchlassrichtung an.

- b) Berechnen Sie Diffusionsspannung U_D und die Gesamtlänge l der Raumladungszone (RLZ) unter dem Einfluss der angelegten Vorwärtsspannung. Nehmen Sie hierzu die Schottky-Näherung an.
- c) Berechnen Sie den Verlauf der Minoritätsträgerdichten außerhalb der RLZ. Wie groß sind die Minoritätsträgerdichten an den Rändern der RLZ?
- d) Berechnen Sie die Position $x_{n,BG}$, bei der im n-dotierten Teil der Diode das n-Bahngebiet beginnt. Der Beginn des Bahngebietes ist so definiert, dass die Überschuss-Minoritätsträgerdichte $p_n'(x_{n,BG})$ an dieser Position genau den Wert der ungestörten Minoritätsträgerdichte p_{n0} annimmt. Vergleichen Sie die Länge des Diffusionsgebiets mit der Länge der RLZ.
- e) Leiten Sie einen Ausdruck für die stationäre Löcherverteilung p_n als Funktion von x in der RLZ des n-Gebietes her. Nehmen Sie dazu an, dass die oben angegebene Vorwärtsspannung $U = 0,2 \text{ V}$ anliegt und, dass das Quasi-Fermi-Niveau W_{Fn} für Elektronen in der RLZ des n-Gebietes konstant ist. Verwenden Sie zur Herleitung den in der Vorlesung hergeleiteten Verlauf des Potentials $\varphi(x)$.
Legt die Berechnung die Gültigkeit der Schottky-Näherung nahe? Wie würde sich dieser Sachverhalt qualitativ ändern falls eine größere Vorwärtsspannung U angelegt werden würde?
- f) Berechnen Sie die Löcherstromdichte J_p und die Elektronenstromdichte J_n bei $x = 30 \mu\text{m}$ für den in Aufgabenteil b) angegebenen Vorwärtsbetrieb.

Bitte wenden →

Aufgabe 2) Durchbruchmechanismen an pn-Übergängen

- a) Welche Effekte können den Durchbruch einer in Sperrrichtung betriebenen Diode bewirken? Beschreiben Sie die physikalischen Ursachen dieser Effekte und geben Sie an, ob und in welcher Weise diese Durchbruchmechanismen von der Feldstärke, der Weite der Raumladungszone und der Temperatur abhängen.

Bei pn-Übergängen in Silizium ($n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $\epsilon_r = 12$) kommt es typischerweise bei Feldstärken von ca. $E_Z = 5 \cdot 10^5 \text{ V/cm}$ zu einem Zenerdurchbruch. Im Folgenden soll ein pn-Übergang in Silizium betrachtet werden mit den Dotierungsdichten $n_A = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ und $n_D = 1 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Die Raumladungszone erstreckt sich von $x = -l_p$ bis $x = l_n$.

- b) Berechnen Sie die Durchbruchspannung des Bauteils bei Raumtemperatur $T = 300\text{K}$ unter der Annahme, dass tatsächlich ein Zenerdurchbruch vorliegt. Berechnen Sie für diese Spannung die Länge der RLZ.
- c) Überprüfen Sie ob die Annahme eines Zenerdurchbruchs aus Aufgabenteil b) gerechtfertigt war und ob ein Lawinendurchbruch mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann. Der für den zusätzlichen Strom in Folge von Ladungsträgergeneration durch Stoßionisation maßgebliche Faktor ist

$$F = \int_{-l_p}^{l_n} \alpha(E(x)) dx,$$

wobei α der Ionisationskoeffizient der stärker ionisierenden Trägersorte ist. Für einen Lawinendurchbruch muss $F > 1$ gelten. Schätzen Sie das gegebene Integral F nach oben ab: Nehmen Sie dazu an, dass in der gesamten Raumladungszone ein konstantes Feld E_Z anliegt und beachten Sie nur die Ionisation durch Elektronen. Der Ionisationskoeffizient für Elektronen beträgt bei dieser Feldstärke $\alpha_n(E_Z) = 10^5 \text{ cm}^{-1}$.

- d) Mit der Abschätzung aus Aufgabenteil c) liegt F nahe an eins. Erklären Sie unter Verwendung von Abb. 1, warum ein Lawinendurchbruch trotzdem ausgeschlossen werden kann und somit ein Zenerdurchbruch vorliegt. Beachten Sie den tatsächlichen (nicht konstanten) Verlauf des E-Feldes in der RLZ sowie die Abhängigkeit des Ionisationskoeffizienten α von der Feldstärke. Beachten Sie weiterhin die Unterschiede der Ionisationskoeffizienten für Elektronen und Löcher im verwendeten Material.

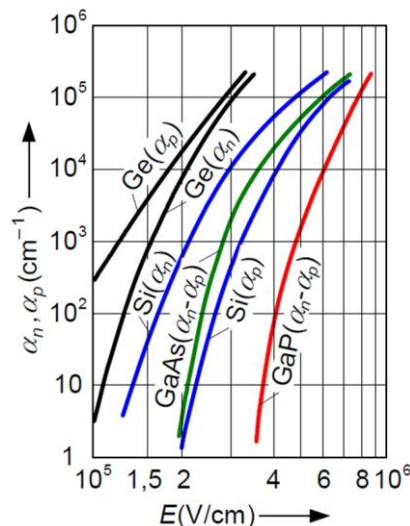


Abb. 1: Gemessene Ionisationskoeffizienten für Lawinenmultiplikation als Funktion der Feldstärke.
(aus Müller, R.: Grundlagen der Halbleiter-Elektronik, Springer, 1984)

Übungsblatt 9

Aufgabe 1: p-i-n-Diode

Eine p-i-n-Fotodiode besteht aus einem $w_i = 10 \mu\text{m}$ langen undotierten Gebiet, das sich zwischen einem p- und n-Gebiet von jeweils 500 nm Länge befindet, siehe Abbildung 1. Die Akzeptor- und Donatorkonzentrationen im p- und n-Gebiet sind $n_D = n_A = 4,5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Die Metallkontakte an beiden Seiten sind ohmsche Kontakte und über den Außenkreis leitend miteinander verbunden. Die Eigenleitungsträgerdichte ist $n_i = 1,5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und es gilt Störstellenerschöpfung. Der Einfluss der Metallkontakte ist vernachlässigbar. Für die RLZ in den dotierten Bereichen kann die Schottky-Näherung angenommen werden. Die Dielektrizitätskonstante des Halbleiters ist $\epsilon_r = 12$, und der Betrieb sei bei Raumtemperatur $T = 300 \text{ K}$.

