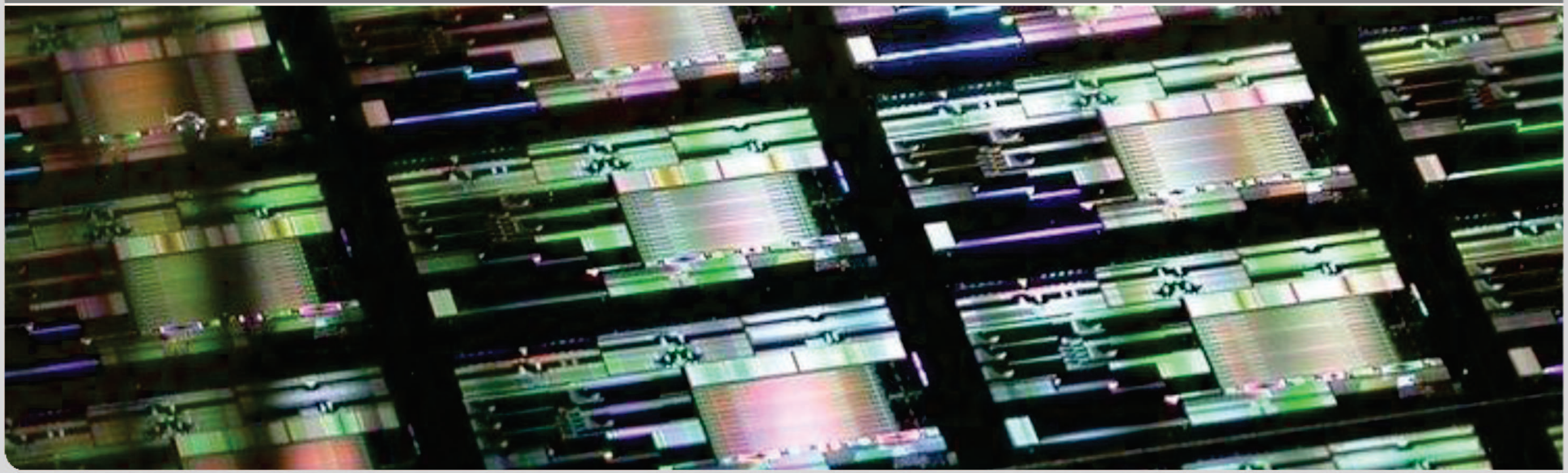
Karlsruhe Institute of Technology

Halbleiterbauelemente

Christian Koos

Institute of Photonics and Quantum Electronics



Vorlesung 1

20.10.2014

Organisatorisches

- Siehe Informationsblatt, verfügbar unter http://www.ipq.kit.edu/lectures_HLB.php
- Übung:

  Erster Termin: Freitag, 31. Oktober 2014, 14:00

  Gruppeneinteilung:

Gruppe 1 (Nachnamen A – G) **AOC 101 (30.45) Betreuer: M. Lauermann** *matthias.lauermann@kit.edu*
Gruppe 2 (Nachnamen H – O) **AOC 201 (30.45) Betreuer: S. Schneider** *simon.schneider@kit.edu*
Gruppe 3 (Nachnamen P – Z) **NTI (30.10) Betreuer: S. Mühlbrandt / W. Hartmann** *sascha.muehlbrandt@kit.edu*

Übungsbonus – Spielregeln

- Die Lösungen zu den Übungsblättern werden dreimal pro Semester unangekündigt eingesammelt. Wer mehr als 66% der Aufgaben sinnvoll bearbeitet hat, bekommt jeweils zwei Punkte in der schriftlichen Prüfung gutgeschrieben.
- Bei den drei eingesammelten Übungsblättern werden insgesamt maximal vier Punkte gutgeschrieben. Diese Punkte müssen in einem Semester erworben werden, eine Addition der Punkte aus zwei Semestern ist nicht möglich.
- Die gesammelten Punkte verfallen nach 1 Jahr.
  Beispiel: Wurden die Übungsblätter im WS 14/15 abgegeben, können die daraus resultierenden Punkte letztmalig zur Klausur im Frühjahr 2016 angerechnet werden.
- Pro Person muss eine Lösung abgegeben werden; Gruppenarbeiten werden nicht anerkannt. Die gemeinsame Lösung in Lerngruppen ist selbstverständlich erwünscht!
- „Sinnvoll bearbeitet" heißt:
  1. Aufgabenblatt ist klar beschriftet mit Name und Matrikelnummer und Aufgaben-Nr.
  2. Jede Lösung beginnt mit einer klaren Auflistung dessen, was gegeben ist (geg.: …), und enthält eine mathematische Umsetzung dessen, was gesucht ist (ges.: …)
  3. Es folgt eine Lösung, die aus einem mathematischen Ansatz und einer Lösung bzw. einem sinnvollen Lösungsversuch besteht. Es wird dabei nicht bewertet, ob das Ergebnis korrekt ist.

Materialien zur Vorlesung

Skript:

- Wird im Laufe des Semesters überarbeitet und in der jeweils aktuellen Fassung auf die Webseite gestellt
- Altes Skript aus dem Jahr 2013 ist ebenfalls auf der Webseite verfügbar

Folien:

- Foliensatz vom vergangenen Jahr auf der Webseite verfügbar
- Aktualisierter Foliensatz wird nach der Vorlesung auf der Webseite zum Download angeboten

Übungsaufgaben:

- Werden in der Vorlesung / Übung verteilt und zusätzlich auf der Webseite zum Download angeboten

Bücher zur Vorlesung

Karlsruhe Institute of Technology

Halbleiter-Bauelemente:

- Sze, S. M. und Ng, Kwok K.: „Physics of Semiconductor Devices“, Third Edition, John Wiley, 2006.
- Sze, S. M. und Lee, M. K.: „Semiconductor Devices, Physics and Technology“, Third Edition, John Wiley, 2012.
- Streetman, B.G. und Banerjee, S.K.: „Solid State Electronic Devices“, 6th ed., Pearson Prentice Hall, 2006.
- Pierret, R.F.: „Semiconductor Device Fundamentals“. Addison Wesley, 1996.
- Reisch, M.: „Halbleiter-Bauelemente“. Berlin-Heidelberg, Springer-Verlag, 2005.
- Thuselt, F.: „Physik der Halbleiterbauelemente“: Springer-Verlag, 2. Auflage, 2011.
- Müller, R.: „Grundlagen der Halbleiter-Elektronik“, Springer-Verlag, 7. Auflage, 1995.

Festkörperphysikalische Grundlagen:

- Ashcroft, N. W.; Mermin, N. D.: „Solid State Physics“, Saunders College, 1976.
- Kittel, Ch.: „Einführung in die Festkörperphysik“, 7. Auflage, Oldenburg Verlag, 1988.
- Ibach, H. und Lüth, H.: „Festkörperphysik“, Springer, 2002 .

Inhalte der Vorlesung

Karlsruhe Institute of Technology

Festkörperphysikalische Grundlagen

(vgl. auch Vorlesung „Festkörperlektronik“):

- Grundlegende Eigenschaften von Halbleitern
- Bandstruktur der Festkörper
- Eigenhalbleiter und dotierte Halbleiter

Ladungsträgertransport und Grundgleichungen

- Ladungsträgertransport im Halbleiter
- Die Grundgleichungen des Halbleiters

pn-Übergänge und Dioden

- Bandstruktur und ideale Kennlinie
- Reale Diodenkennlinien
- Spezielle Dioden und deren Anwendungen

Bipolar-Transistoren

- Aufbau und Wirkungsweise
- Modelle und Kennliniefelder
- Spezielle Bipolar-Transistoren

Halbleiter-Grenzschichten und Feldeffekt-Transistoren

- Physik der Metall-Isolator-Halbleiter-Struktur
- Der MOSFET
- Spezielle Feldeffekt-Transistoren

Halbleiter – Historie und Bedeutung

Halbleiterbauelemente werden in allen Anwendungsfeldern der Elektrotechnik eingesetzt:

- Prozessoren und Speicher
- Leistungselektronik
- Mobilfunkelektronik
- Leuchtdioden, Laser, Photodioden und andere optische Bauteile
- CCD und CMOS Kameras

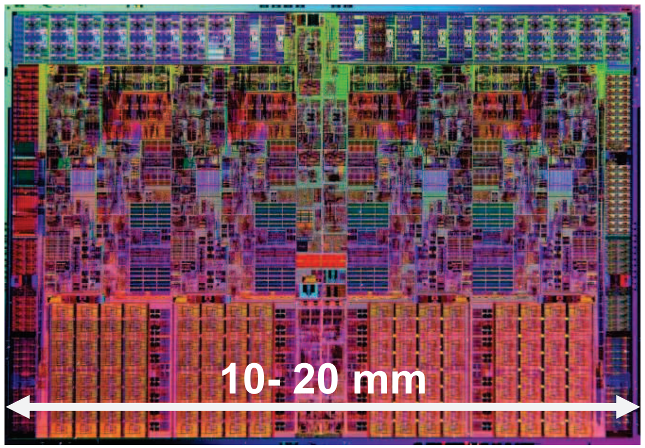
Elektronik

Optoelektronik

Sie werden als diskrete Bauelemente oder in integrierten Schaltungen verwendet:

Laserdiode

Transistor

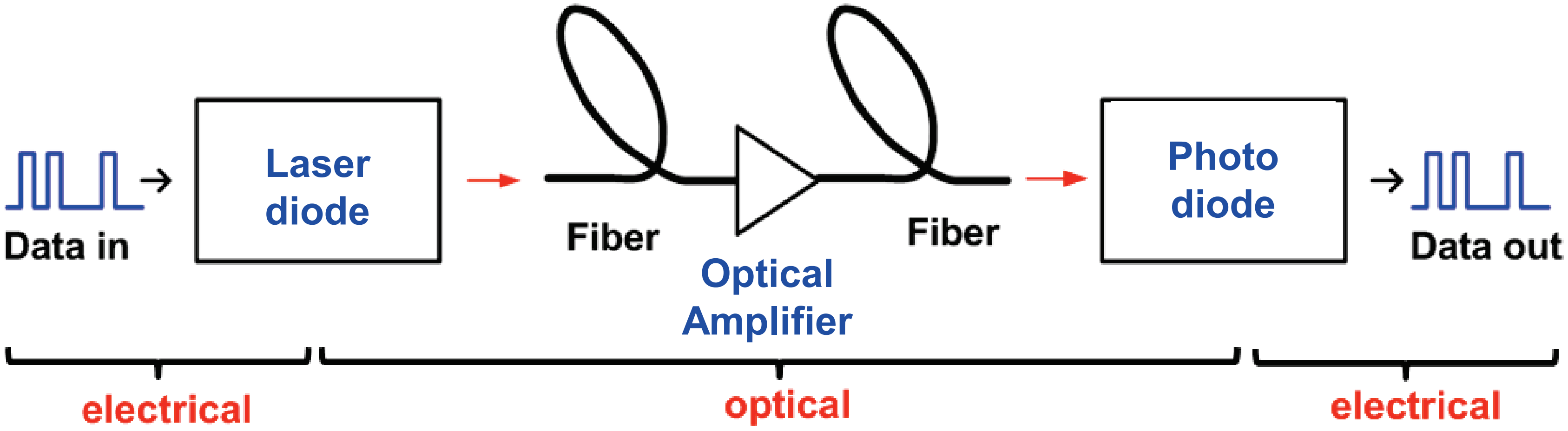


10^9 Transistoren (Intel Core i7-3820QM)

http://www.pcmag.com

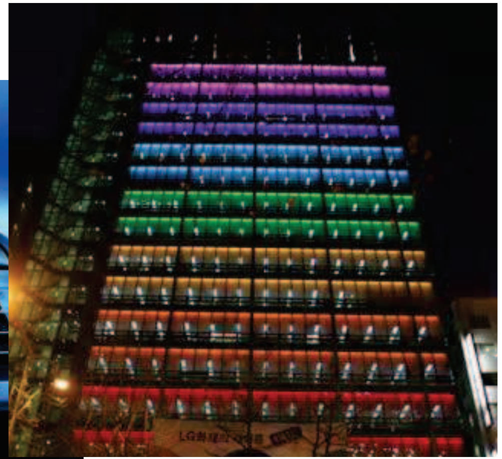
Halbleiterbauelemente – Anwendungsbeispiele in der Optoelektronik

Optische Kommunikationstechnik

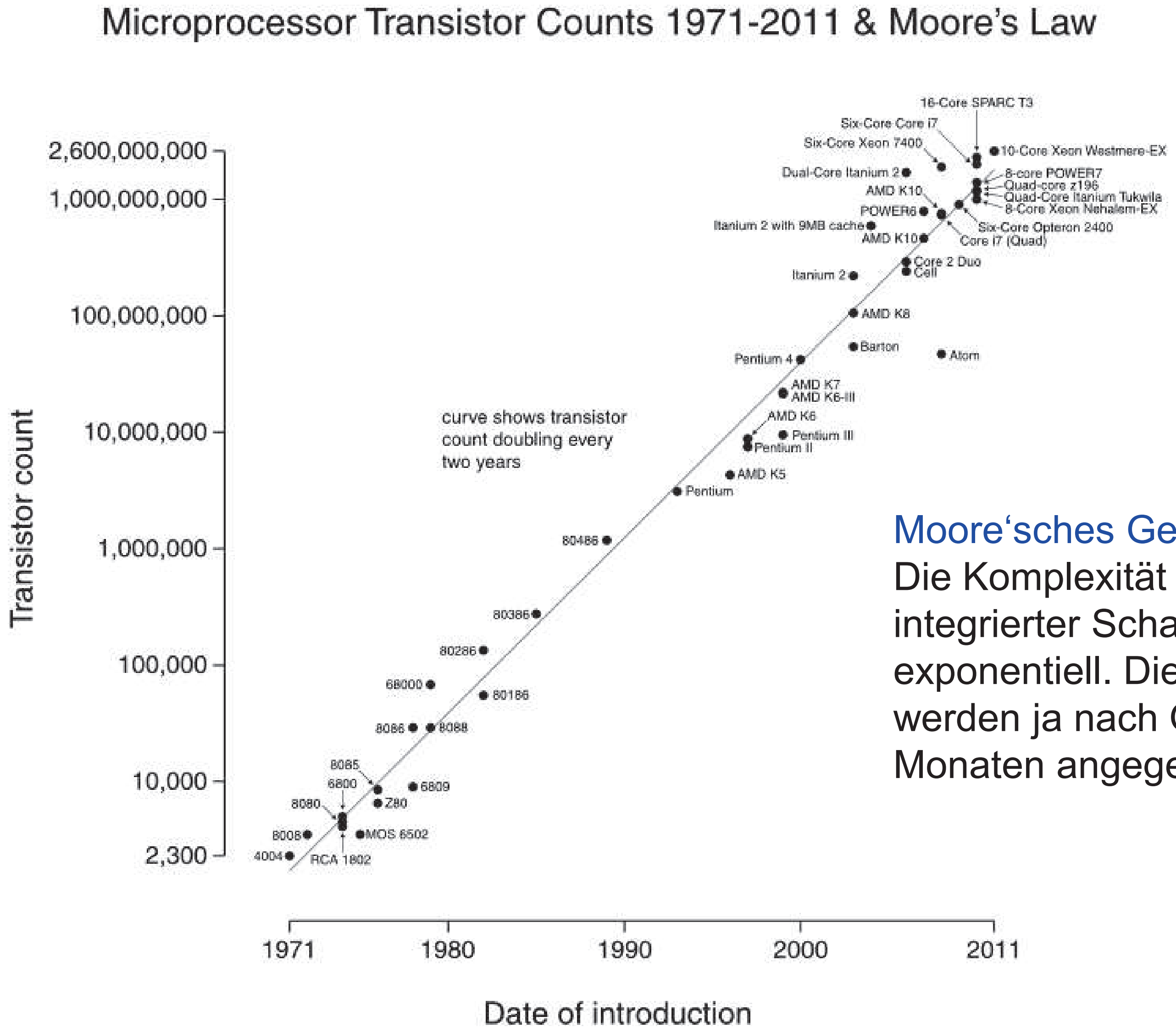


Photovoltaik

Lichttechnik



Halbleiter – Historie und Bedeutung

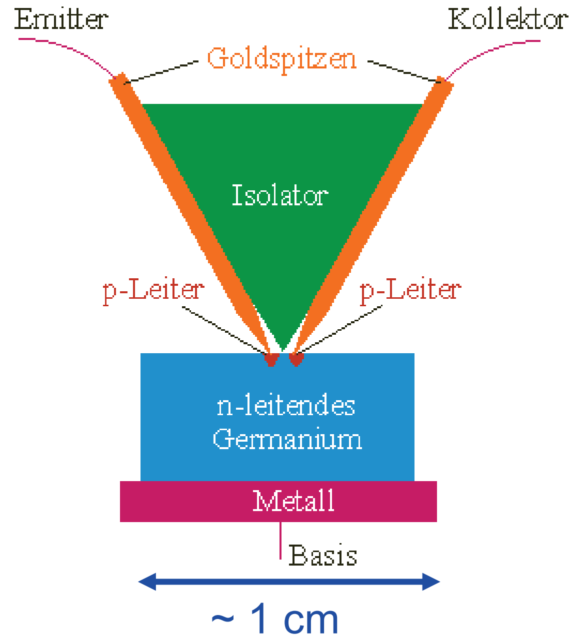


Moore'sches Gesetz:
Die Komplexität (Zahl der Transistoren) integrierter Schaltkreise wächst exponentiell. Die Verdopplungszeiträume werden ja nach Quelle mit 12 bis 24 Monaten angegeben.

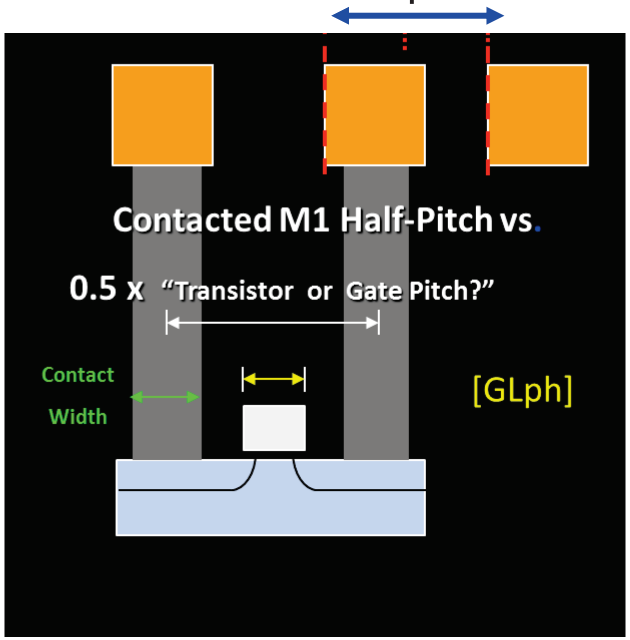
Bildquelle: Wikipedia

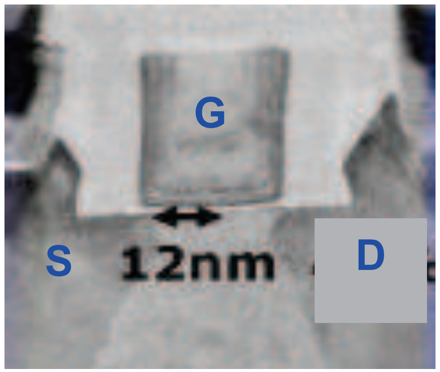
Halbleiter – Historie und Bedeutung

1947/48: Erster Demonstrator eines Bipolar-Transistors durch Shockley, Bardeen und Brattain (Nobelpreis 1956)



"Metal-contact half-pitch"

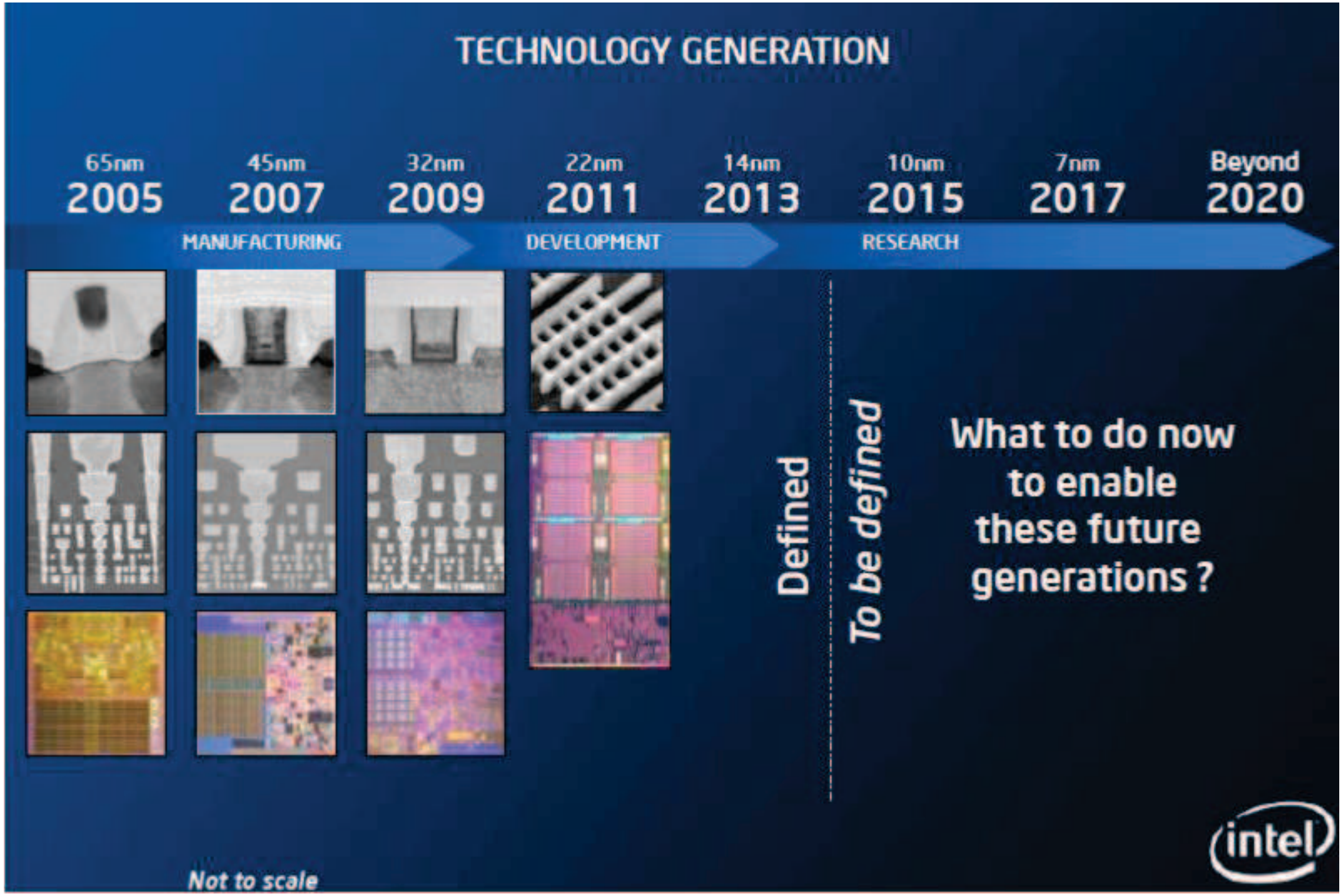




Heute: Feldeffekt-Transistoren mit Gate-Längen von ca. 20 nm

Definition von sog. Technologieknoten (Technology Nodes) über Abstand der Gate-Kontakte („Metal contact half pitch") oder über halbe Gate-Weite („Gate half-pitch").