- Berechnen Sie die Diffusionsspannung zwischen n- und p- Gebiet.
- Leiten Sie einen formalen Ausdruck für den Verlauf des elektrischen Feldes über der Ortskoordinate x ($x = 0$ sei am p-i-Übergang) her. Verwenden Sie dabei die zunächst noch unbekannten Parameter l_n und l_p für die Ausdehnungen der Raumladungszone im n- und p-Bereich. Skizzieren Sie den Verlauf des elektrischen Feldes als Funktion des Ortes x .
- Berechnen Sie die Ausdehnungen l_n und l_p der beiden Raumladungszonen in die dotierten Bereiche. Verwenden Sie dazu die in Aufgabenteil a) berechnete Diffusionsspannung U_D . Wie groß ist die maximal auftretenden Feldstärke E_{max} ?
- Welcher Vorteil ergibt sich für die p-i-n-Diode als Fotodiode gegenüber einer p-n-Diode ohne i-Schicht?

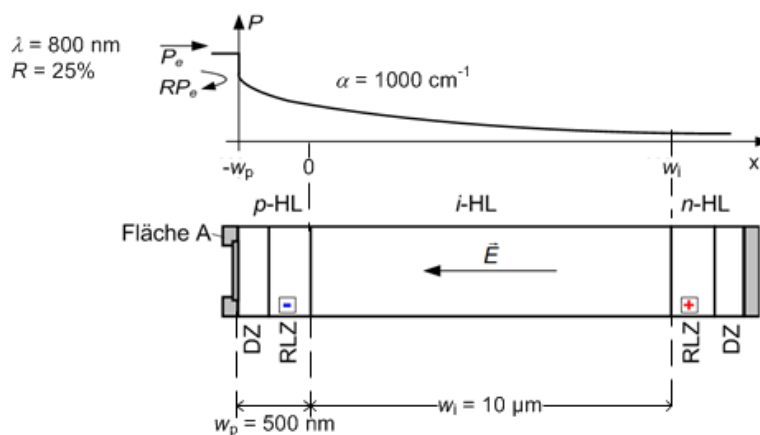


Abb. 1: p-i-n-Diode. Oben: Optischer Leistungsabfall über die Tiefe. Unten: Querschnittszeichnung der p-i-n-Diode.

In der undotierten Zone werden durch Lichteinstrahlung mit einer externen Lichtleistung von $P_e = 100 \mu\text{W}$ bei einer Wellenlänge von $\lambda = 800 \text{ nm}$ Ladungsträgerpaare erzeugt, so dass sich ein stationärer Strom I_P im Außenkreis einstellt. Der Absorptionskoeffizient des Materials beträgt $\alpha = 1000 \text{ cm}^{-1}$ und der Leistungsreflektionsfaktor an der Oberfläche des Halbleiters beträgt $R = 25\%$.

- Berechnen Sie den Quantenwirkungsgrad $\eta = (|I_P|/e)/(P_e/hf)$ und die Empfindlichkeit (Responsivity) $\mathfrak{R} = |I_P|/P_e$ der Photodiode. Nehmen Sie dazu an, dass jedes im Innern des intrinsischen Bereichs absorbierte Photon ein Elektron-Loch-Paar erzeugt, das zum Photostrom beiträgt. Welcher Strom stellt sich bei einer einfallenden Leistung von $P_e = 100 \mu\text{W}$ ein?

Aufgabe 2: Varaktordiode

Varaktordioden werden als variable Kapazitäten in HF-Schaltungen eingesetzt. Dabei lässt sich der funktionale Zusammenhang zwischen angelegter Spannung und HF-Kapazität durch das Dotierprofil einstellen. Im vorliegenden Fall soll eine einseitig abrupt dotierte n+p-Siliziumdiode mit hoher räumlich konstanter n-Dotierung und geringerer, räumlich variabler p-Dotierung betrachtet werden. Das Dotierprofil sei gegeben durch:

$$n_D - n_A = \begin{cases} n_D & x < 0 \\ -K \cdot \delta^{-3/2} & 0 \leq x \leq \delta \\ -K \cdot x^{-3/2} & \delta < x \end{cases}$$

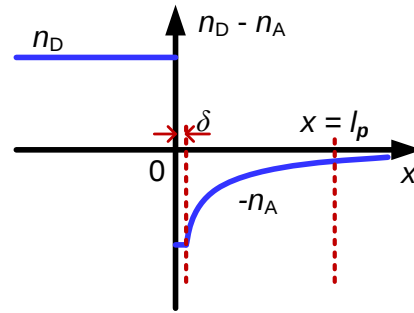


Fig. 2: Dotierprofil der Varaktor Diode

Die Diode sei in Sperrrichtung vorgespannt. Die Raumladungszone im p-dotierten Gebiet erstreckt sich bis zu $x = l_p$, wobei $l = l_n + l_p$ die Länge der gesamten Raumladungszone bezeichnet. Gehen Sie davon aus, dass die Länge l_n der RLZ im n^+ -Gebiet vernachlässigbar klein gegenüber der Länge $l_p \approx l \gg \delta$ im p-Gebiet ist. Verwenden Sie im Folgenden die Schottky-Näherung und gehen Sie davon aus, dass Störstellenerschöpfung gilt.

- Bestimmen Sie die ortsabhängige Feldstärke $E(x)$ im Bereich $\delta < x \leq l$. Nutzen Sie dabei die Tatsache, dass das E-Feld außerhalb der Raumladungszone verschwindet, d.h. $E(x) = 0$ für $x > l$.
- Bestimmen Sie das ortsabhängige elektrische Potential $\varphi(x)$ im Bereich $\delta < x \leq l$. Es soll $\lim_{\delta \rightarrow 0} \varphi(\delta) = 0$ gelten. Zeigen Sie, dass für das Potential $\varphi(l)$ am rechten Rand folgende Beziehung gilt:

$$\varphi(l) = -\frac{2eK}{\epsilon_0 \epsilon_r} \sqrt{l}$$

- Das Potential am rechten Rand der Raumladungszone entspricht der Differenz zwischen der angelegten Spannung U und der Diffusionsspannung U_D , $\varphi(l) = U_D - U$. Berechnen Sie daraus die Sperrschichtkapazität $C_s = \epsilon_0 \epsilon_r A / l$ in Abhängigkeit von $U_D - U$.
- Berechnen Sie die Resonanzfrequenz eines Reihenschwingkreises bestehend aus einer Induktivität L und einer in Sperrrichtung vorgespannten Varaktordiode mit der Sperrschichtkapazität C_s in Abhängigkeit von $U_D - U$.

Übungsblatt 10

Aufgabe 1) p-n-Laserdiode

Eine p-n-Laserdiode sei als Heterostruktur aufgebaut, d.h. auf der p- und n-Seite werden Materialien mit unterschiedlichen Bandabständen verwendet. Die p-Seite besteht aus GaAs mit einem Bandabstand $W_{G1} = 1,4 \text{ eV}$ und ist mit einer Akzeptordichte $n_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ dotiert. Die Dielektrizitätszahl beträgt $\epsilon_{r1} = 12,9$. Die n-Seite besteht aus GaAlAs mit $W_{G2} = 1,8 \text{ eV}$ und ist mit einer Donatordichte $n_D = 5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ dotiert. Die Dielektrizitätszahl beträgt $\epsilon_{r2} = 11,5$. Im sogenannten Flachbandfall wird eine äußere Spannung so angelegt, dass die Bänder am Übergang nicht verbogen sind, siehe Abb 1.

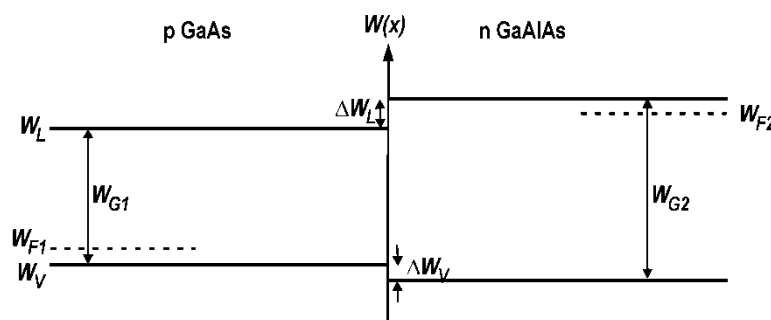


Abb. 1: Schematische Darstellung des Flachbandfalles einer p-n-Laserdiode die als Heterostruktur aufgebaut ist

Die Leitungsbandkante erfährt am abrupten Übergang einen Sprung $\Delta W_L = 0,26 \text{ eV}$, die Valenzbandkante einen Sprung $\Delta W_V = 0,14 \text{ eV}$. Die Temperatur beträgt $T = 300 \text{ K}$. Die äquivalenten Zustandsdichten des Leitungsbandes und Valenzbandes seien für die p-Seite $N_{L,1} = 4,7 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ und $N_{V,1} = 9 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$; für die n-Seite betragen die äquivalenten Zustandsdichten $N_{L,2} = 6,5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ und $N_{V,2} = 1,1 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Es gilt Störstellenerschöpfung.

- Skizzieren Sie unter Angabe der entsprechenden Gleichungen die Verläufe der Raumladungsdichte $\rho(x)$, des elektrischen Feldes $E(x)$, des Potentials $\varphi(x)$ und die Bandverläufe $W_{L,V}(x)$ für den Fall, dass keine äußere Spannung angelegt ist. Es gelte die Schottky-Näherung. Beachten Sie beim Skizzieren des elektrischen Feldes die Randbedingung an der Materialgrenzfläche.
- Betrachten Sie nun den Flachbandfall und skizzieren Sie den Verlauf der Quasi-Ferminiveaus im p-n-Übergang. Markieren Sie die Raumladungs- und Diffusionsgebiete. Welche Spannung muss an die Diode angelegt werden, damit es zum Flachbandfall kommt? Wo muss der „+“-Pol der Spannung angelegt werden? Liegt in diesem Fall optischer Gewinn vor?
- Berechnen Sie die maximale Feldstärke $E_{\max}$ in der Diode, wenn keine äußere Spannung angelegt ist. Beachten Sie dabei, dass die in b) berechnete „Flachbandspannung“ gerade der Diffusionsspannung der Diode entspricht.
- Technische Realisierungen von Halbleiterlasern beruhen fast ausschließlich auf Doppel-Heterostrukturen. Skizzieren Sie qualitativ den Bandverlauf einer Doppel-Heterostruktur im Flachbandfall und erläutern Sie die Vorteile gegenüber einer einfachen Heterostruktur.

Aufgabe 2) Ersatzschaltbild einer pn-Diode

Eine p-n-Diode wird wie abgebildet in Vorwärtsrichtung betrieben. Entnehmen Sie die Werte für Spannungen, Ströme und Widerstände aus Abb. 2.