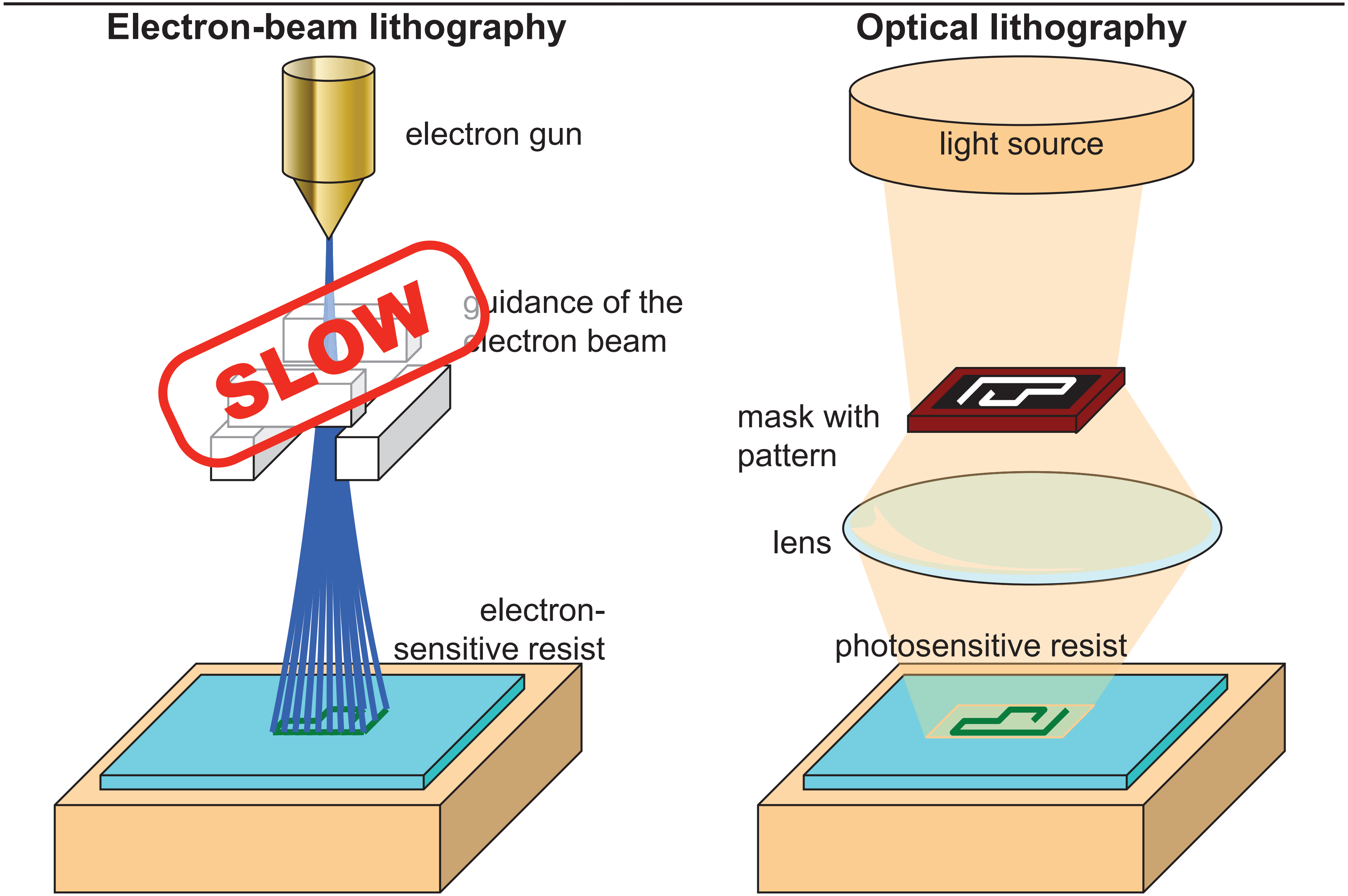
„Technology Nodes“ in der Halbleiterindustrie



Quelle: Intel 2011

Siehe auch: International Technology Roadmap for Semiconductors (ITRS)

Hochauflösende Lithographie mit hohem Durchsatz



Animation courtesy of Prof. Roel Baets, UGENT/IMEC

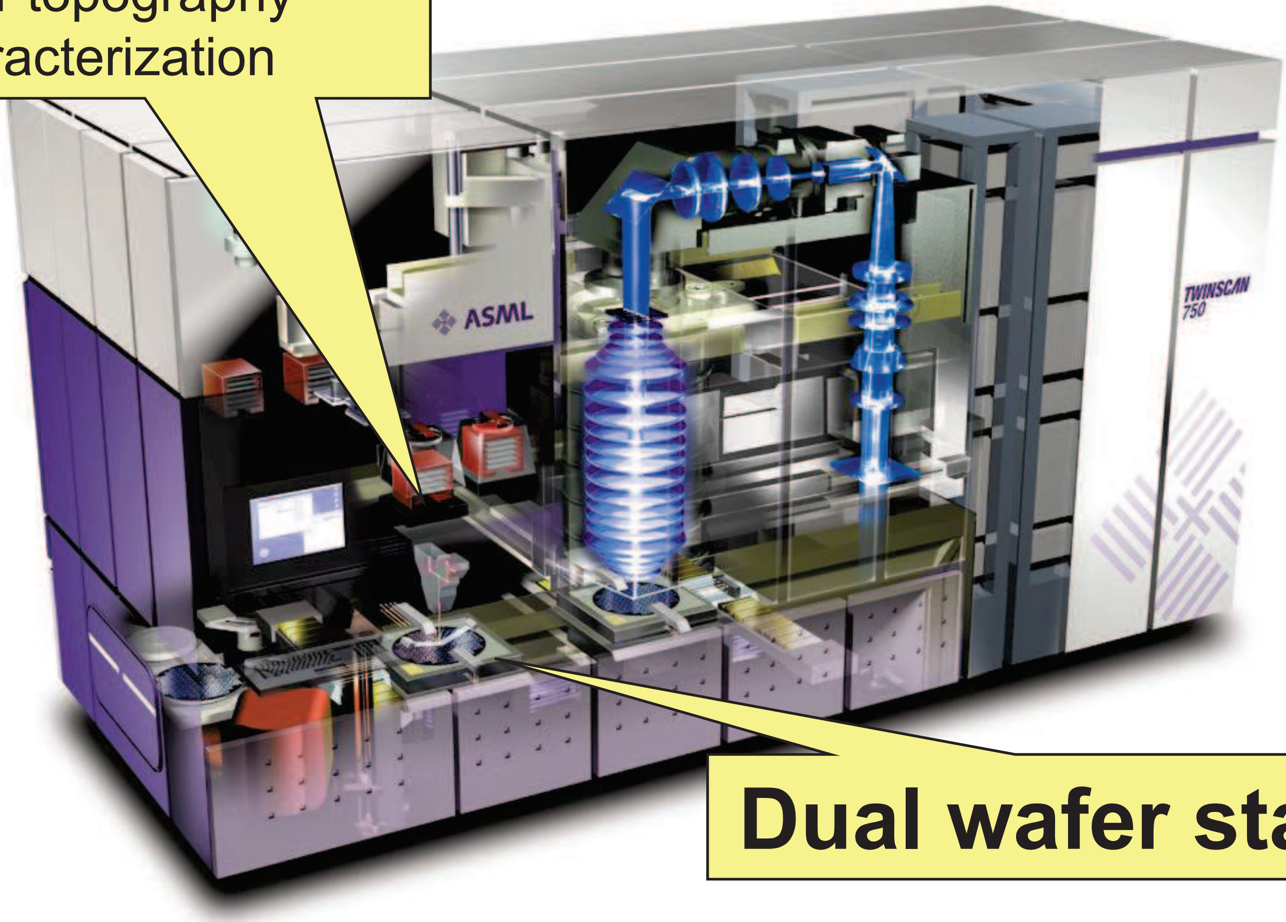
Das derzeitige „Arbeitspferd“ der Halbleiterindustrie: Immersionslithographie bei einer Wellenlänge von 193 nm

$$\text{res} = k_1 \frac{\lambda}{\text{NA}}$$

λ = 193 nm, NA = 1.35
Further improvement by reduction of technology parameter k_1 (e.g., by double patterning)
$\Rightarrow$ Resolution: 32 nm

ASML Wafer Stepper TWINSCAN™: Deep-UV (DUV) Lithography at 193 nm

Separate metrology
wafer topography
characterization

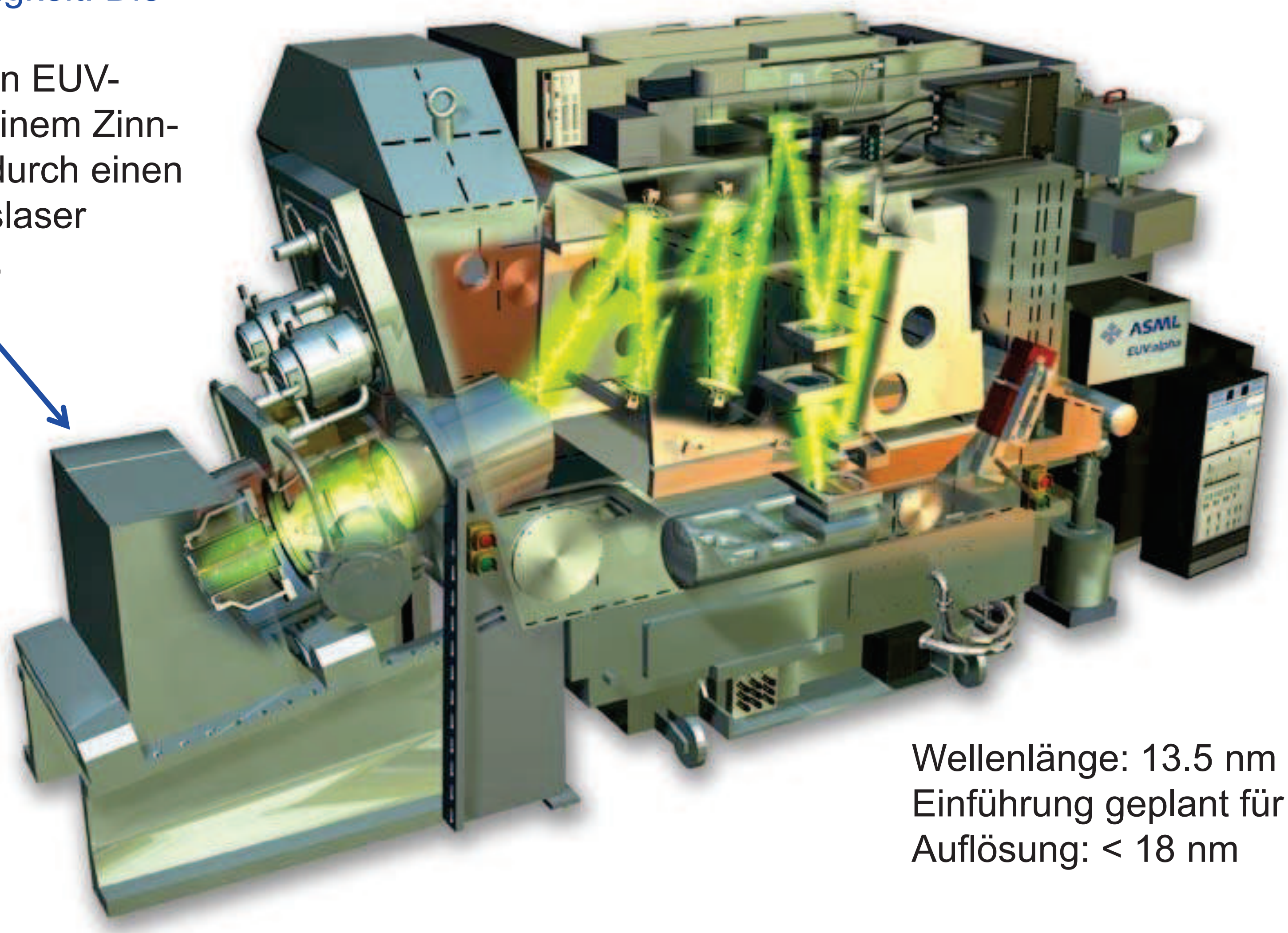


Dual wafer stage

Die Zukunft: Lithographie im extremen UV (EUV)

Hauptschwierigkeit: Die Lichtquelle

Erzeugung von EUV-Strahlung in einem Zinn-Plasma, das durch einen Hochleistungslaser gepumpt wird.

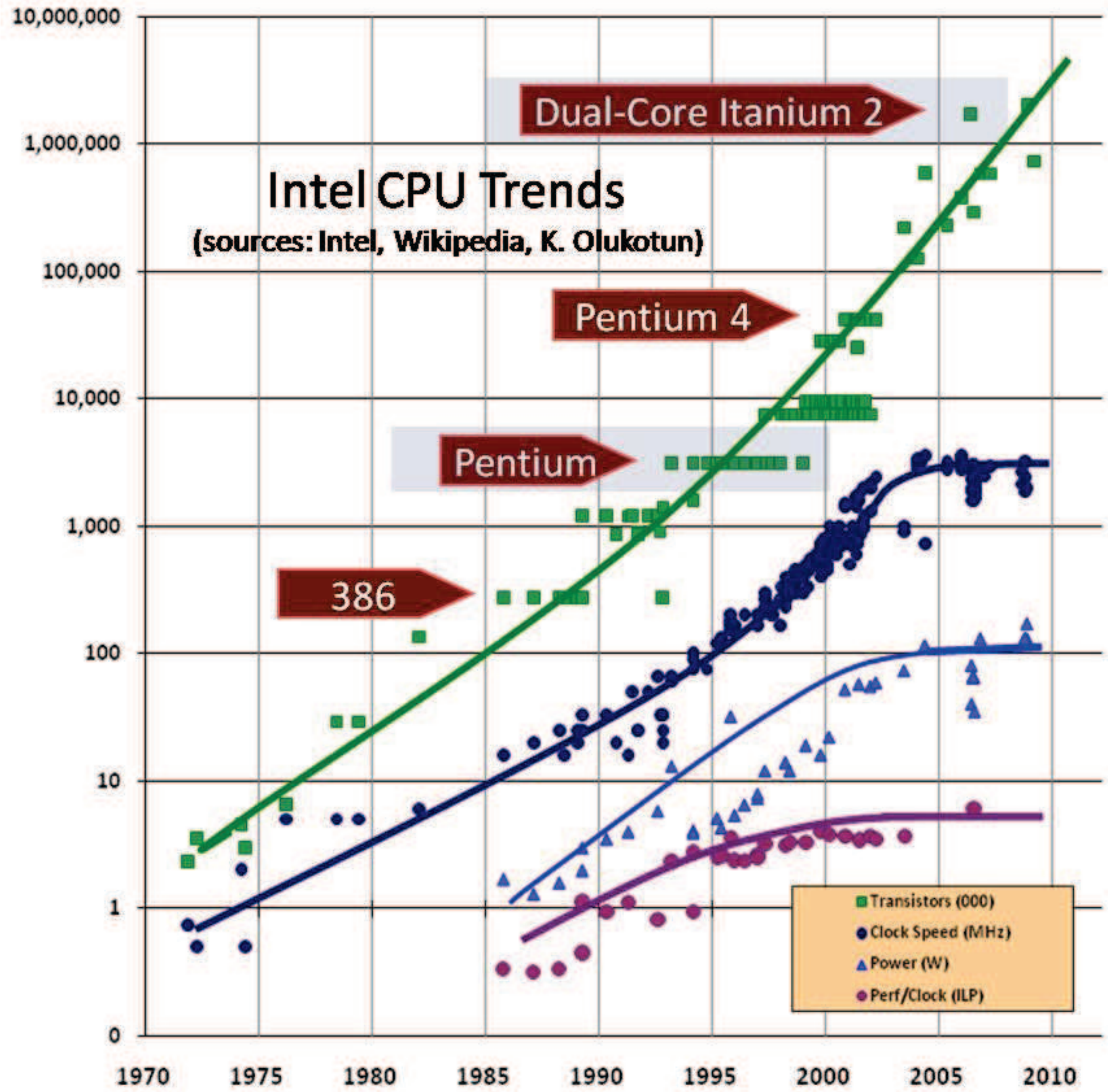


Wellenlänge: 13.5 nm
Einführung geplant für 2015
Auflösung: < 18 nm

http://www.hardware-infos.com

Die Zukunft des Moore'schen „Gesetzes"…

Karlsruhe Institute of Technology



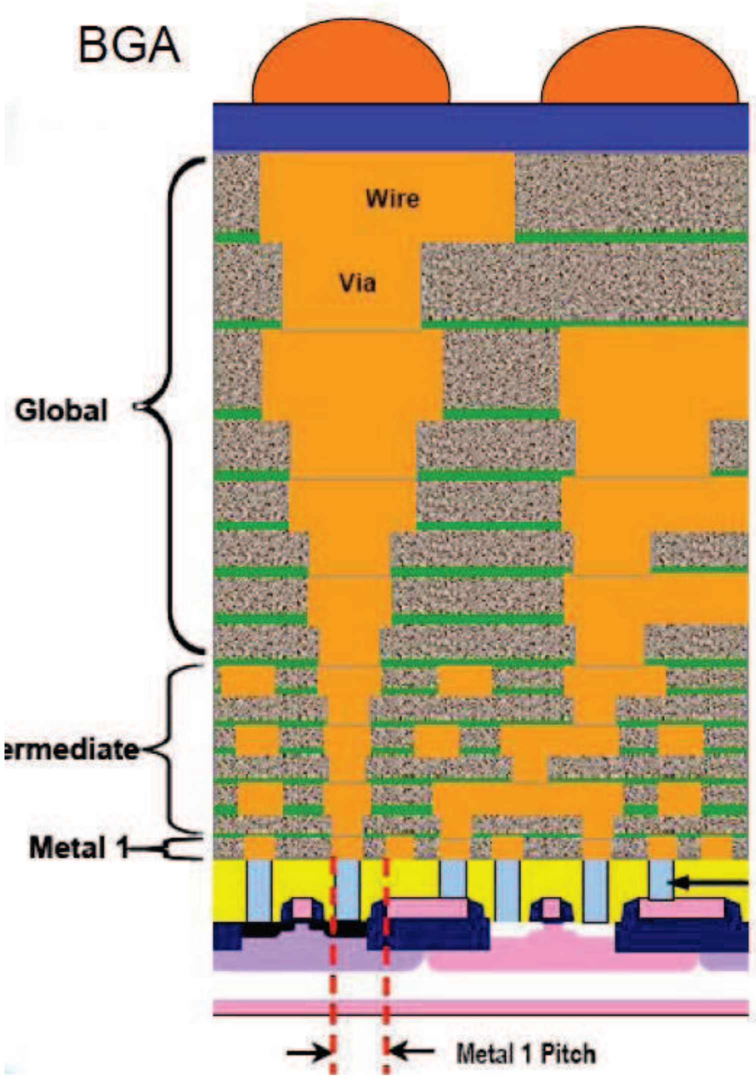
"Moore's law will be dead within a decade"
(Robert Colwell, ehemals Chefarchitekt der Intel P6-Familie, August 2013)

- Physikalische Grenzen werden bei 5 – 7 nm vermutet (~ 2020)
- Schon heute kann die Geschwindigkeit der Transistoren nicht weiter erhöht werden
- Die Zahl der Transistoren pro Chip ist durch die Verlustleistung begrenzt

Derzeit: Steigerung der Leistungsfähigkeit von Prozessoren durch Parallelisierung („Multi-Core")
$\Rightarrow$ Engpässe bei der Kommunikation zwischen den Prozessorkernen
$\Rightarrow$ Optische Interconnects (laufende Forschungsarbeiten am IPQ)

http://www.extremetech.com

Der Flaschenhals: Verbindung der Transistoren



Off-chip interconnects: Ball-grid array (BGA) bonding

Back end of line (BEOL)

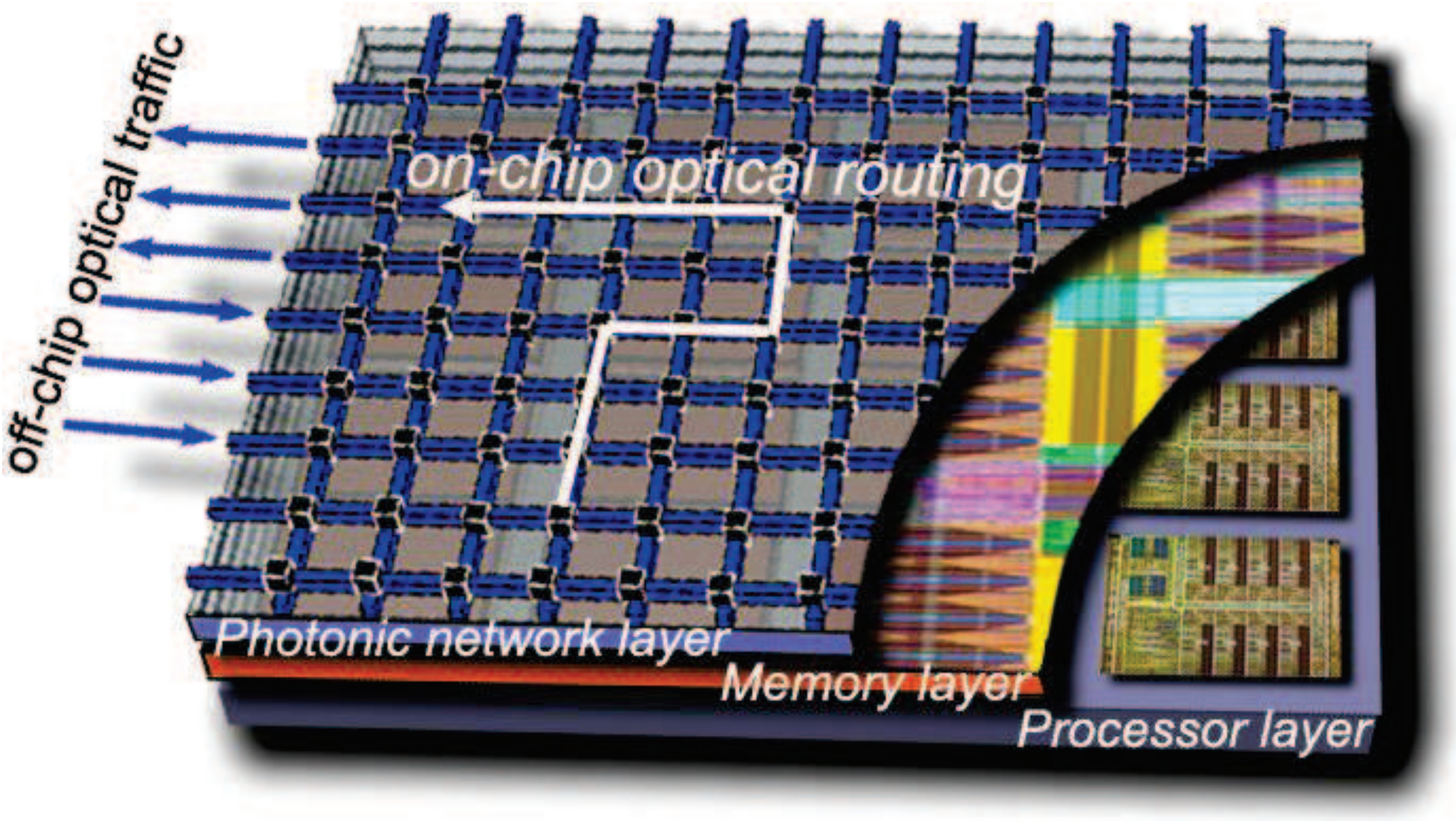
On-chip interconnects: Stacked metal layers

CMOS logic: Transistors

Front end of line (FEOL)

http://domino.research.ibm.com/comm/research_projects.nsf/pages/photonics.index.html

Die Vision: Optische On-Chip Interconnects

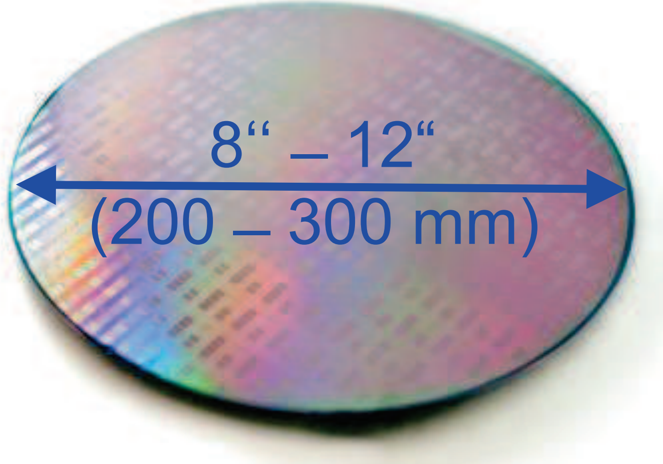


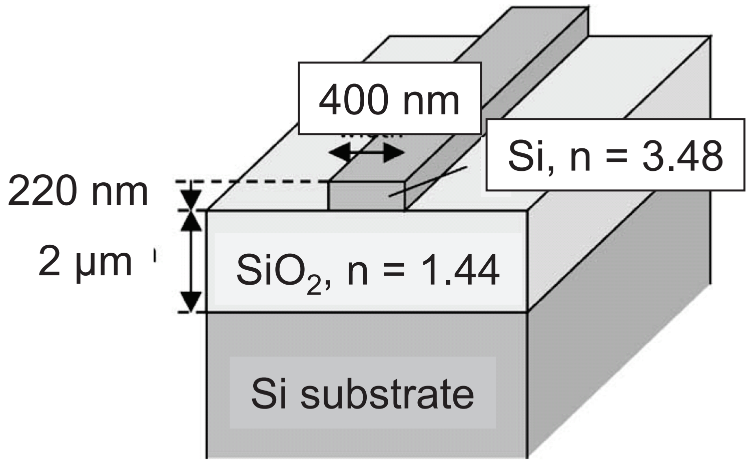
http://domino.research.ibm.com/comm/research_projects.nsf/pages/photonics.index.html

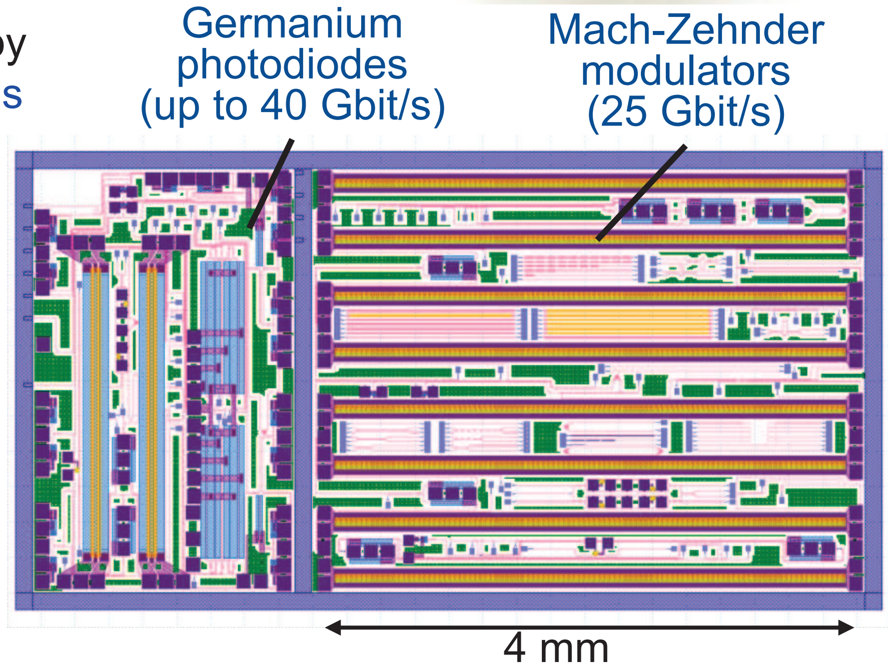
Silizium-Photonik: Halbleiterbauelemente für die Optik

Strengths:

- High-index-contrast silicon-on-insulator (SOI) waveguides
  ⇒ High integration density
- Mature CMOS technology
  ⇒ Large-scale photonic-electronic integration with high yield
- Ecosystem of foundry services, e.g., ePIXfab (http://www.epixfab.eu/) or IME (www.a-star.edu.sg)
  ⇒ Share investment and development costs by multi-project-wafer (MPW) runs and process design kits (PDK)







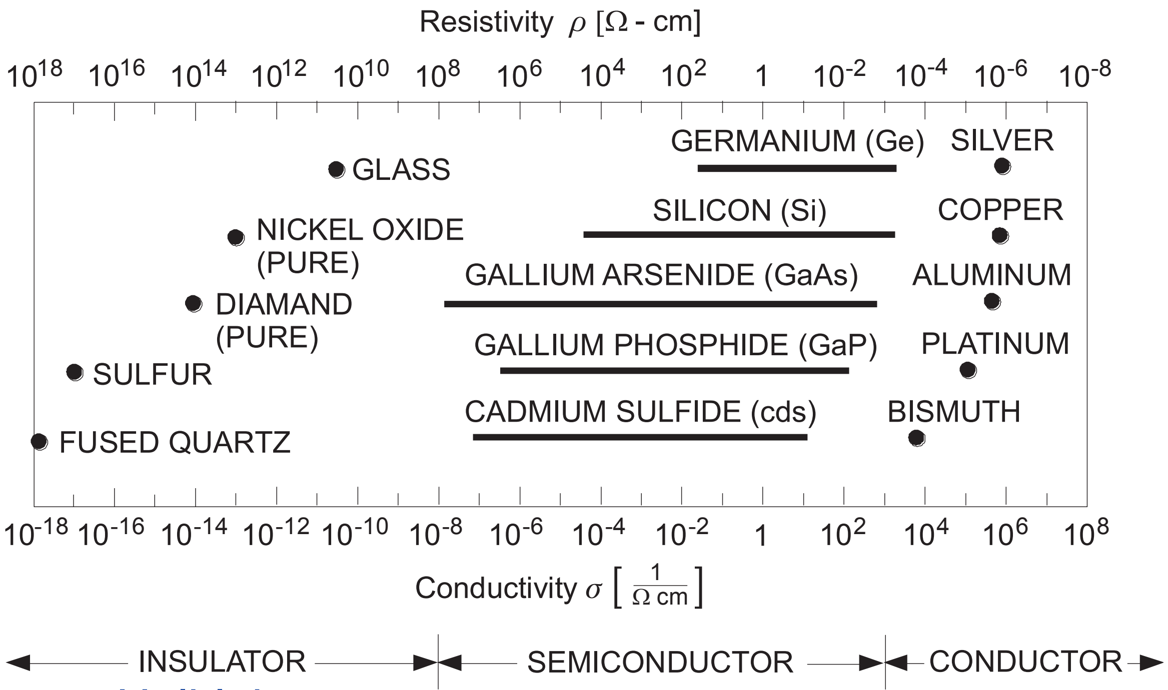
Institute of Photonics and Quantum Electronics IPQ

Grundlegende Eigenschaften von Hableitern

Halbleiter : Definition und Eigenschaften

Karlsruhe Institute of Technology

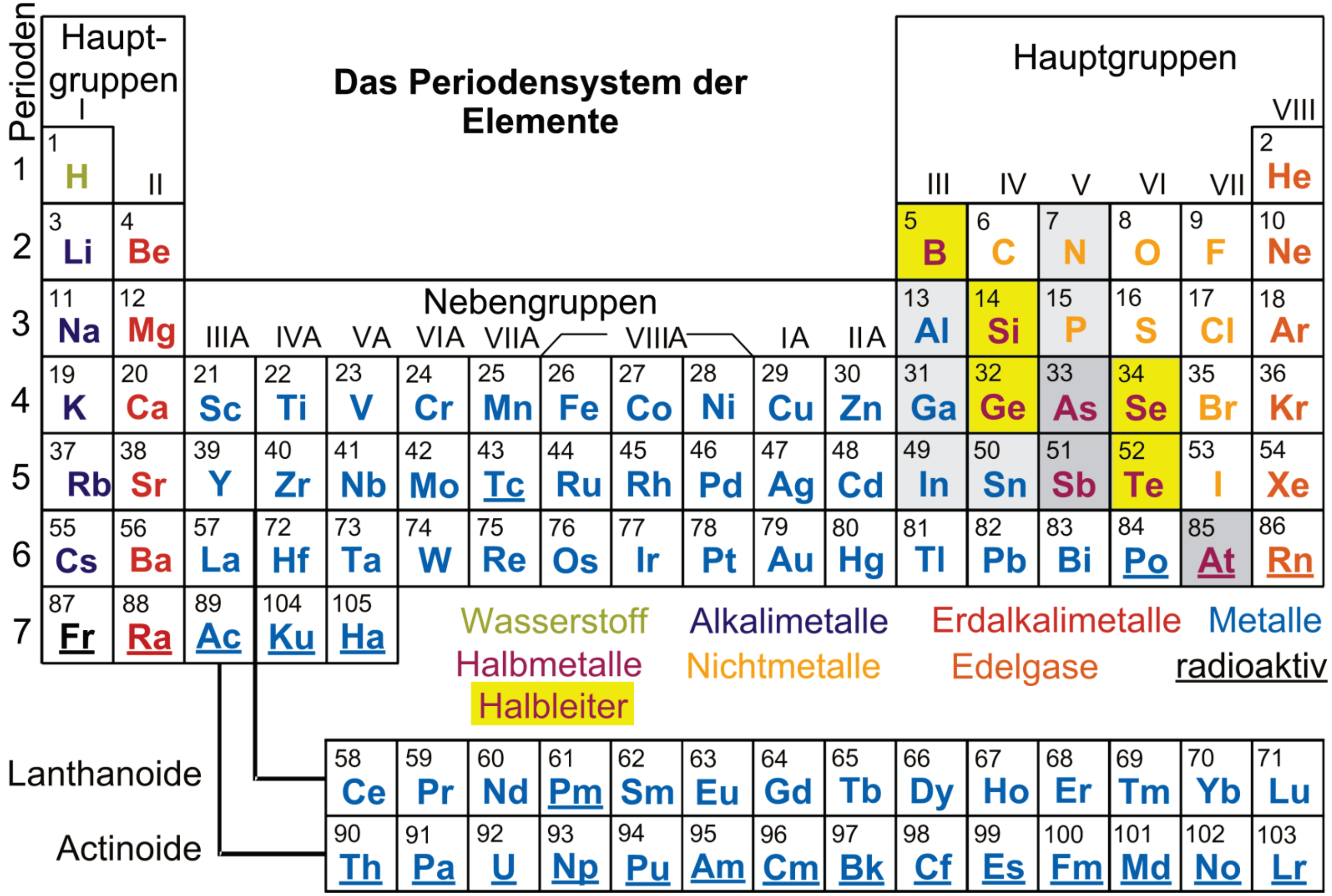
Halbleiter (engl. “Semiconductor”): Elemente bzw. Verbindungen, deren Leitfähigkeit bei Zimmertemperatur und bei höchster Reinheit zwischen jener der Metalle und jener von Isolatoren liegt.



Eigenschaften von Halbleitern:

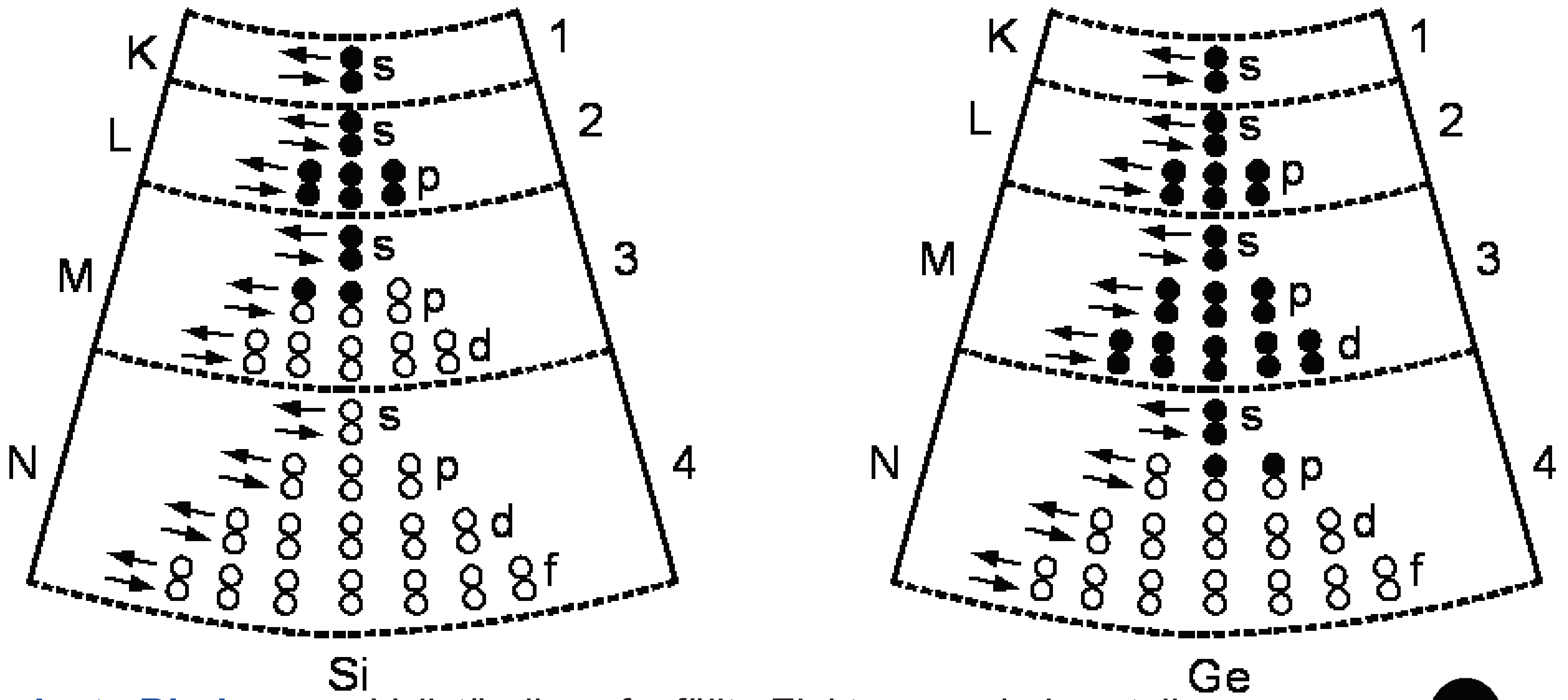
- Leitfähigkeit ändert sich über mehrere Dekaden in Abhängigkeit von der Temperatur und der Reinheit
- Leitfähigkeit steigt mit Temperatur stark an
  (vgl. Metall: Leitfähigkeit sinkt mit steigender Temperatur)

Elementhalbleiter im Periodensystem der Elemente

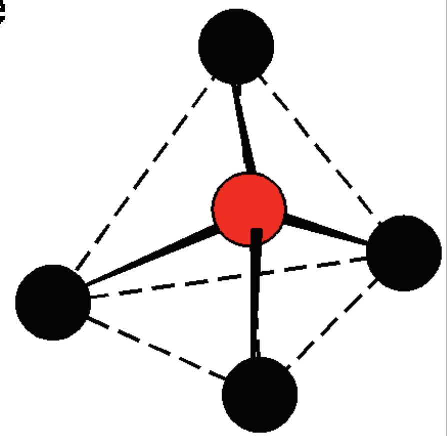


- Elementhalbleiter bilden eine Untergruppe der Halbmetalle, die zwischen Metallen und Nichtmetallen stehen
- Die wichtigsten Hableiter Silizium (Si) und Germanium (Ge) stehen in der vierten Hauptgruppe

Elektronenkonfiguration und Bindungen bei den Elementhalbleitern Silizium und Germanium



Kovalente Bindungen: Vollständig aufgefüllte Elektronenschalen stellen einen günstigeren Energiezustand dar („Edelgas-Zustand“); dies kann durch „gemeinsame Nutzung“ von Elektronen erreicht werden.