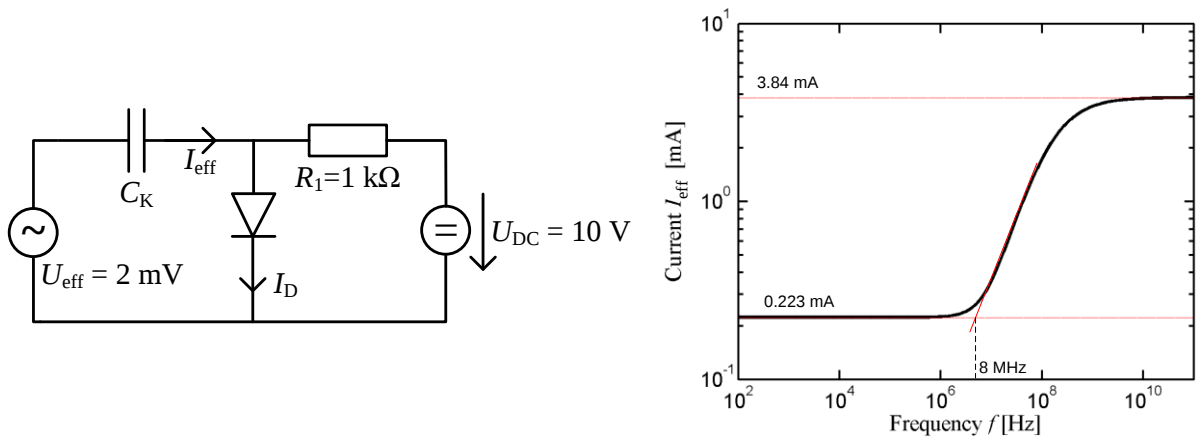


Abb. 2: Diode mit äußerer Beschaltung (links), Frequenzgang des Gesamtstroms (rechts). Die Frequenz, bei welcher der Strom um einen Faktor $\sqrt{2}$ angestiegen ist, liegt bei 8 MHz .

- Zeichnen Sie die zugehörige Kleinsignal-Ersatzschaltung. Berücksichtigen Sie dabei den Bahnwiderstand R_b der Diode und fassen Sie die Sperrschichtkapazität und die Diffusionskapazität zu einer Gesamtkapazität C_g zusammen. Behandeln Sie die Kapazität C_K für alle betrachteten Frequenzen als Kurzschluss.
- Bestimmen Sie die Elemente der Kleinsignal-Ersatzschaltung der Diode (Bahnwiderstand, Kleinsignal-Leitwert, Gesamtkapazität) mit Hilfe des rechts skizzierten Frequenzganges des Effektivwerts I_{eff} des Kleinsignal-Wechselstroms. Nutzen Sie dabei die Tatsache, dass der Bahnwiderstand der Diode sehr klein ist im Vergleich zu den anderen Widerständen.

Übungsblatt 11

Aufgabe 1) Transistor

Betrachten Sie einen npn-Transistor, Fig. 2, aus Silizium, der in Emitter, Basis und Kollektor jeweils die folgenden Dotierdichten aufweist: $n_{DE} = 2 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $n_{DC} = 8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$, $n_{AB} = 1 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Die aktive Querschnittsfläche des pn-Übergangs ist $A = 10^{-4} \text{ cm}^2$, die physikalische Weite der Basis ist $w_B = 0,2 \text{ }\mu\text{m}$ und die Länge des Emitters beträgt $l_E = 0,1 \text{ }\mu\text{m}$. Die Diffusionslängen im Kollektor, Emitter und der Basis sind gegeben durch $L_{pC} = 200 \text{ }\mu\text{m}$, $L_{pE} = 1 \text{ }\mu\text{m}$ und $L_{nB} = 200 \text{ }\mu\text{m}$, und die entsprechenden Minoritätsträgerlebensdauern betragen $\tau_{pC} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ s}$, $\tau_{pE} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ und $\tau_{nB} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ s}$. Die intrinsische Ladungsträgerdichte beträgt $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und die relative Dielektrizitätszahl in Silizium ist $\epsilon_r = 12$.

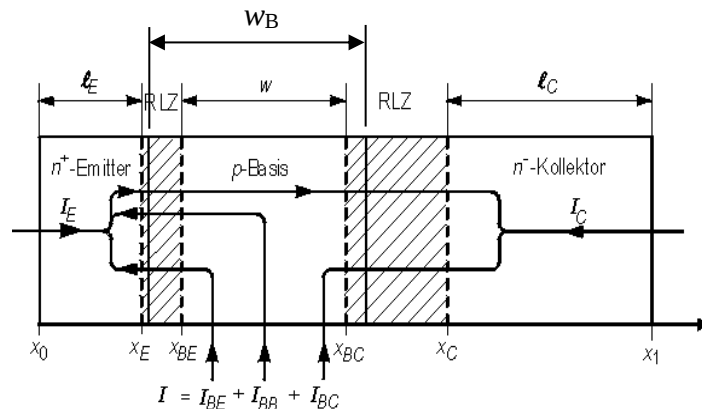


Fig. 2: npn-Transistor

Der Transistor wird bei Raumtemperatur betrieben ($T = 300 \text{ K}$). Verwenden Sie im Folgenden die Schottky-Näherung und gehen Sie davon aus, dass Störstellenerschöpfung vorliegt.