Hier: Bildung von vier ununterscheidbaren $3sp^3$-Hybridorbitalen; diese richten sich tetraedrisch im Raum aus (Bindungswinkel ca. 109.5°)
$\Rightarrow$ Diamantgitter!

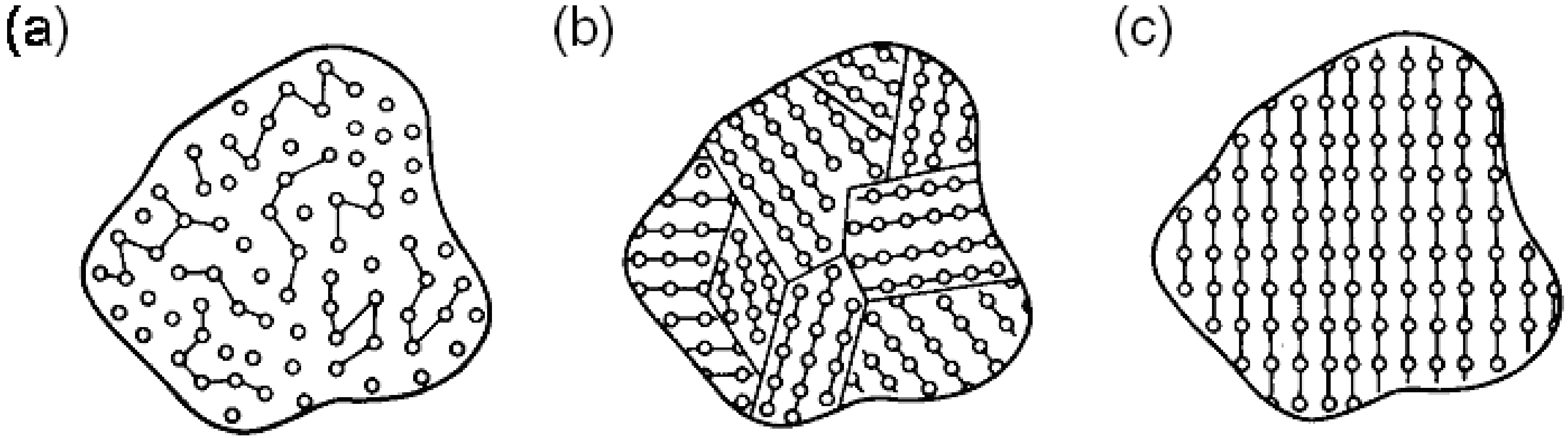
Verbindungshalbleiter

General Classification	Semiconductor Symbol	Semiconductor Name
Element	Si	Silicon
	Ge	Germanium
Binary compound		
IV-IV	SiC	Silicon carbide
III-V	AlP	Aluminum phosphide
	AlAs	Aluminum arsenide
	AlSb	Aluminum antimonide
	GaN	Gallium nitride
	GaP	Gallium phosphide
	GaAs	Gallium arsenide
	GaSb	Gallium antimonide
	InP	Indium phosphide
	InAs	Indium arsenide
	InSb	Indium antimonide
II-VI	ZnO	Zinc oxide
	ZnS	Zinc sulfide
	ZnSe	Zinc selenide
	ZnTe	Zinc telluride
	CdS	Cadmium sulfide
	CdSe	Cadmium selenide
	CdTe	Cadmium telluride
	HgS	Mercury sulfide
IV-VI	PbS	Lead sulfide
	PbSe	Lead selenide
	PbTe	Lead telluride
Ternary compound	$Al_xGa_{1-x}As$	Aluminum gallium arsenide
	$Al_xIn_{1-x}As$	Aluminum indium arsenide
	$GaAs_{1-x}P_x$	Gallium arsenic phosphide
	$Ga_xIn_{1-x}N$	Gallium indium nitride
	$Ga_xIn_{1-x}As$	Gallium indium arsenide
	$Ga_xIn_{1-x}P$	Gallium indium phosphide
Quaternary compound	$Al_xGa_{1-x}As_ySb_{1-y}$	Aluminum gallium arsenic antimonide
	$Ga_xIn_{1-x}As_{1-y}P_y$	Gallium indium arsenic phosphide

Quelle: Sze/Klee, Semiconductor Devices – Physics and Technology

- Verbindungshalbleiter bestehen aus Verbindungen von Elementen der IV. Hauptgruppe, Elementen der III. und der V. Hauptgruppe, oder von Elementen der II. und VI. Hauptgruppe.
- Binäre Halbleiter bestehen aus zwei Elementen, z.B. GaAs
- Ternäre Halbleiter bestehen aus drei Elementen, z.B. $Al_{1-x}Ga_xAs$ oder $Al_{1-x}In_xAs$
- Quaternäre Halbleiter bestehen aus vier Elementen, z.B. $In_{1-x}Ga_x As_{1-y}P_y$

Kristallstrukturen von Festkörpern

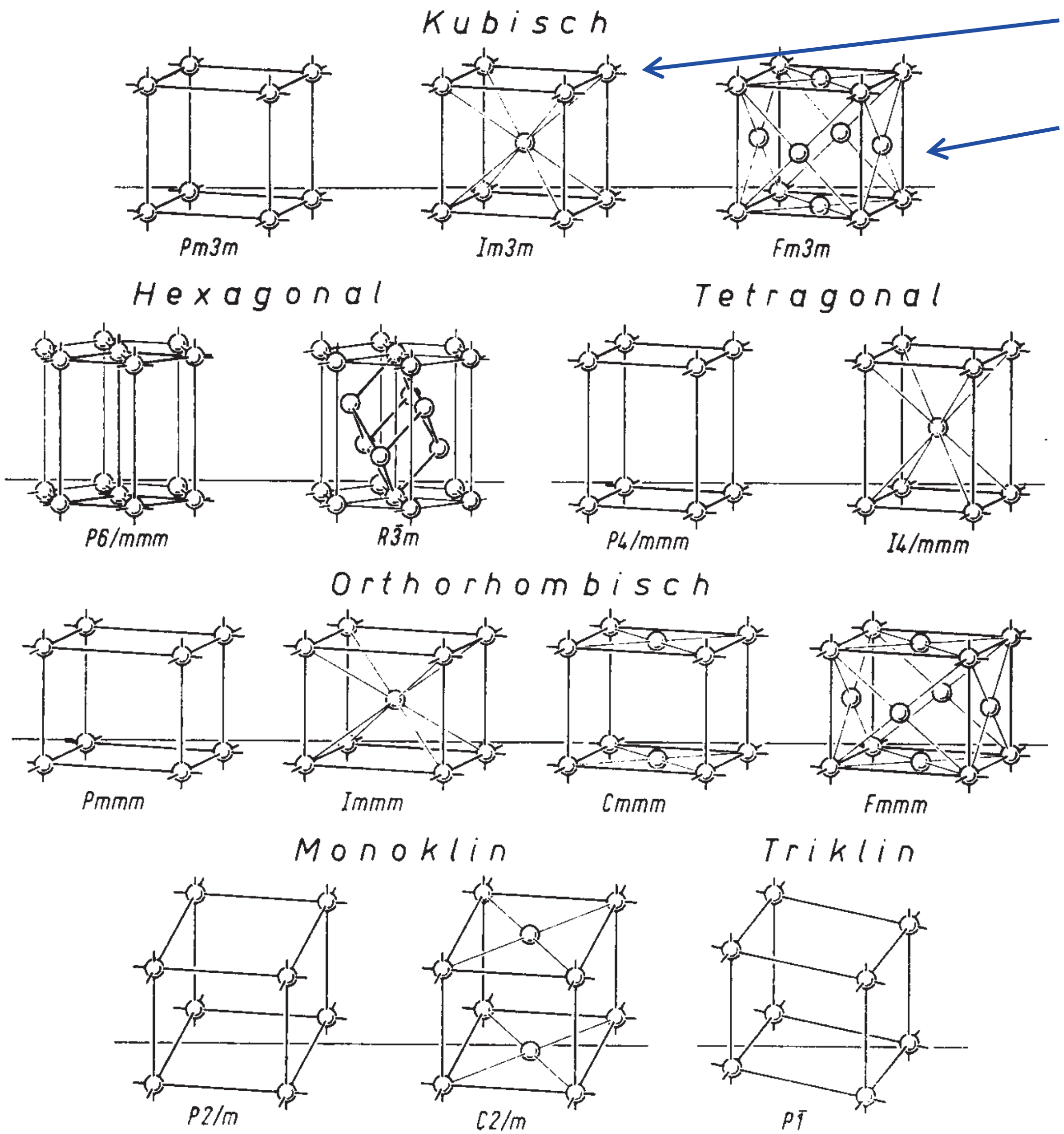


Amorpher Festkörper: Atome oder Molekülen bilden keine geordneten Strukturen, sondern ein unregelmäßiges Muster (lediglich Nahordnung, keine Fernordnung)

Polykristalliner Festkörper: Besteht aus kleinen Einzelkristallen (Kristalliten) besteht, die durch Korngrenzen voneinander getrennt werden.

Kristalliner Festkörper: Bausteine (Atome, Ionen oder Moleküle) sind regelmäßig in einer Kristallstruktur angeordnet (Nah- und Fernordnung).

Bravais-Gitter und Kristallgitter



Kubisch-raumzentriert
(body-centered cubic, bcc)

Kubisch-flächenzentriert
(face-centered cubic, fcc)

Bravais-Gitter (Translationsgitter):

- Gitterpunkte lassen sich durch eine Linearkombinationen von drei Gittervektoren beschreiben („In einem Bravaisgitter sieht man immer die gleiche Umgebung, wenn man sich auf einen Gitterpunkt stellt und in eine bestimmte Richtung schaut.“)
- In drei Dimensionen gibt es 14 Bravais-Gitter
- Kristallgitter sind nicht notwendigerweise Bravaisgitter, lassen sich aber immer durch Translation einer Einheitszelle auf einem Bravais-Gitter beschreiben

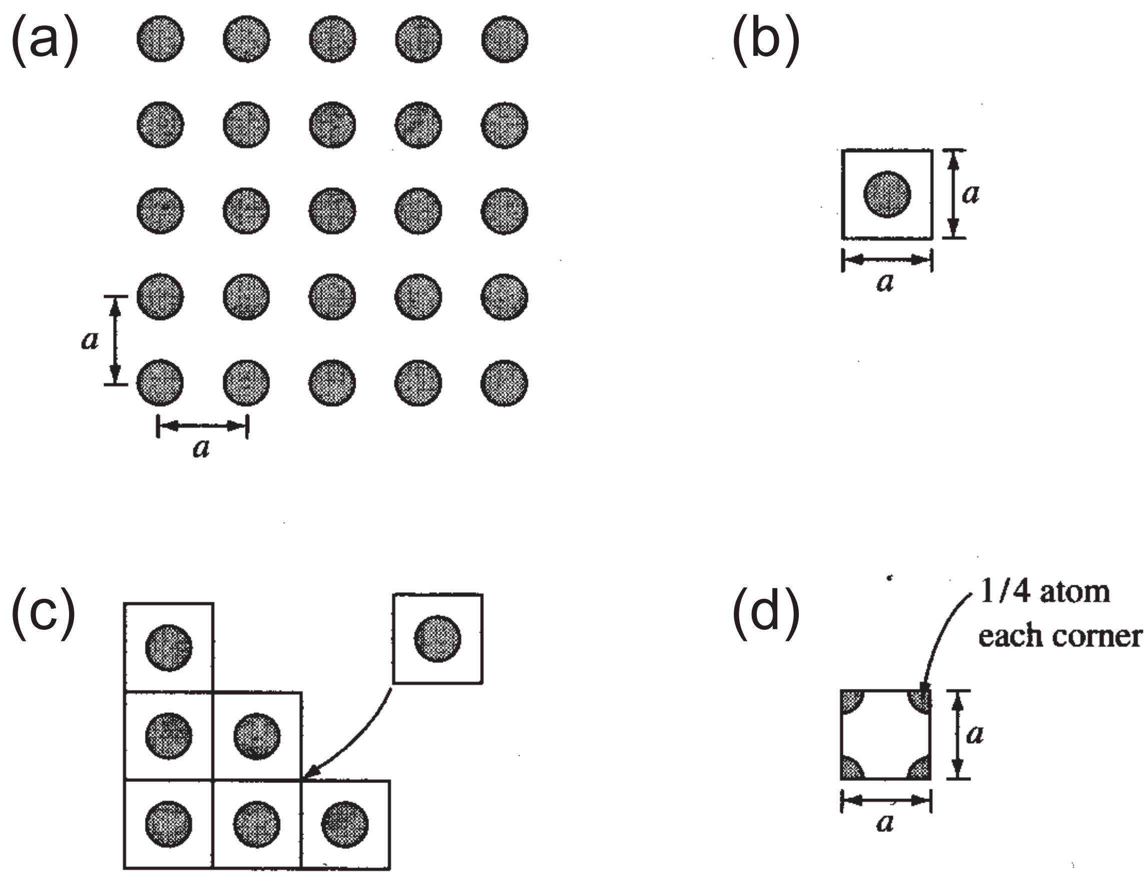
Quelle: http://positron.physik.uni-halle.de

Beschreibung von Kristallgittern durch Einheitszellen

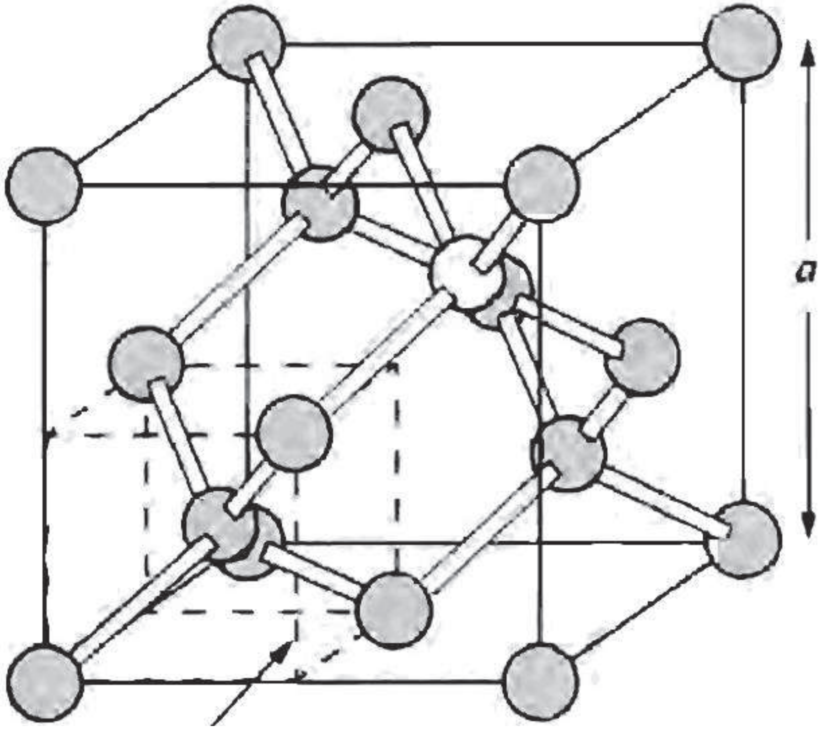
Einheitszelle: Volumenelement, aus dem sich durch Translation auf einem Bravaisgitter das gesamte Kristallgitter erzeugen lässt.

Anmerkung: Die Einheitszelle enthält alle Symmetrie-eigenschaften des gesamten Kristallgitters.

Minimalbeispiel: Einheitszelle besteht aus einem einzelnen Atom (Kristallgitter = Bravaisgitter)



Kristallstruktur der Elementhalbleiter
Silizium und Germanium



Tertraedrische Grundstruktur

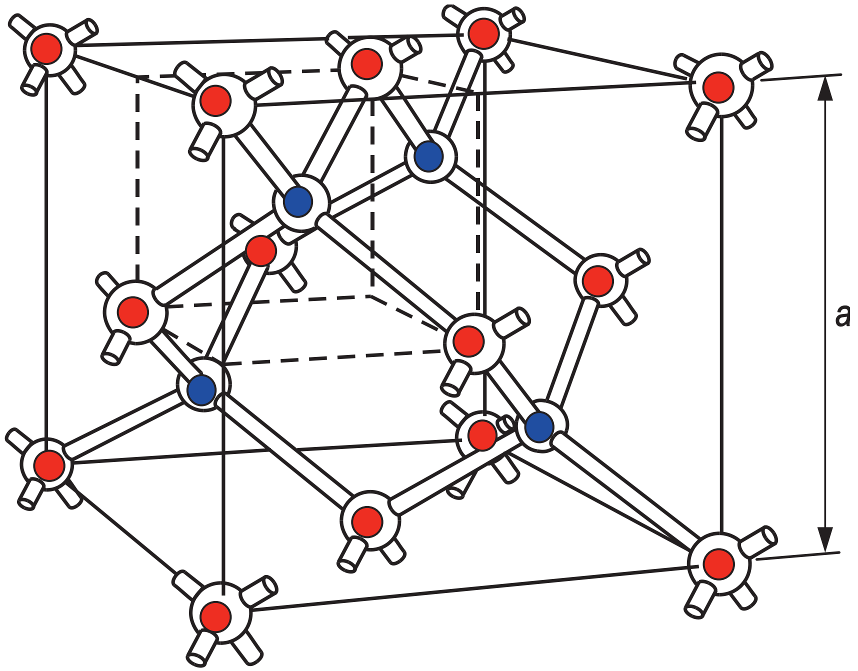
Si und Ge kristallisieren im Diamantgitter

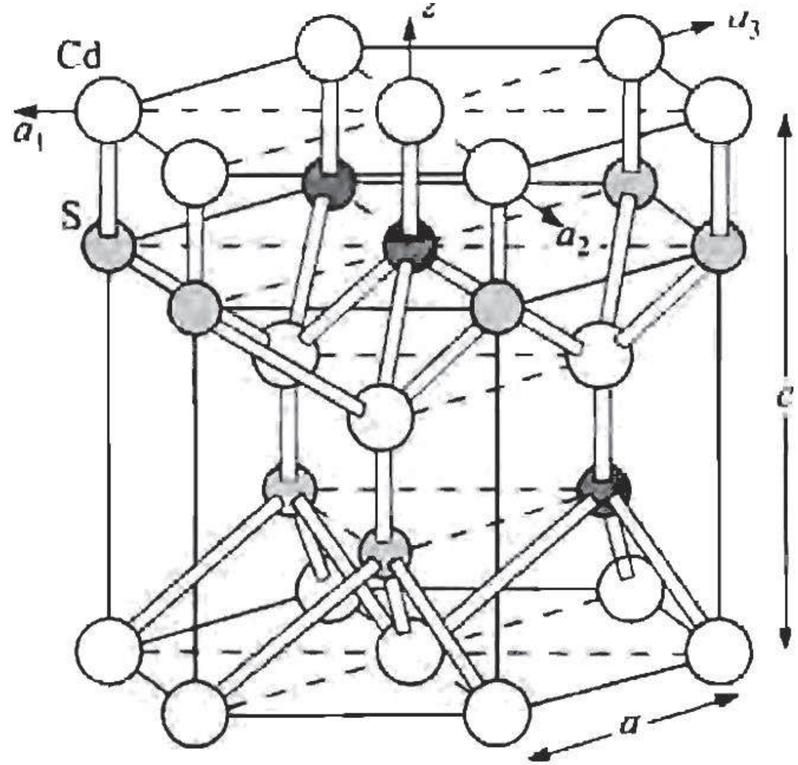
Anmerkungen:

- Die Diamantstruktur hat ein kubisch-flächenzentriertes (fcc) Gitter mit einer Einheitszelle, die aus zwei Atomen bei (0,0,0) und (1/4,1/4,1/4)a besteht
- Äquivalente Aussage: Die Diamantstruktur ist zusammengesetzt aus zwei fcc-Gittern, die gegeneinander um ein Viertel der Raumdiagonalen verschoben sind.