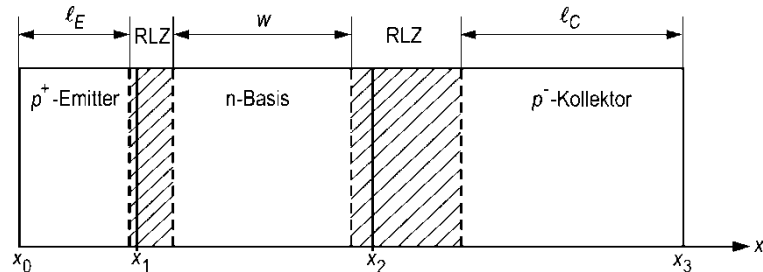
- Skizzieren Sie für $U_{EB} = U_{CB} = 0$ den Verlauf der Raumladung und des E -Feldes sowie das Banddiagramm. Wie weit erstrecken sich die emitter- und kollektorseitigen RLZ in die Basis? Berechnen Sie die effektive Weite w der Basis.
- An den Transistor werden jetzt die Spannungen $U_{BE} = 0,65 \text{ V}$ und $U_{CB} = 1 \text{ V}$ angelegt. Berechnen Sie die Länge der Raumladungszonen und skizzieren Sie das Banddiagramm inklusive der Quasi-Ferminiveaus. Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der Trägerdichten außerhalb der Raumladungszonen.
- Berechnen Sie den Kollektorstrom I_C .
- Erklären Sie, warum der Kollektor im Vergleich zur Basis und zum Emitter relativ schwach dotiert ist.

Aufgabe 2) Transistor: Rekombination in der Basis

Betrachten Sie einen npn-Transistor im Vorwärtsbetrieb. Ein wichtiges Designziel besteht darin, den Anteil der in der Basis rekombinierenden Minoritätsträger möglichst gering zu halten. Dies kann erreicht werden, indem die Basisbreite wesentlich kleiner als die Diffusionslänge der Minoritäten gewählt wird. Im vorliegenden Fall soll das Bauteil so ausgelegt werden, dass maximal 1% der in die Basis injizierten Minoritätsträger durch Rekombination auf dem Weg zum Kollektor verloren gehen, das heißt, der Rekombinationsstrom in der Basis darf höchstens 1% vom Emitter in die Basis injizierten Minoritätsträger-Diffusionsstrom betragen. Berechnen Sie dafür das maximal zulässige Verhältnis von Basisweite w und Diffusionslänge L_{nB} der Minoritätsträger in der Basis. Benutzen Sie die Verhältnisse $U_{BE}/U_T \gg 1$ und $U_{CB}/U_T \gg 1$, und verwenden Sie sinnvolle Näherungen.

Übungsblatt 12

Aufgabe 1: Bipolartransistor



Betrachtet wird ein *pnp*-Transistor aus Silizium. Die Dotierungen von Emitter, Basis und Kollektor betragen $n_{AE} = 1 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$, $n_{DB} = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $n_{AC} = 5 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Die zugehörigen physikalischen Längen betragen $(x_1 - x_0) = 1 \text{ } \mu\text{m}$, $(x_2 - x_1) = 0,2 \text{ } \mu\text{m}$, $(x_3 - x_2) = 3 \text{ } \mu\text{m}$. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass die Schottky-Näherung gilt, Störstellenerschöpfung vorliegt und die Temperatur $T = 300 \text{ K}$ beträgt. Die intrinsische Ladungsträgerdichte beträgt $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

- 1.1 Skizzieren Sie den Verlauf von Valenzband, Leitungsband und Fermi-Niveau für eine Basis-Emitter-Spannung $U_{BE} = 0 \text{ V}$ und eine Basis-Kollektor-Spannung $U_{BC} = 0 \text{ V}$. Markieren Sie die Raumladungszonen.
- 1.2 Nun wird eine Basis-Emitter-Spannung $U_{BE} = -0,7 \text{ V}$ und eine Basis-Kollektor Spannung $U_{BC} = 0,8 \text{ V}$ angelegt.
 - (a) Werden die Übergänge dabei jeweils in Sperr- oder Durchlassrichtung gepolt? Welcher Betriebszustand des Transistors ergibt sich?
 - (b) Werden die Raumladungszonen kleiner oder größer im Vergleich zu $U_{BE} = U_{BC} = 0$?
 - (c) Skizzieren und beschriften Sie die Bandverläufe, sowie die Quasi-Fermi-Niveaus.
 - (d) Skizzieren und beschriften Sie den Verlauf der Trägerdichten außerhalb der Raumladungszonen.

Aufgabe 2) npn-Transistor

Gegeben ist ein npn-Si-Transistor in Emitterschaltung bei einer Temperatur von $T = 300\text{K}$ mit einer Basisweite von $w = 80\text{ }\mu\text{m}$ und einer Kleinsignal-Stromverstärkung $\beta_0 = 50$ nach folgendem Ersatzschaltbild:

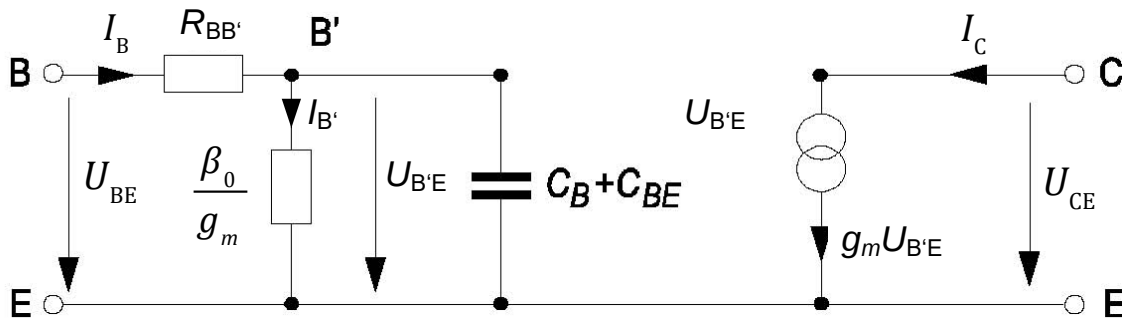


Fig. 1: Ersatzschaltbild eines npn-Transistors in Emitterschaltung

Im Arbeitspunkt $U_{B'E}$ fließt ein Kollektorstrom von $I_C = 2,5\text{ mA}$. Die Diffusionskonstante für Elektronen in der Basis ist $D_{nB} = 25\text{ cm}^2/\text{s}$. Der gesamte Basis-Bahnwiderstand wird mit $R_{BB'} = 20\text{ }\Omega$ angenommen.

Hinweis: Benutzen Sie zur Bestimmung der Steilheit g_m folgende Gleichung:

$$g_m = \left. \frac{dI_C}{dU_{B'E}} \right|_{U_0} \approx \frac{|I_C|}{U_T} \quad (1.1)$$

a) Berechnen Sie die Eingangsimpedanz $Z_{1E} = U_{BE} / I_B$ für $f \rightarrow 0$.

b) Berechnen Sie die an den Transistorklemmen wirksame Steilheit $g_m^* := \left. \frac{dI_C}{dU_{BE}} \right|_{U_0}$ im

Grenzfall kleiner Frequenzen, also für $f \rightarrow 0$.

c) Berechnen Sie die Basiskapazität C_B . Wie groß ist die Transitfrequenz f_T des Bauteils unter der Annahme, dass die Basiskapazität C_B sehr viel größer ist als die Basis-Emitter Kapazität C_{BE} ?

d) Zeichnen Sie anhand der Skizze das Niederfrequenz-Ersatzschaltbild für die Basisschaltung. Berechnen Sie die Eingangsimpedanz $Z_{2E} = U_{EB}/I_E$ für $f \rightarrow 0$.

Übungsblatt 13

Aufgabe 1) MIS-Struktur

Eine MIS-Struktur besteht aus einem Metall, einem raumladungsfreien Isolator der Dicke $d_I = 40 \text{ nm}$ und einem Halbleiter. Der Halbleiter sei n-dotiert mit $n_D = 7 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Die intrinsische Ladungsträgerdichte betrage $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und der Bandabstand sei $W_G = 1.1 \text{ eV}$. Gehen Sie von Störstellenerschöpfung und Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$) aus. Die Elektronenaffinitäten von Halbleiter und Isolator weisen eine Differenz von $W_{\chi, \text{HL}} - W_{\chi, \text{Isolator}} = 1 \text{ eV}$ auf. Die Differenz der Elektronenaffinität des Isolators und der Austrittsarbeit des Metalls beträgt $W_{\phi, \text{Metall}} - W_{\chi, \text{Isolator}} = 2 \text{ eV}$. Im Folgenden bezeichnen $x = x_{\text{M,I}}$ und $x = x_{\text{I,HL}} = d_I$ die Grenzflächen zwischen Metall und Isolator bzw. zwischen Isolator und Halbleiter, siehe untenstehende Grafik. Gehen Sie davon aus, dass die äquivalenten Zustandsdichten von Leitungs- und Valenzband des Halbleiters gleich groß sind, $N_L = N_V$.

- Skizzieren Sie die Bandverläufe im sogenannten Flachbandfall bei dem weder im Metall noch im Halbleiter Oberflächenladungen auftreten und daher alle Bänder flach verlaufen. Nutzen Sie hierzu die untenstehende Zeichnung.
- Berechnen Sie die Spannung $U_{\text{MH}} = U_{\text{FB}}$, die über einen äußeren Stromkreis zwischen Metall und Halbleiter angelegt werden muss, um den Flachbandfall zu erreichen.
- Nun werden Metall und Halbleiter über den äußeren Stromkreis kurzgeschlossen, $U_{\text{MH}} = 0$. In diesem Fall sei der Halbleiter am Übergang zum Isolator eigenleitend, d.h. $n(x_{\text{I-HL}}) = n_i$. Wie groß ist die Potentialdifferenz $\phi_H = \phi(x_{\text{I-HL}}) - \phi(x \rightarrow \infty)$ zwischen dem ungestörten HL und der Grenzfläche zum Isolator? Skizzieren Sie die Bandverläufe im thermischen Gleichgewicht in die untenstehende Zeichnung.