Quelle: Sze/Klee, Semiconductor Devices – Physics and Technology

Kristallstrukturen von Verbindungshalbleitern





Zinkblendestruktur: Eine gleiche Anzahl von Ga und As Atomen sind so auf einem Diamatgitter verteilt, dass jedes Atom vier Nachbarn der jeweils anderen Art hat; typisch für III-V-Halbleiter wir GaAs, InP, InGaAsP usw.

Wurtzit-Struktur, bestehend aus zwei Hexagonalgittern, die gegeneinander um 1/3 des Ebenenabstandes in Richtung der Längsachse verschoben sind, typisch für II-VI-Halbleiter wie CdS, ZnS etc.

Quelle: Sze/Klee, Semiconductor Devices – Physics and Technology

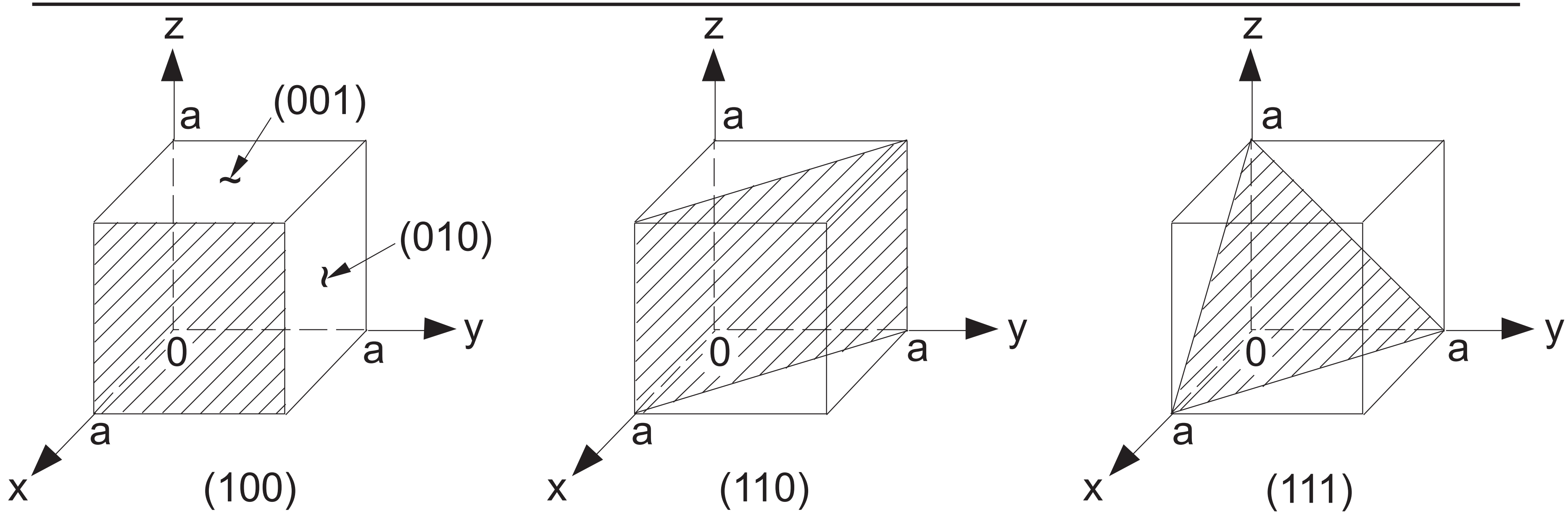
Kristallstrukturen von Verbindungshalbleitern

Compound	Structure	Lattice parameter (Å)	Density (g/cm^3)
AlN	wurtzite	a = 3.11(1), c = 4.98(1)	3.255
AlP	zinc blende	a = 5.4635(4)	2.40(1)
AlAs	zinc blende	a = 5.660	3.760
AlSb	zinc blende	a = 6.1355(1)	4.26
GaN	wurtzite	a = 3.190, c = 5.187	
GaP	zinc blende	a = 5.4505(2)	4.138
GaAs	zinc blende	a = 5.65325(2)	5.3176(3)
InN	wurtzite	a = 3.5446, c = 5.7034	6.81
InP	zinc blende	a = 5.868(1)	4.81
InAs	zinc blende	a = 6.0583	5.667
InSb	zinc blende	a = 6.47937	5.7747(4)

Kristallstrukturen, Gitterparameter und Dichten verschiedener III-V Verbindungshalbleiter. Die eingeklammerten Nachkommastellen deuten die Genauigkeit der Messungen an.

Quelle: http://cnx.org/content/m23905/latest/

Raumrichtungen und Miller-Indizes



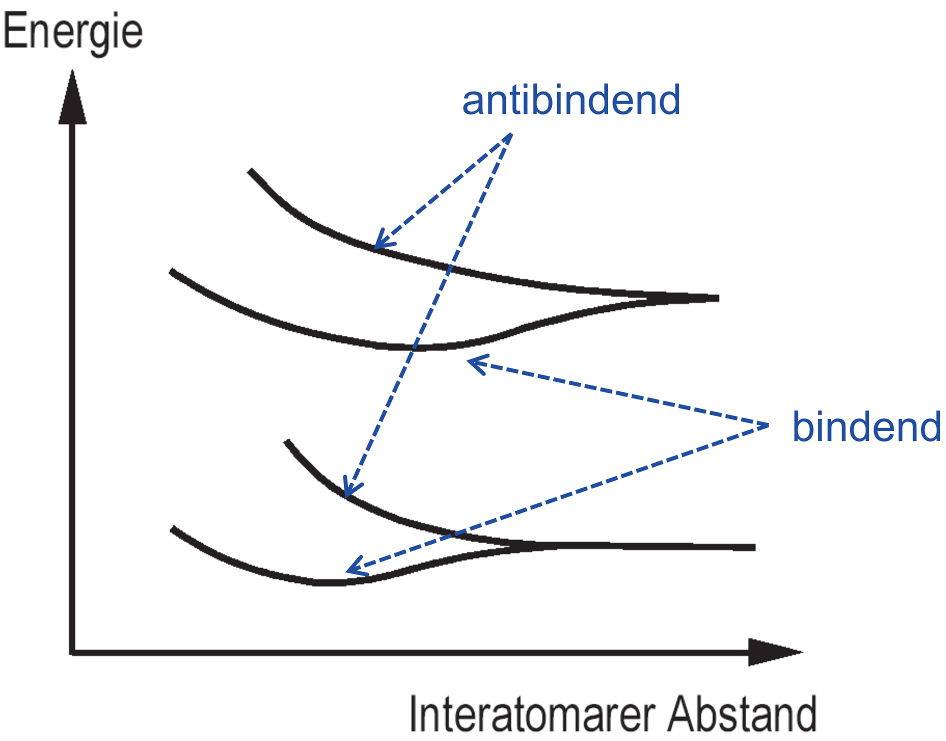
[hkl]	Angabe der Richtung, z.B. bezeichnet [100] die x-Achse
<hkl>	umfasst all zu [hkl] äquivalenten Richtungen
(hkl)	Angabe der Gitterebene, welche normal zur Achse [hkl] steht
{hkl}	umfasst all zu (hkl) äquivalenten Gitterebenen

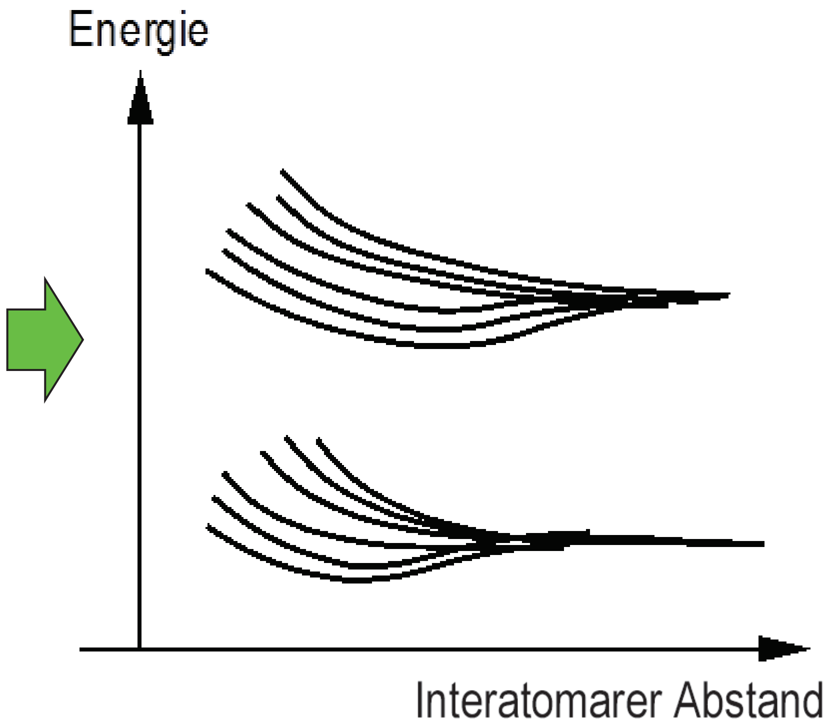
Vom Einzelatom zum Kristall: Aufspaltung von Energieniveaus durch Wechselwirkung

Gedankenexperiment: Annähern zweier gleicher Atome und Untersuchung der Energieniveaus der gekoppelten elektronischen Zustände

⇒ Aufspaltung der Energieniveaus in bindende und antibindende Zustände

Bei 6 Atomen: Aufspaltung in 6 diskrete Energieniveaus





Bildung von Energiebändern aus diskreten Energieniveaus

Karlsruhe Institute of Technology

Bei 10^{23} Atomen: Bildung von kontinuierlichen Energiebändern

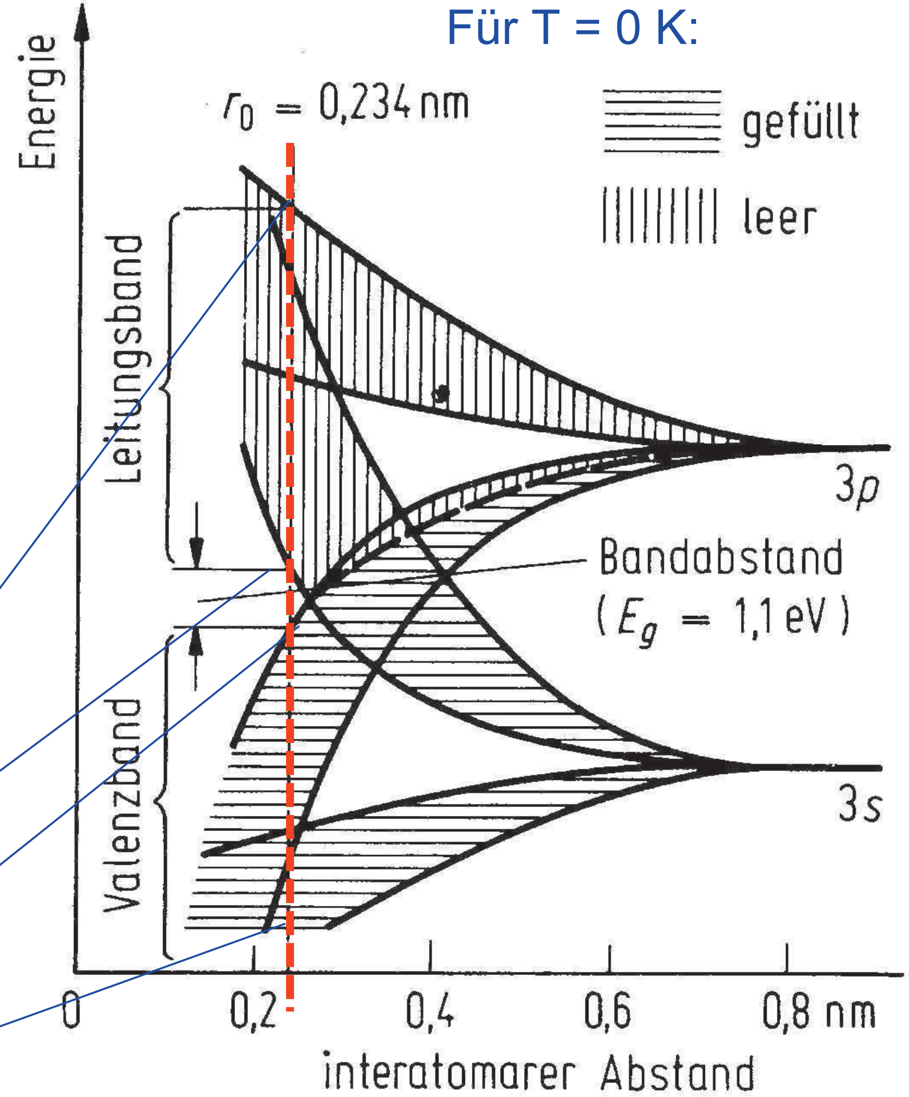
- Die s-Bänder und p-Zustände des Si spalten sich sehr stark auf; es bilden sich 10^{23} verschiedene Energieniveaus, die sich als Kontinuum beschreiben lassen
- Beim Atomabstand des Si (r = 0,234nm bei T = 0K) bildet sich eine markante Bandlücke.
- Valenzband = Energetisch höchstes vollbesetztes Band bei T = 0K
- Leitungsband = Energetisch tiefstes unbesetztes Band bei T = 0K

Leitungsband

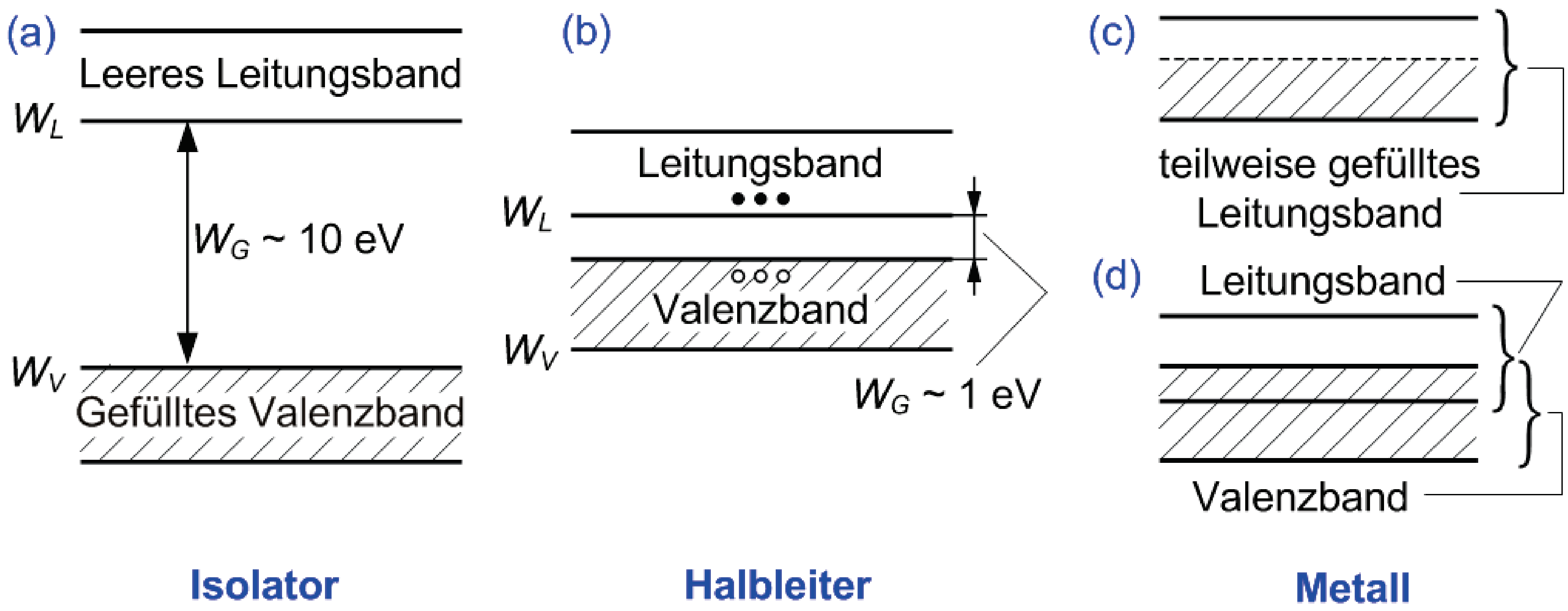
Bandlücke

Valenzband

Für T = 0 K:



Bänderschemata von Isolatoren, Halbleitern und Metallen



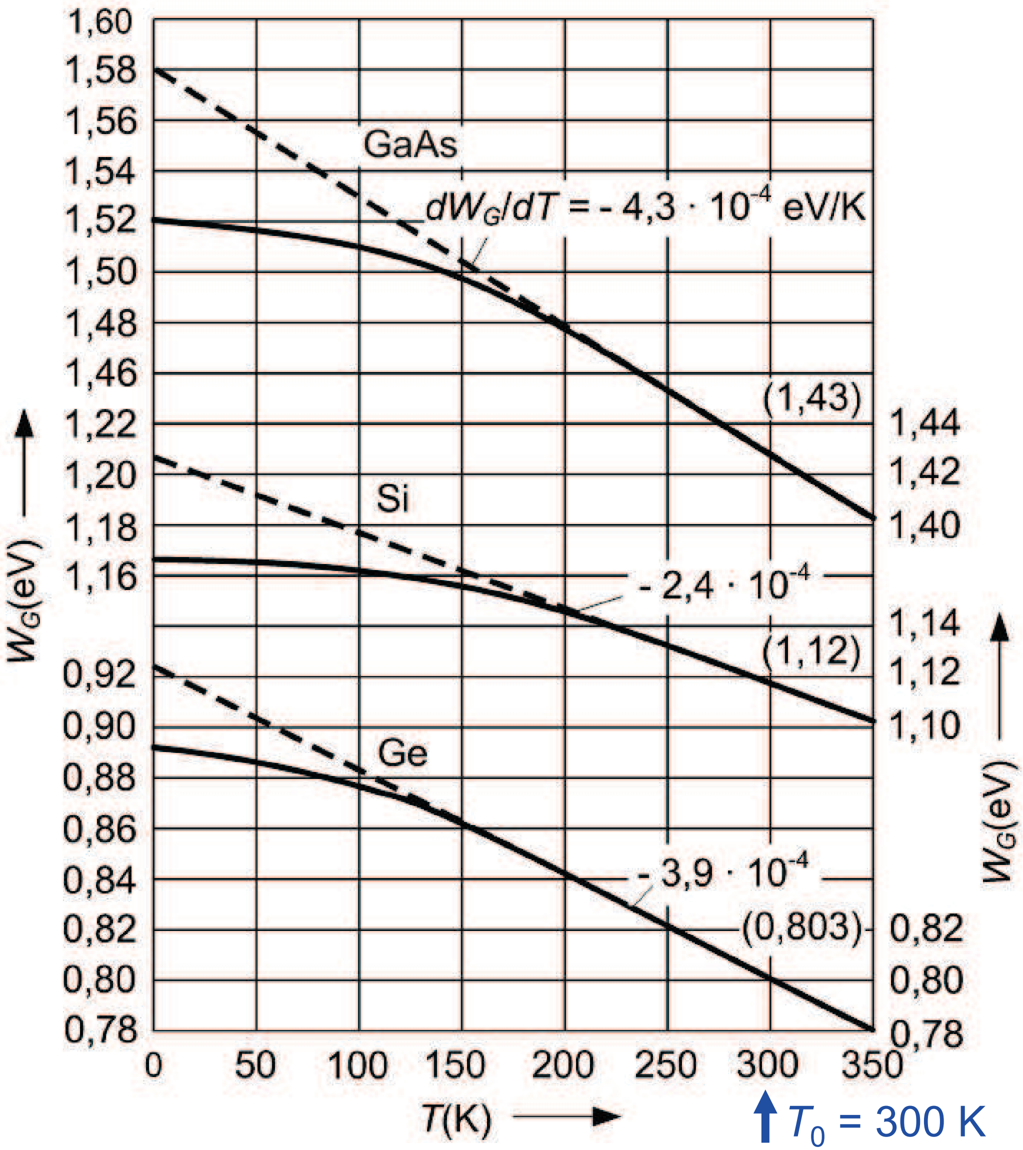
Bei Raumtemperatur:

- Isolator: (Nahezu) unbesetztes Leitungsband, volles Valenzband
- Halbleiter: Durch thermische Anregung teilweise besetztes Leitungs- und Valenzband
- Metall: Bei T = 0 liegt bereits ein nur teilweise besetztes Leitungsband vor (c) bzw. Leitungs- und Valenzband überlappen (d)

Temperaturabhängigkeit der Bandlücke

- Die Bandlücke von Halbleiter nimmt üblicherweise mit zunehmender Temperatur ab!
- In der Umgebung der Raumtemperatur T_0 kann man die Temperaturabhängigkeit der Bandlücke durch eine lineare Funktion annähern:

$$W_G(T) = W_G(T_0) + \left.\frac{dW_G}{dT}\right|_{T=T_0} (T - T_0)$$



Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit von Halbleitern

Karlsruhe Institute of Technology

Qualitatives Modell:

T = 0 K: Stabile Bindungen

T > 0 K: Kovalente Bindung kann „aufreißen“.