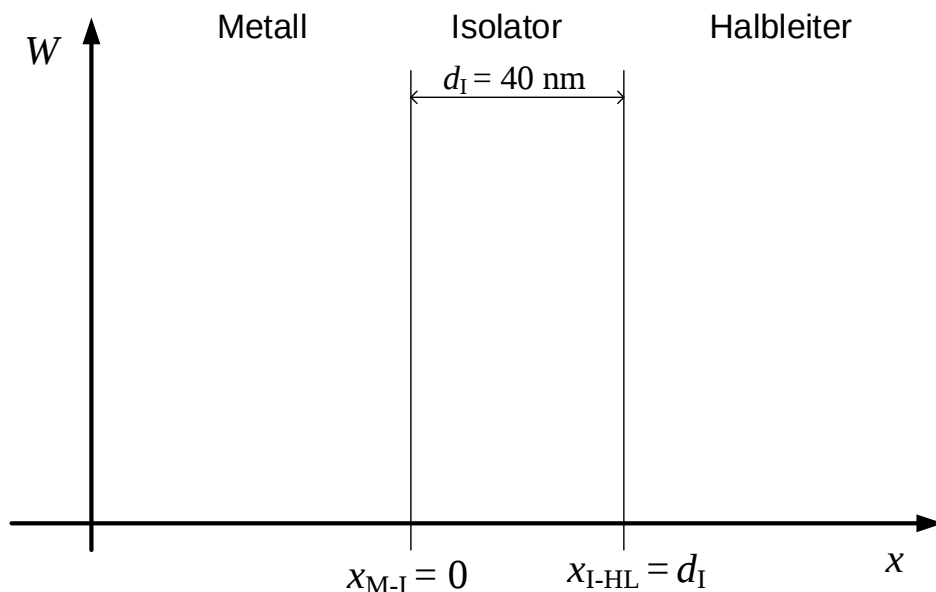


Fig. 1: MIS Struktur im Flachbandfall

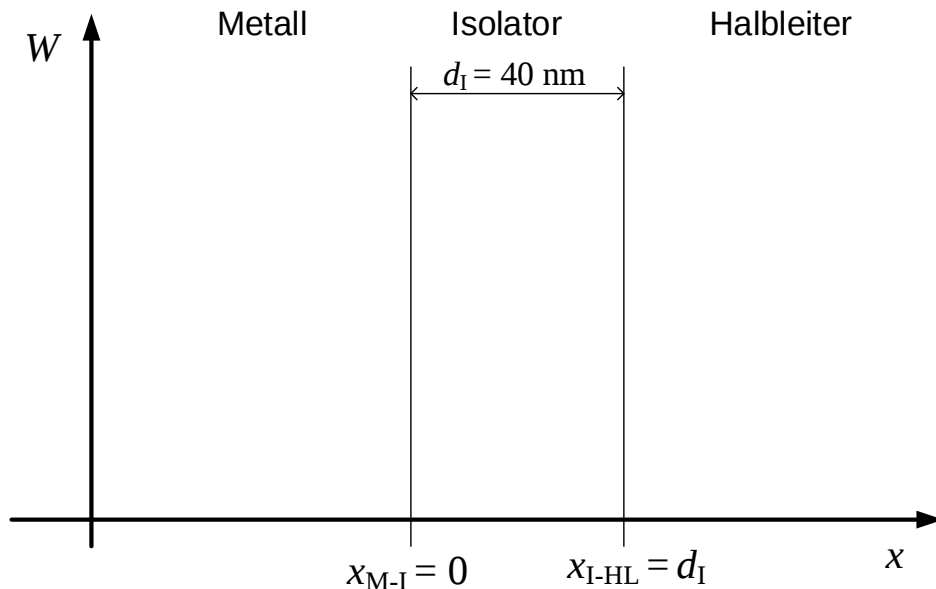


Fig. 2: MIS Struktur im thermischen Gleichgewicht

Aufgabe 2) MOSFET

Ein n-Kanal MOSFET weist eine Kanallänge von $L = 1.5 \mu\text{m}$ und eine Kanalweite von $b = 25 \mu\text{m}$ auf. Die Einsatzspannung beträgt $U_{\text{th}} = 1,4 \text{ V}$; die Elektronenbeweglichkeit μ_n im Inversionskanal beläuft sich auf $600 \text{ cm}^2/(\text{Vs})$. Die relative Dielektrizitätszahl des Gate-Oxids beträgt $\epsilon_r = 3,9$.

- Skizzieren Sie einen Querschnitt durch den MOSFET, tragen Sie die Dotierungen ein und beschriften Sie die für die Funktion relevanten Elemente. Skizzieren Sie das Ausgangskennlinienfeld, d.h. den Drainstrom I_D als Funktion der Drain-Source Spannung U_{DS} mit der Gate-Source Spannung U_{GS} als Parameter.
- Berechnen Sie die Dicke d des Gate Oxids, für die der MOSFET bei $U_{\text{DS}} = 3 \text{ V}$ und $U_{\text{GS}} = 6 \text{ V}$ den Kleinsignalwiderstand $r_{\text{DS}} = 100 \Omega$ zwischen Source und Drain annimmt. Wie muss die Dicke d angepasst werden, um bei einer Drain-Source Spannung von $U_{\text{DS}} = 4 \text{ V}$, bzw. $U_{\text{DS}} = 5 \text{ V}$ auch einen Kleinsignalwiderstand von $r_{\text{DS}} = 100 \Omega$ zu erhalten?

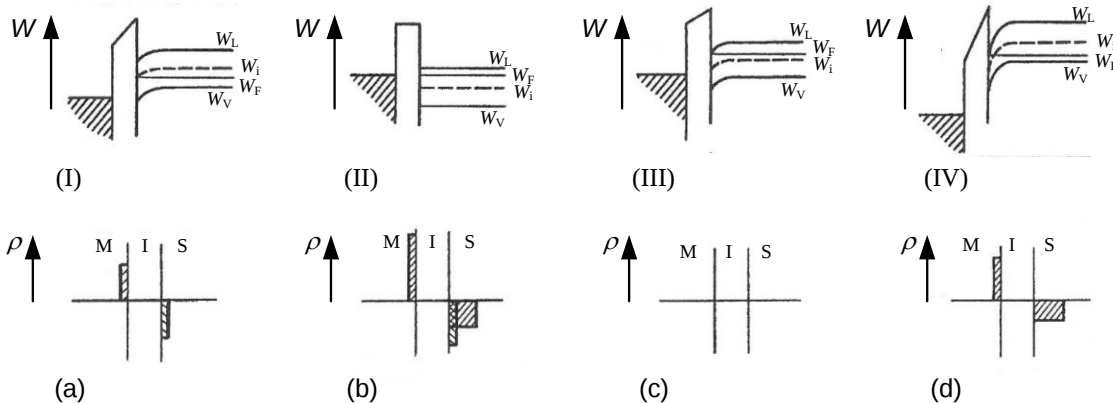
Im Anschluss an Übung 13 am 01.02.2019 findet eine Laborführung durch das IPQ statt (Dauer ca. 1,5 h). Es gibt Brezeln und Getränke!

Am Freitag, den 08.03.2019 findet um 14.00 Uhr eine Fragestunde im NTI Hörsaal statt. Fragen können Sie vorher per E-Mail bis Dienstag 13.02.2018 an heiner.zwickel@kit.edu, stefan.singer@kit.edu oder clemens.kieninger@kit.edu senden.

Übungsblatt 14

Aufgabe 1) MIS-Struktur

- a) Im Folgenden sind vier verschiedene Metall-Isolator-Halbleiter-(MIS-)Strukturen skizziert. Ordnen Sie den Bandverläufen (I) bis (IV) die Ladungsträgerverteilungen (a) bis (d) zu. Bestimmen Sie dabei, welche Dotierung (n oder p) im Halbleiter vorliegt. W_F bezeichnet die Fermi-Energie, W_i die Fermi-Energie im undotierten Halbleiter.



- b) Ordnen Sie die gezeigten Bandverläufe den folgenden Betriebszuständen der MIS-Struktur zu: Verarmung, Anreicherung, starke Inversion, Flachbandfall.

Aufgabe 2) MOSFET

Ein n-Kanal MOSFET besitzt eine Gate-Kapazität $C_G = C_I = bLC' = 1$ pF, wobei C' den Kapazitätsbelag des Gates beschreibt. Die Kanallänge beträgt $L = 2$ μm und die Elektronenbeweglichkeit im Kanal liegt bei $\mu_n = 350$ cm^2/Vs . Der FET wird an der Sättigungsgrenze $U_{GS} = U_{DS} = 6$ V betrieben. Es wird angenommen, dass die Schwellenspannung bei $U_{th} = 0$ V liegt und dass das Gate-Oxid frei von Raumladungen ist.

- a) Wie groß ist der Drainstrom I_D im Abschnürbereich?
b) Berechnen Sie für diesen Strom den örtlichen Verlauf des Kanalpotentials $U_K(y)$ an der Grenzfläche zwischen Halbleiter und Gate-Oxid. Die y-Achse verläuft von Source in Richtung Drain entlang des Inversionskanals.

Hinweis: Stellen Sie den Ausdruck für den Drainstrom allgemein als Funktion der Flächenladungsdichte im Kanal auf. Der Verlauf des elektrischen Feldes ergibt sich aus der ortsabhängigen Driftgeschwindigkeit. Dies führt auf eine Differentialgleichung für $U_K(y)$, die die folgende Form aufweist:

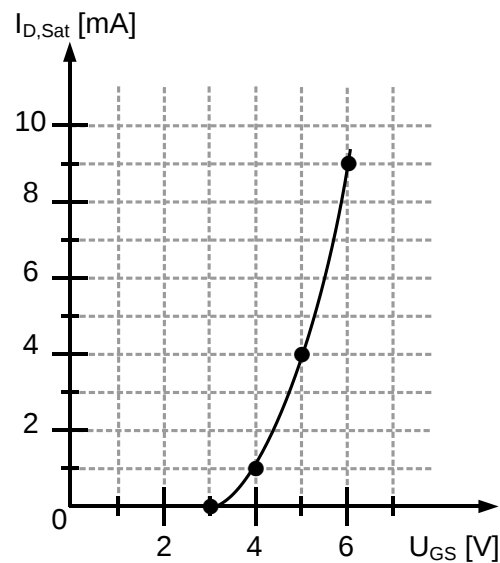
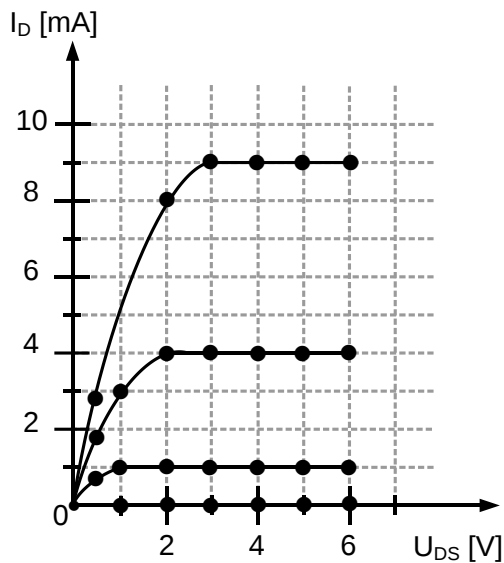
$$I_D = b\mu_n \frac{d}{dy} U_K(y) \cdot C'_I [U_{DS, \text{sat}} - U_K(y)]$$

Nehmen Sie die Source-Elektrode als Potentialnullpunkt an.

- c) Berechnen Sie den Verlauf der in Stromflussrichtung gerichteten E-Feldkomponente $E_y(y)$ im Kanal. Der formale Ausdruck ergibt eine unphysikalische Polstelle bei $y = L$. Erklären Sie dieses Phänomen qualitativ vor dem Hintergrund des Abschnürverhaltens des Transistors. Wie wird sich ein reales Bauteil an dieser Stelle tatsächlich verhalten?

Aufgabe 3) MOSFET

Ein MOSFET weist die Kanallänge $L = 2 \mu\text{m}$ und die Kanalweite $b = 40 \mu\text{m}$ auf. Die Beweglichkeit μ der zunächst unbekannten Ladungsträger im Inversionskanal beträgt $600 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. Die relative Dielektrizitätszahl beträgt $\epsilon_r = 3,9$. Die nachfolgenden Diagramme zeigen Messungen des Drainstroms I_D als Funktion der Drain-Source-Spannung U_{DS} bzw. eine Messung des Drainsättigungsstrom $I_{D,\text{Sat}}$ als Funktion der Gate-Source-Spannung U_{GS} .



- Handelt es sich um einen n- oder p- Kanal MOSFET? Ist das Bauteil selbstleitend oder selbstsperrend? Begründen Sie Ihre Antwort. Bestimmen Sie den Wert der Schwellenspannung U_{th} .
- Nutzen Sie die oben angegebenen Diagramme und berechnen Sie daraus den Kapazitätsbelag C_i' sowie die Dicke des Gateoxids d_i .
- Berechnen Sie den Kleinsignal-Kanal-Leitwert $g_d = \frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}}$ für eine Gate-Source-Spannung $U_{GS} = 5,5 \text{ V}$ und eine Drain-Source-Spannung $U_{DS} = 1 \text{ V}$.