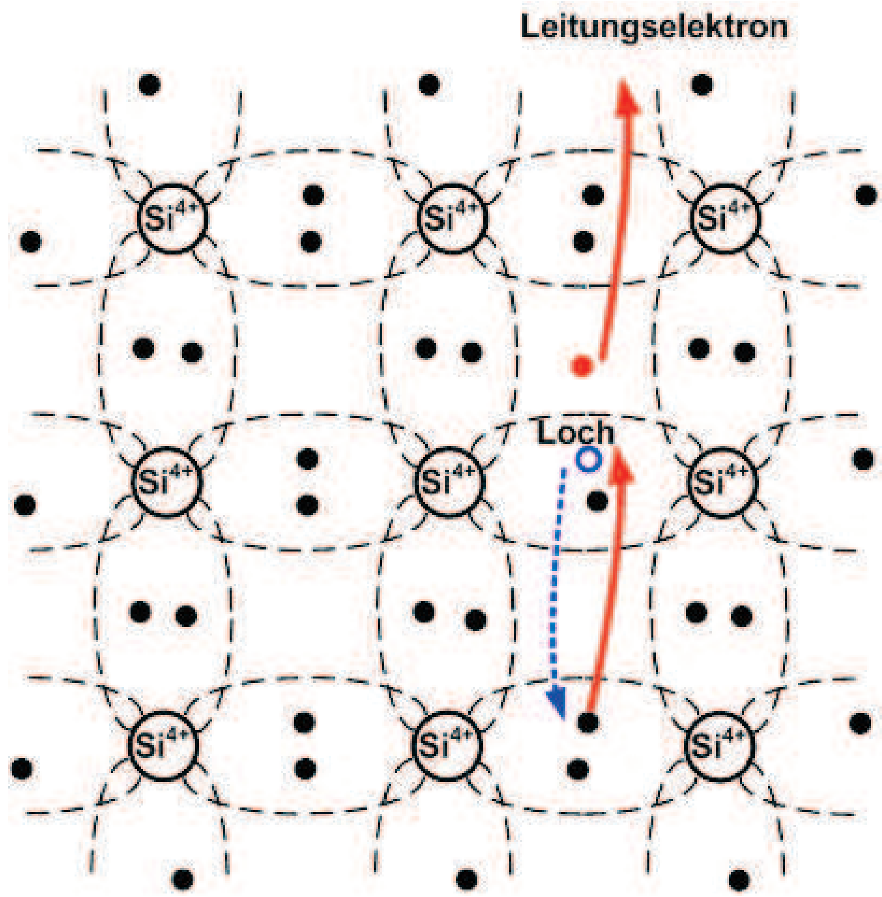
$\Rightarrow$ Zwei (Quasi-)Teilchen:

- Freies Elektron im Leitungsband
- Loch im Valenzband

$\Rightarrow$ Zwei Anteile an Stromfluss und Leitfähigkeit

$\Rightarrow$ Leitfähigkeit steigt mit Temperatur

Anmerkung: Die Teilchen haben unterschiedliche Beweglichkeiten und tragen daher unterschiedlich stark zum Stromfluss bei!



Problem: Wie lassen sich diese Vorgänge quantitativ beschreiben?
=> Durch Lösung der Schrödinger-Gleichung für die Elektronen im Kristallgitter!

Bandstruktur von Hableitern

Postulate der Quantenmechanik und Schrödinger-Gleichung

- Jedes Partikel in einen System wird durch eine Wellenfunktion Ψ(x,y,z,t) beschrieben. Diese Funktion ist stetig, endlich und wohldefiniert.
- Die Wahrscheinlichkeit, das durch $\Psi(\mathbf{r},t)$ beschriebene Partikel im Volumenelement dx dy dz anzutreffen, ist gegeben durch $|\Psi(\mathbf{r},t)|^2$ dx dy dz.

  $|\Psi(\mathbf{r},t)|^2$ = Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte

  $\Psi(\mathbf{r},t)$ = Wahrscheinlichkeitsdichteamplitude

  Normierung: $\iiint |\Psi(\mathbf{r},t)|^2 \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z = 1$
- Klassische Größen wie z.B. die Energie *W* (in der englischsprachigen Literatur oft auch als *E* bezeichnet) oder der Impuls *p* entsprechen einem abstrakten quantenmechanischen Operator:

	Klassische Variable	Quantenmech. Operator
Ort	x	x
	$f(x)$	$f(x)$
Impuls	$\mathbf{p}(x)$	$-\mathrm{j}\hbar\nabla$
Energie	W	$\mathrm{j}\hbar\frac{\partial}{\partial t}$

- Der Erwartungswert <Q> für eine Observable Q lässt sich aus der Wellenfunktion Ψ(x,y,z,t) mit Hilfe des zugehörigen Operators $\mathbf{Q}_{op}$ berechnen,

$$\langle Q\rangle = \iiint \Psi^\star(\mathbf{r},t)\mathrm{Q}_{\mathrm{op}}\Psi(\mathbf{r},t)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z.$$

Postulate der Quantenmechanik und Schrödinger-Gleichung

- Es gibt zu jeder Observablen Q einen Satz von speziellen Zuständen Ψ_Q, bei denen das Ergebnis einer Messung eindeutig feststeht. Ein solcher Zustand wird Eigenzustand der betreffenden Observablen genannt, und das zugehörige Messergebnis ist einer der Eigenwerte des zur Observablen gehörenden Operators $\mathbf{Q}_{op}$,

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{op}}\Psi_Q = Q\Psi_Q$$

Die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung ergibt sich durch Ausnutzung der Tatsache, dass die Gesamtenergie des Partikels aus der Summe von kinetischer und potentieller Energie ergibt:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + W_{\mathrm{pot}}(\mathbf{r})\right]\Psi(\mathbf{r},t) = \mathrm{j}\,\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\mathbf{r},t)$$

Die zeitunabhängige Schrödinger-Gleichung ergibt sich durch einen Separationsansatz der Form $\Psi(\mathbf{r},t) = \psi(\mathbf{r})\phi(t)$ und Annahme einer harmonischen Zeitabhängigkeit $\phi(t) = \phi_0 \exp(-jWt/\hbar)$ (W = Gesamtenergie des Partikels)

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + W_{\mathrm{pot}}(\mathbf{r})\right]\psi(\mathbf{r}) = W\psi(\mathbf{r})$$

Das freie Elektron

Betrachte ein Elektron mit Gesamtenergie W in einem räumlich konstanten Potenzialfeld mit potentieller Energie W_{pot}
⇒ Lösung der (zeitabhängigen) Schrödinger-Gleichung:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \psi_0 e^{\mathrm{j}\left(\mathbf{kr} - \frac{W(k)}{\hbar}t\right)},$$

Die Dispersionsrelation beschreibt den Zusammenhang zwischen Gesamtenergie W und Impuls $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ des Elektrons bzw. zwischen Frequenz und Wellenzahl der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichtewelle,

$$W(k) = W_0 + \frac{(\hbar\mathbf{k})^2}{2m}$$

- Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\Psi(\mathbf{r},t)|^2$ es Elektrons ist räumlich konstant, d.h. es ist unmöglich, dem Elektron einen Aufenthaltsort zuzuschreiben. Dies ist eine Folge der Heisenberg'schen Unschärferelation, die die Varianzen im Ort und im Impuls miteinander verbindet
$$\sigma_x \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2},$$
- Der Impuls eines lokalisierten Elektrons lässt sich also nur durch ein Spektrum an Wellenzahlen beschreiben.

Wellenpakete und Gruppengeschwindigkeit

Das lokalisierte Elektron mit mittlerem Impuls $\hbar\mathbf{k}$ lässt sich darstellen durch ein Wellenpakt mit mittlerem Wellenvektor **k** und einer zeitlich-örtliche Einhüllenden a(x,t)

$$\Psi(x,t) = a(x,t)\, e^{\mathrm{j}\left(k_0 x - \frac{W(k_0)}{\hbar} t\right)}$$

Anmerkung: Betrachte Propagation in *x*-Richtung, $\mathbf{k} = k_x \mathbf{e}_x$ (o.B.d.A).

Beschreibung der zeitlichen Evolution im *k*-Raum:

$$\Psi(x,0) = a(x,0)\, e^{\mathrm{j}k_0 x} \qquad\qquad \Psi(x,t) = a(x - v_g t, 0)\, e^{\mathrm{j}\left(k_0 x - \frac{W(k_0)}{\hbar} t\right)}$$

$$\tilde{\Psi}(k,0) = \tilde{a}(k - k_0, 0) \longrightarrow \tilde{\Psi}(k,t) = \tilde{a}(k - k_0, t)\, e^{-\mathrm{j}\frac{W(k)}{\hbar} t}$$

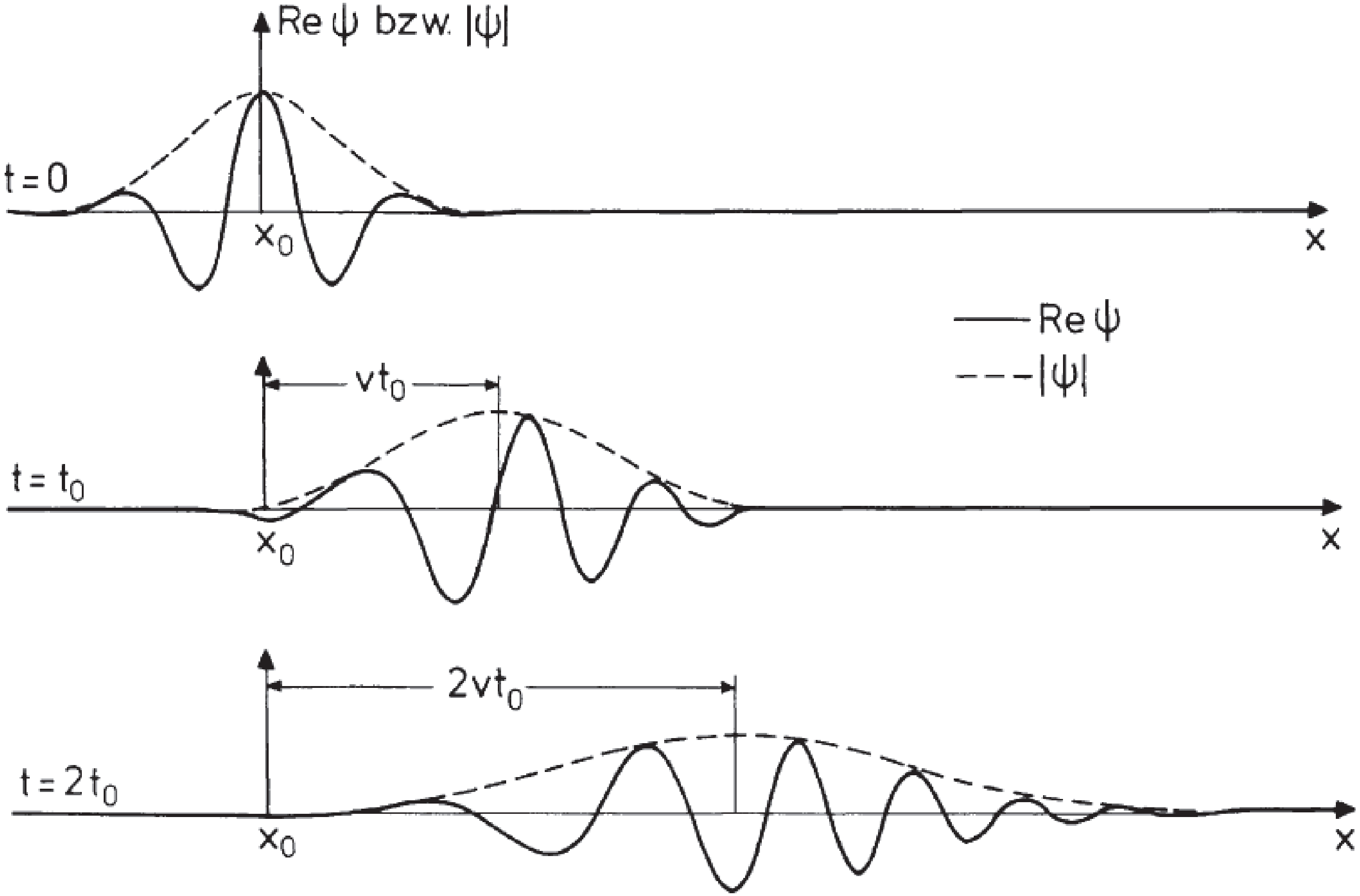
Taylor-Entwicklung der Dispersionsrelation um die mittlere Wellenzahl k_0:

$$W(k) = W(k_0) + \left.\frac{\partial W}{\partial k}\right|_{k=k_0} (k - k_0) + \frac{1}{2} \left.\frac{\partial^2 W}{\partial k^2}\right|_{k=k_0} (k - k_0)^2$$

Gruppengeschwindigkeit:

$$v_g = \frac{1}{\hbar}\frac{\partial W}{\partial k} \quad \text{(entlang x)} \qquad\qquad \mathbf{v}_g = \frac{1}{\hbar}\nabla_{\mathbf{k}} W(\mathbf{k}) \quad \text{(in 3D)}$$

Wellenpakete und Gruppengeschwindigkeit



- Terme zweiter und höherer Ordnung in der Taylorentwicklung von W(k) führen aufgrund der anfänglichen Impulsverteilung zum „Zerfließen“ des Wellenpaketes für t > 0

Quelle: Ibach/Lüth, Festkörperphysik

Semi-klassische Bewegungsgleichungen

Impuls- und Geschwindigkeitszunahme im externen elektrischen Feld:

$$\frac{\partial (\hbar \mathbf{k})}{\partial t} = -e\mathbf{E}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial t} = m^* (-e\mathbf{E})$$

Die effektive Masse *m** ist invers proportional zur Krümmung der Dispersionsrelation:

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k^2}$$

In der räumlichen Betrachtung ist die inverse effektive Masse $1/m^*$ eine 3x3-Matrix, die im wesentlichen der Hesse-Matrix der Dispersionsrelation entspricht,

$$\left(\frac{1}{m^*}\right)_{l,m} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 W(k)}{\partial k_l \partial k_m}$$

Für das freie Elektron stimmt die effektive Masse *m** mit der Ruhemasse *m* des Elektrons überein. Für Elektronen in einem Halbleiterkristall kann die effektive Masse hingegen sehr unterschiedliche und insbesondere auch negative Werte annehmen.

Institute of Photonics and Quantum Electronics

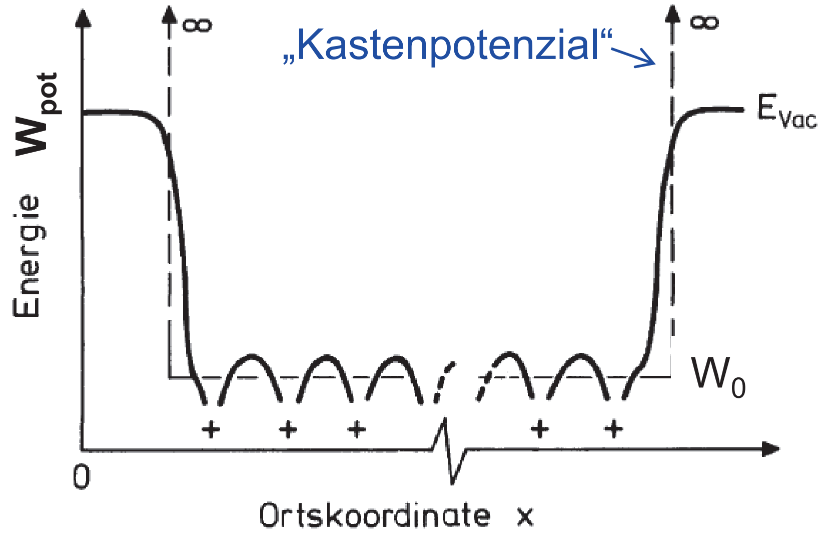
„Freie“ Elektron im Festkörper

Vereinfachtes Modell eines Halbleiterkristalls:

- Atomkerne führen zu einem statischen Potential, das dieselbe Periodizität aufweist wie das Kristallgitter (**R** = Gittervektor),

$$W_{\mathrm{pot}}(\mathbf{r}) = W_{\mathrm{pot}}(\mathbf{r} + \mathbf{R})$$

- Wechselwirkungen zwischen Elektronen werden vernachlässigt; man betrachtet also nur ein einzelnes Elektron in einem statischen periodischen Potenzial (Einelektronen-Näherung)



Sommerfeld-Modell:

- Zusätzlich wird das periodische Potenzial im Kristall vernachlässigt, die Austrittsarbeit an der Oberfläche mit ∞ angenähert

$\Rightarrow$ Freies Elektron im (würfelförmigen) Potentialkasten:

$$W_{\mathrm{pot}} \begin{cases} = W_0 & \text{falls } 0 < x, y, z < L \\ \to \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

Quelle: Ibach/Lüth, Festkörperphysik

Das „freie“ Elektron im dreidimensionalen Potentialkasten

Karlsruhe Institute of Technology

Lösung der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung:

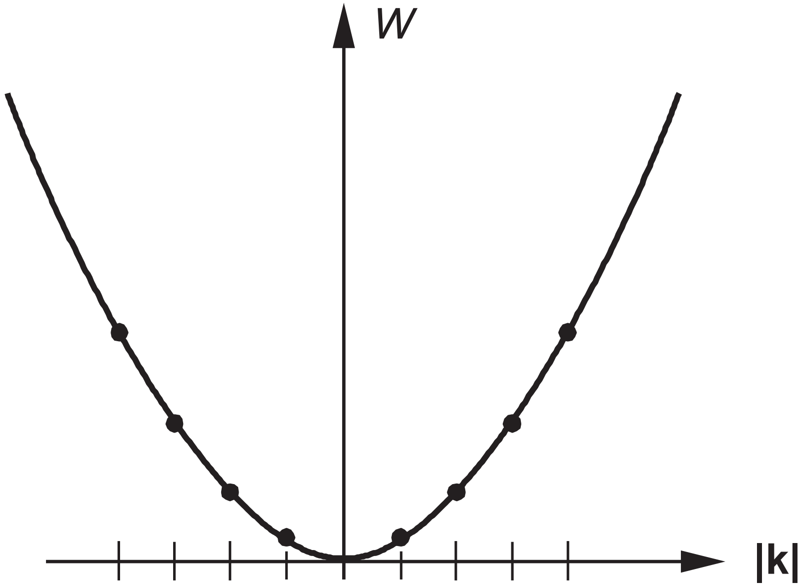
$$\psi(\mathbf{r}) = \begin{cases} \left(\frac{2}{L}\right)^{\frac{3}{2}} \sin(k_x x) \sin(k_y y) \sin(k_z z) & \text{falls } 0 < x, y, z < L \\ \to 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

wobei $\quad k_x L = n_x \pi, \qquad k_y L = n_y \pi, \qquad k_z L = n_z \pi$

Zugehörige Energien:

$$W = W_0 + \frac{|\mathbf{k}|^2}{2m},$$

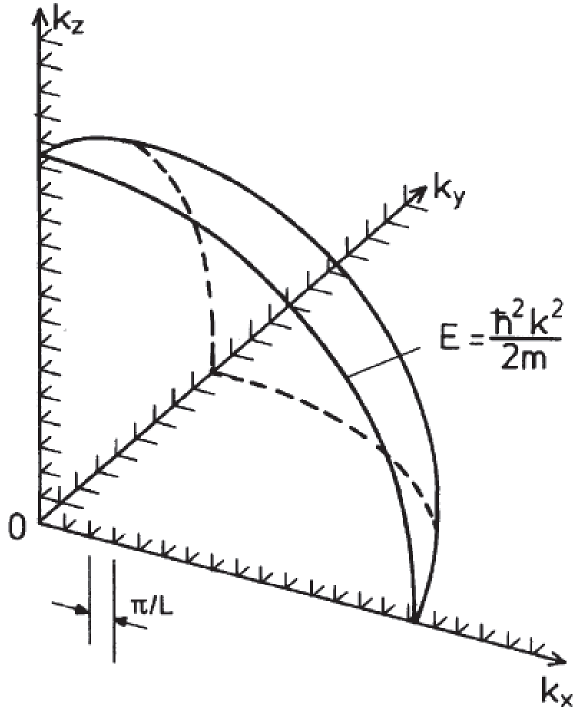
wobei $\quad |\mathbf{k}|^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$

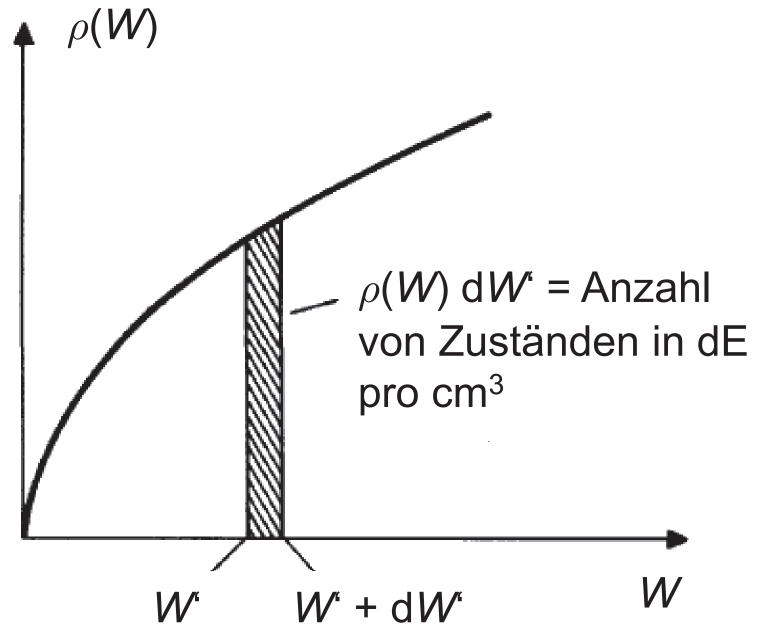


Für L $\to \infty$: Kontinuum an möglichen Energieniveaus anstelle diskreter Zustände
$\Rightarrow$ Betrachtung der Zustandsdichte als Funktion der Energie

Zustandsdichte des freien Elektronengases

Zustandsdichte: Anzahl der besetzbaren Zustände pro Energieintervall und pro Volumen





$$\rho(W) = \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}W} = 4\pi\frac{(2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3}\sqrt{W - W_0}$$

Anmerkung: Die Energie wird in der Literatur manchmal auch mit E bezeichnet!

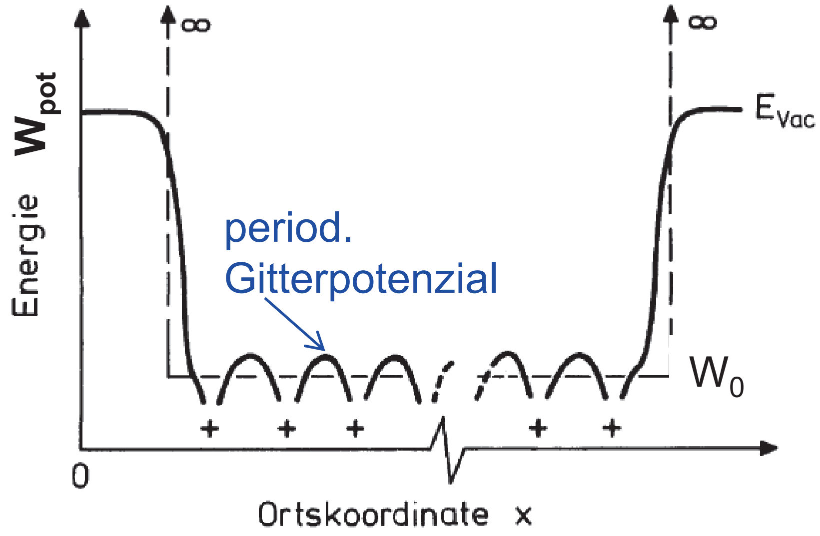
Quelle: Ibach/Lüth, Festkörperphysik

Das Elektron im periodischen Potenzial

Bloch-Theorem:

Die Lösungen der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung für ein periodisches Potential $W_{\mathrm{pot}}(\mathbf{r}) = W_{\mathrm{pot}}(\mathbf{r}+\mathbf{R})$ sind das Produkt aus einer ebenen Welle $\exp(\mathrm{j}\mathbf{k}\mathbf{r})$ und einer Funktion $u_k(\mathbf{r})$, die die gleiche Periodizität aufweist wie das Kristallgitter,

$$\psi_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r})\, e^{\mathrm{j}\mathbf{k}\mathbf{r}},$$
$$u_k(\mathbf{r}+\mathbf{R}) = u_k(\mathbf{r})\,.$$



Veranschaulichung im Eindimensionalen: $\psi_k(x) = u_k(x)\, e^{\mathrm{j}kx}$ $\quad u_k(x+a) = u_k(x)$

- Die periodische Funktion $u_k(x)$ lässt sich in eine Fourier-Reihe entwickeln:

$$u_k(x) = \sum_{\nu} c_{k,\nu} e^{\mathrm{j}\nu K x}$$

$\Rightarrow$ Der mit der Wellenzahl k indizierte Zustand $\psi_k(x)$ umfasst alle Wellenzahlen $k+\nu K$ und damit auch die zugehörigen Energien!

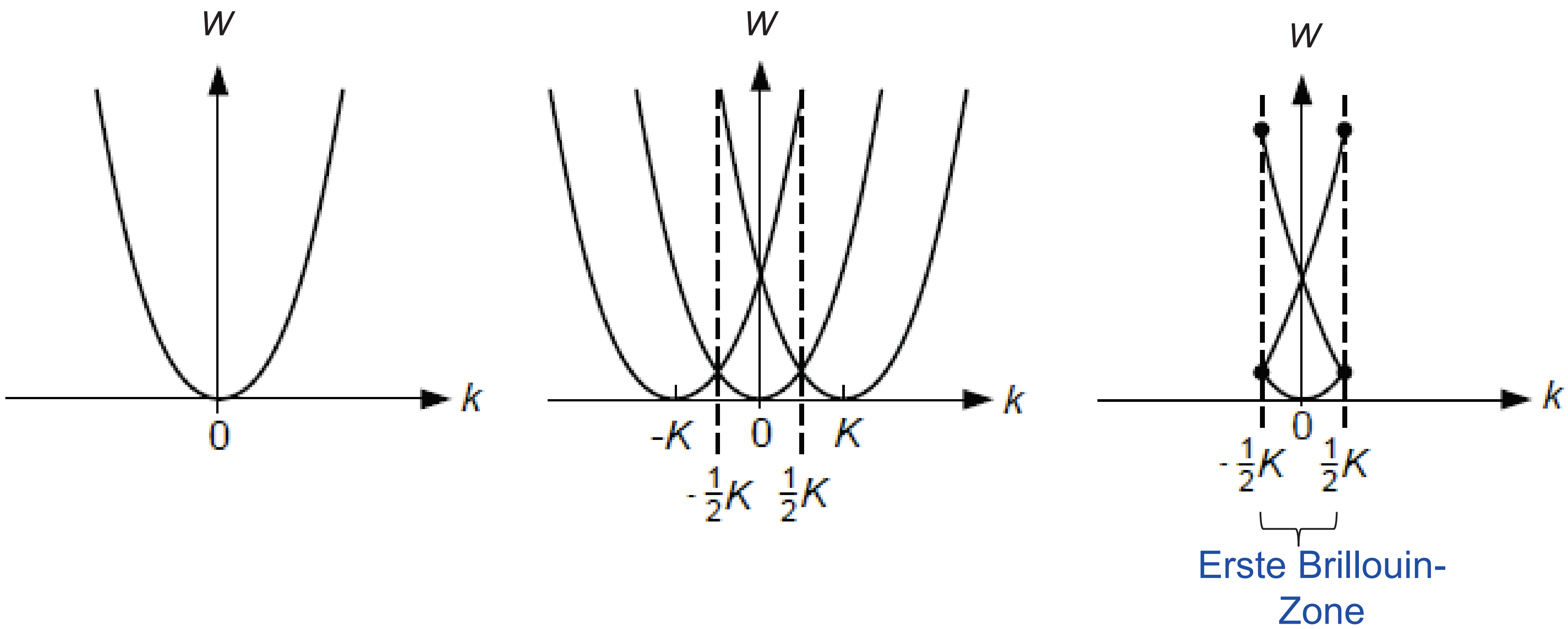
- Gedankenexperiment: Betrachte ein freies Elektron in einem „infinitesimal schwachen“ periodischen Potenzial

Das freie Elektron im „infinitesimal schwachen" periodischen Potential („leeres Gitter")

Karlsruhe Institute of Technology

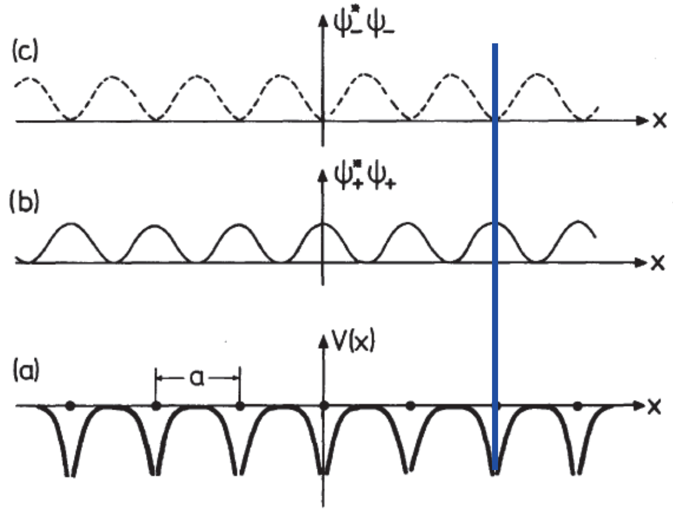
- „Infinitesimal schwach": Die parabelförmige Dispersionsrelation des freien Elektrons bleibt im wesentlichen erhalten^.
  $\Rightarrow$ Energien zum Zustand mit Wellenzahl *k*: $W_\nu(k) = \dfrac{\hbar^2 (k+\nu K)^2}{2m}$

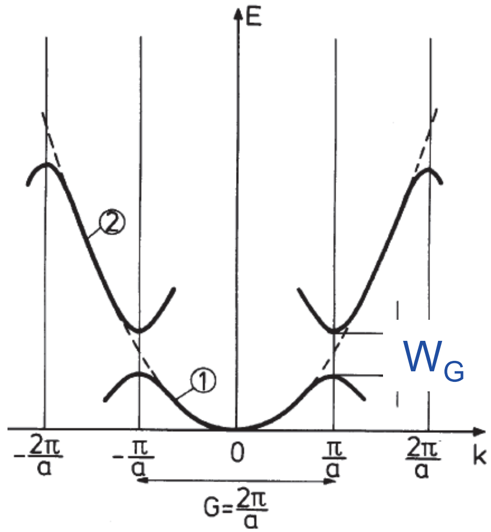
- Aufgrund der Periodizität genügt eine Betrachtung des *k*-Raumes zwischen –K/2 und K/2 (sog. erste Brillouin-Zone)

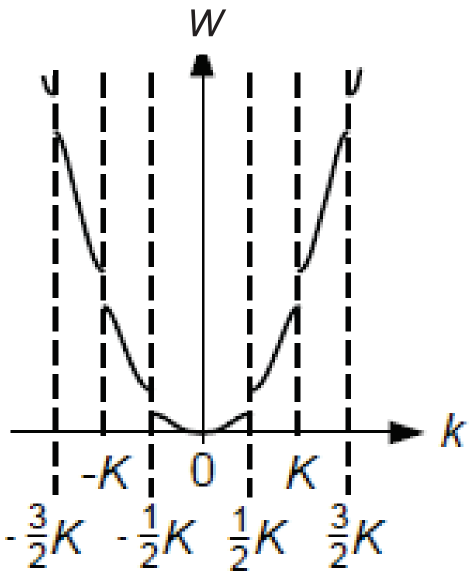


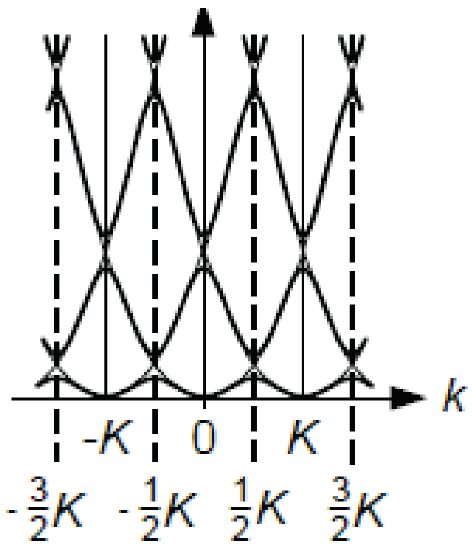
Das Elektron im „etwas stärkeren“ periodischen Potential

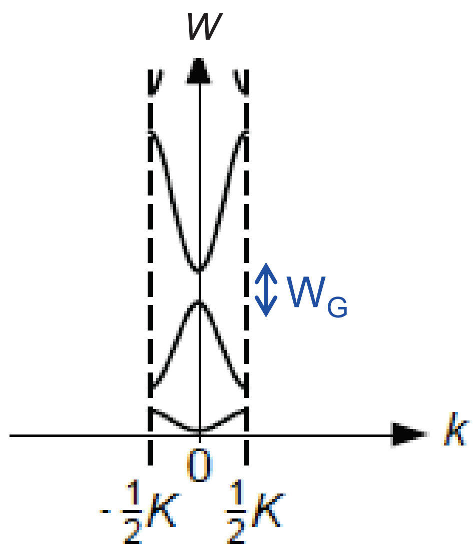
- Am Rand der ersten Brillouin-Zone ($k = \pm K/2$): liegen stehende Wellen vor. Dies führt zur Aufspaltung der Energiezustände und damit zur Bildung einer Bandlücke W_G.











Quelle: Ibach/Lüth, Festkörperphysik

Banddiagramm in drei Dimensionen – das reziproke Gitter

Kristallgitter: Charakterisierung durch Translationsvektoren **R** im Ortsraum (Gittervektoren)

$$\mathbf{R} = \mu_1 \mathbf{a}_1 + \mu_2 \mathbf{a}_2 + \mu_3 \mathbf{a}_3,$$

Reziprokes Gitter: Charakterisierung durch Translationsvektoren im *k*-Raum (inverse Gittervektoren)

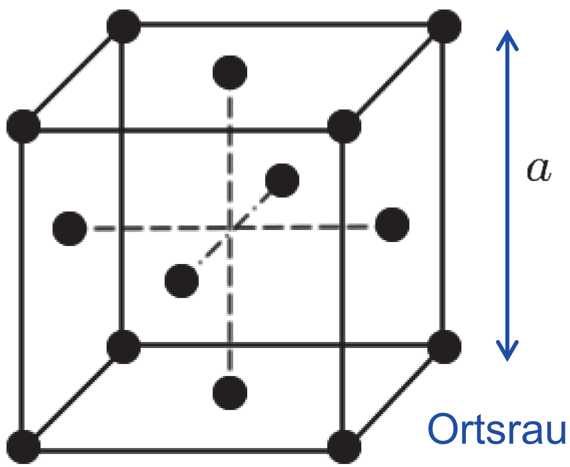
$$\mathbf{K} = \nu_1 \mathbf{b}_1 + \nu_2 \mathbf{b}_2 + \nu_3 \mathbf{b}_3$$

wobei $\mathbf{a}_\nu \cdot \mathbf{b}_\mu = 2\pi\, \delta_{\nu\mu}$

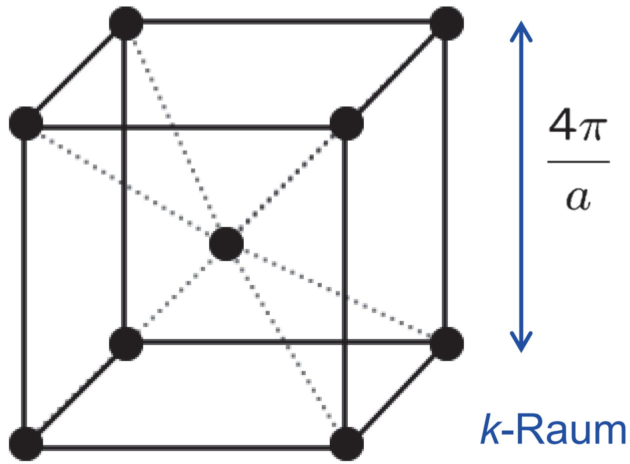
Konstruktion des reziproken Gitters:

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)}; \qquad \mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)}; \qquad \mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3)}$$

Beispiel: Zu einem kubisch-flächenzentrierten Kristallgitter im Ortsraum gehört ein kubisch-raumzentriertes reziprokes Gitter im *k*-Raum



Ortsraum: fcc

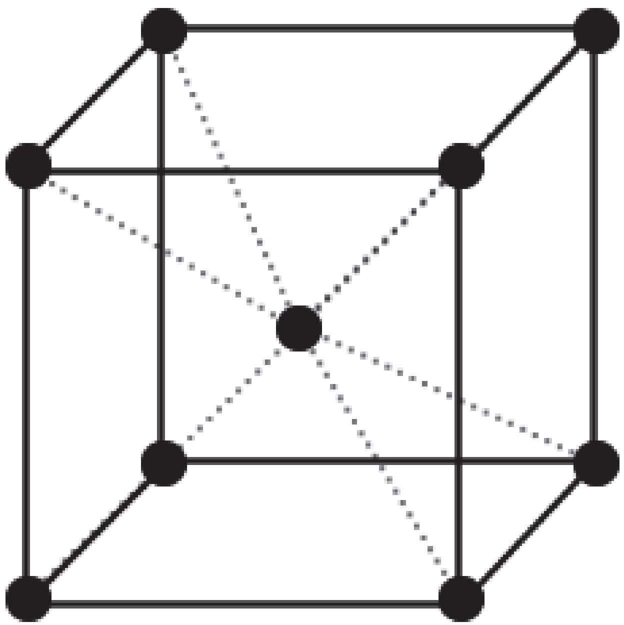


k-Raum: bcc

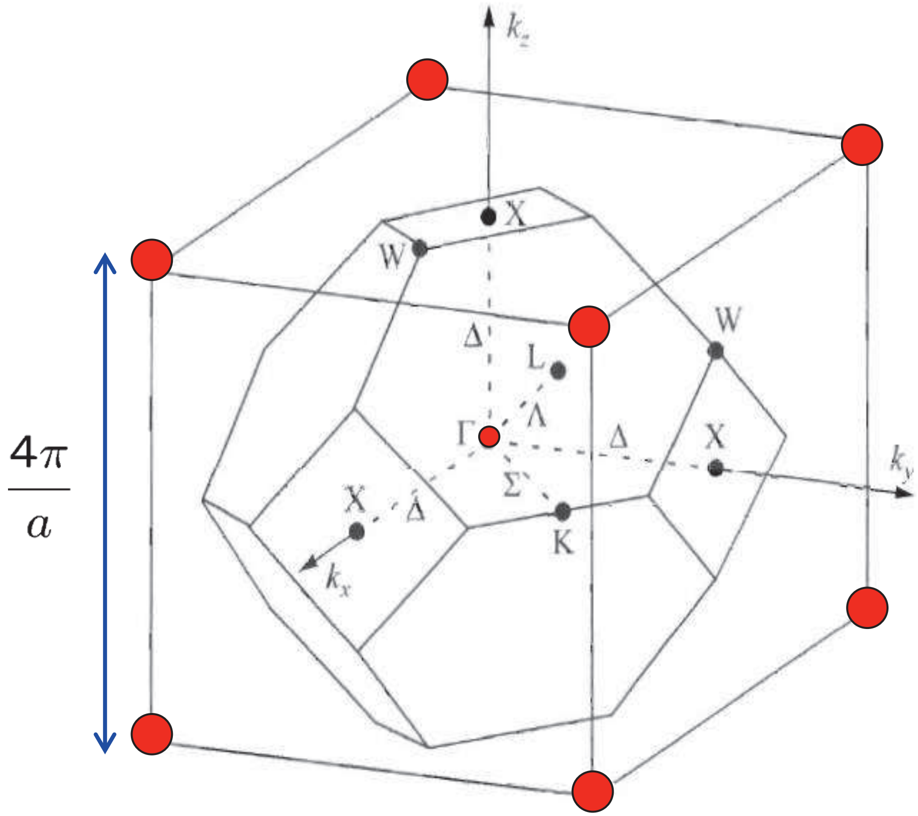
Brillouin-Zone in drei Dimensionen

Erste Brilluoin-Zone: Menge aller Punkte im k-Raum, die näher am Gitterpunkt (0,0,0) liegen als an irgendeinem anderen Gitterpunkt

$\Rightarrow$ Konstruktion mit Hilfe der Mittellot-Ebenen zwischen benachbarten Gitterpunkten

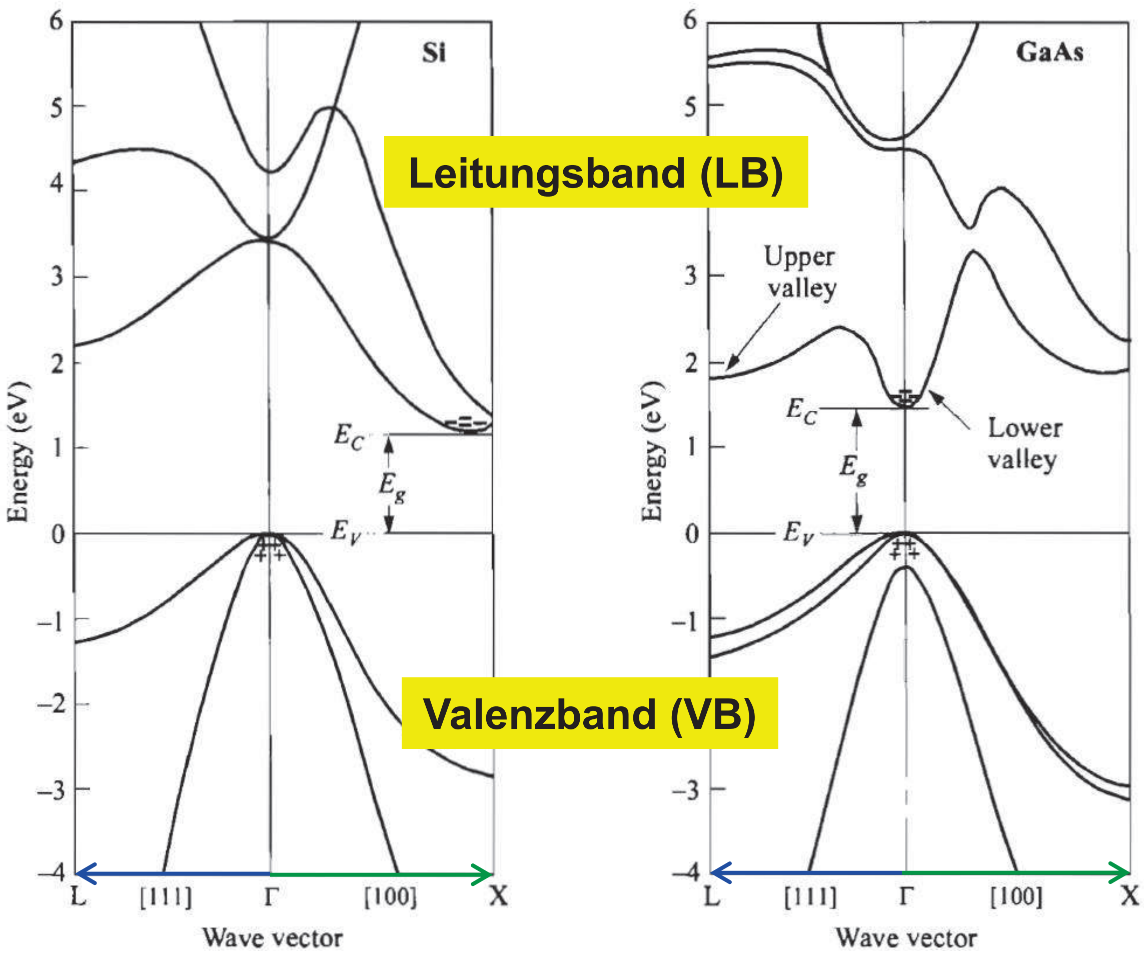


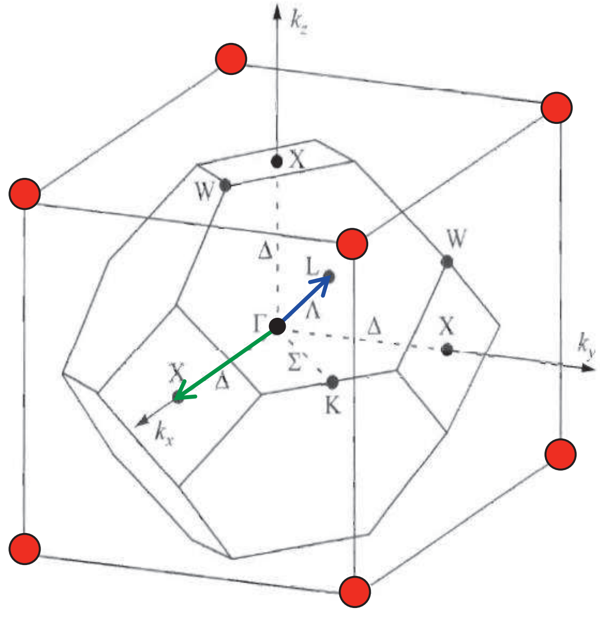
Reziprokes Gitter
eines fcc-Gitters im Ortsraum



Brillouin-Zone des fcc-Gitters

Bandstrukturen in 3D



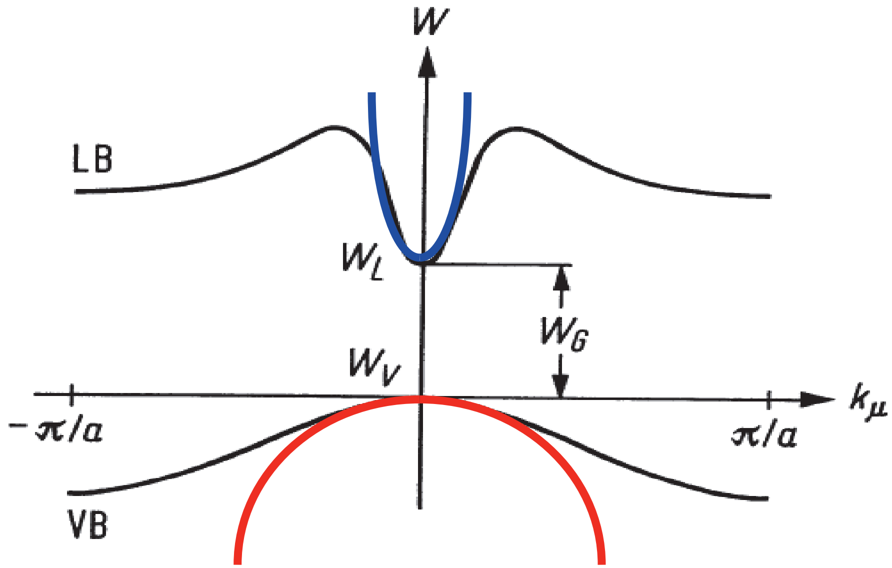


Quelle: Sze, Semiconductor Devices

Parabolische Bandnäherung

Parabolische Annäherung des Bandverlaufes in den Extrempunkten:

$$W_n(k) = W_n(k_0) + \frac{\hbar^2 (k-k_0)^2}{2m^\star}$$



mit der effektiven Masse m*,

$$m^\star = \hbar^2 \left(\left. \frac{\partial^2 W_n(k)}{\partial k^2} \right|_{k=k_0} \right)^{-1}$$

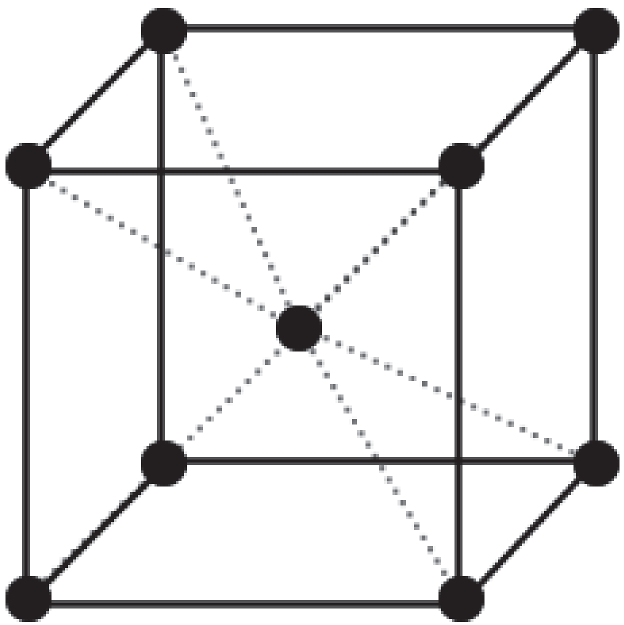
Im Valenzband: m* < 0

$\Rightarrow$ Ein unbesetzter Elektronenzustand mit negativer Ladung (-e) und negativer effektiver Masse $m_n = m^* < 0$ wird ersetzt durch ein Loch, also ein Zustand mit positiver Ladung (+e) und positiver effektiver Masse $m_p = |m^*| > 0$.

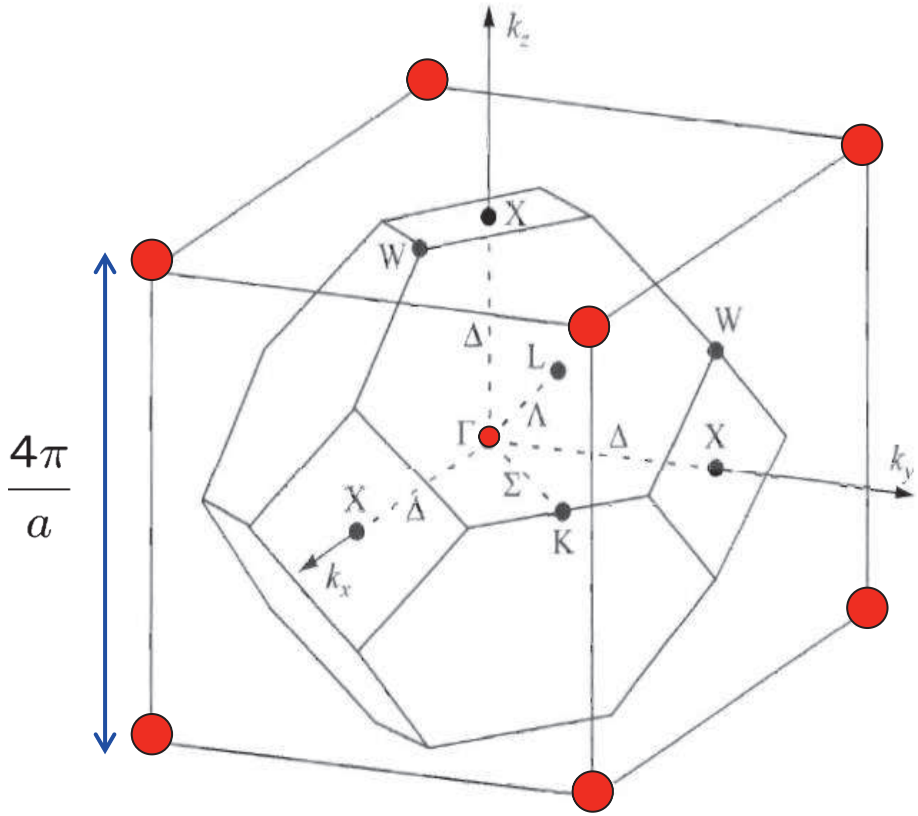
Brillouin-Zone in drei Dimensionen

Erste Brilluoin-Zone: Menge aller Punkte im k-Raum, die näher am Gitterpunkt (0,0,0) liegen als an irgendeinem anderen Gitterpunkt

⇒ Konstruktion mit Hilfe der Mittellot-Ebenen zwischen benachbarten Gitterpunkten

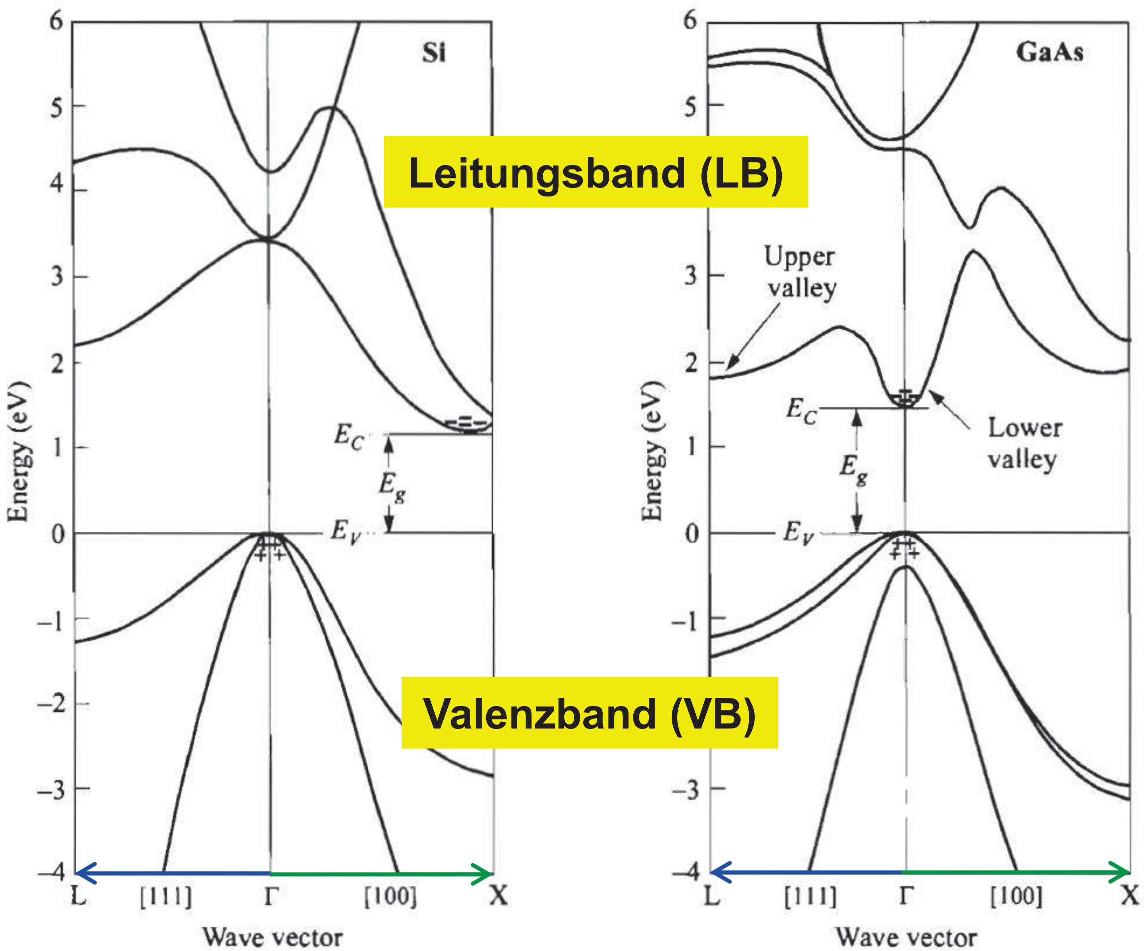


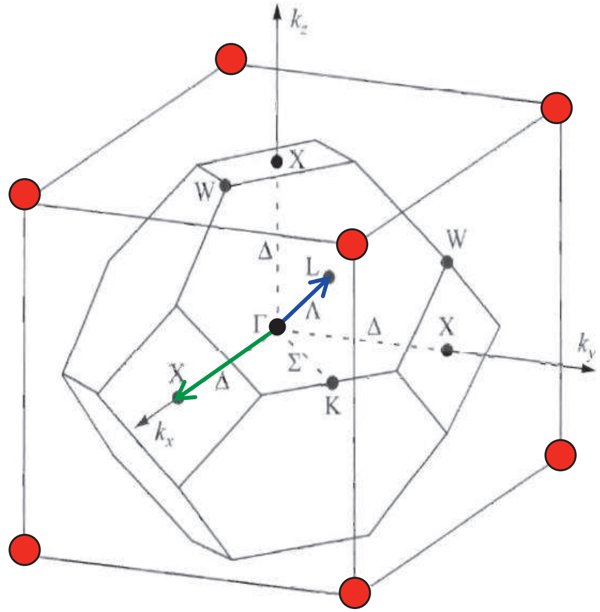
Reziprokes Gitter
eines fcc-Gitters im Ortsraum



Brillouin-Zone des fcc-Gitters

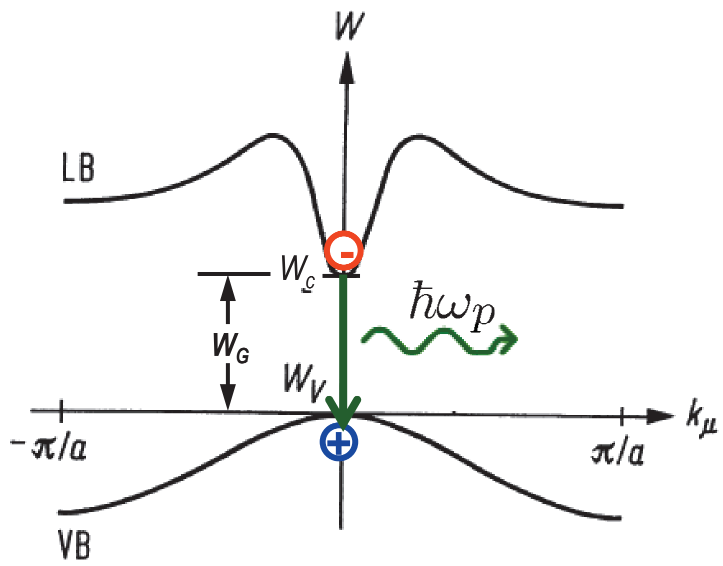
Bandstrukturen in 3D

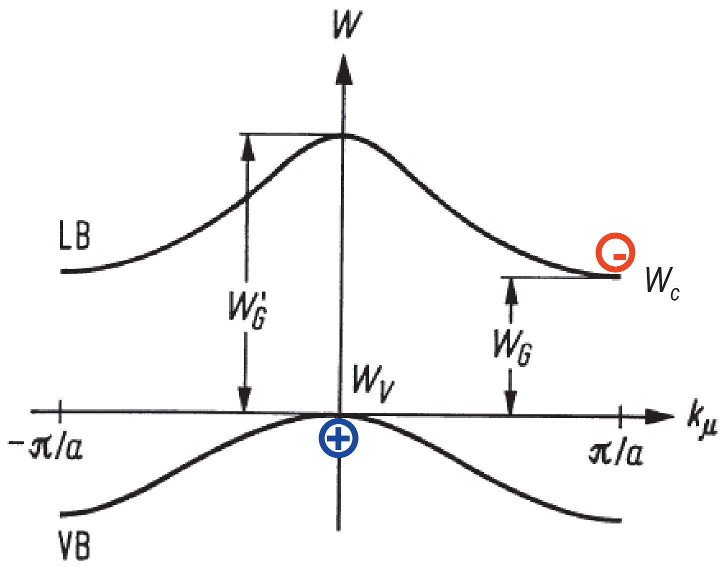




Quelle: Sze, Semiconductor Devices

Direkte und indirekte Bandlücke





Direkter Halbleiter, z.B. InP, GaAs…

- Maximum des VB und Minimum des LB liegen beim gleichen Kristallimpuls
- **Strahlender Übergang erfüllt sowohl Energie- als auch Impulserhaltung**

$$\Delta W = \hbar\omega_p \gtrsim W_L - W_V$$

$$\Delta p \approx 0$$

$\Rightarrow$ Effiziente Emission / Absorption von Licht

Indirekter Halbleiter, z.B, Si, Ge…

- Maximum des VB und Minimum des LB liegen bei unterschiedlichen Kristallimpulsen
- **Strahlende Übergänge unwahrscheinlich:** Impulserhaltung erfordert Wechselwirkung mit einem Phonon, das den Impuls aufnimmt ("Dreierstoß")

$$\Delta p = \underbrace{\hbar\pi/a}_{\text{Phonon}} \gg \underbrace{\hbar 2\pi/\lambda_p}_{\text{Photon}}$$

$\Rightarrow$ Keine effiziente Emission/ Absorption von Licht

Institute of Photonics and Quantum Electronics IPQ

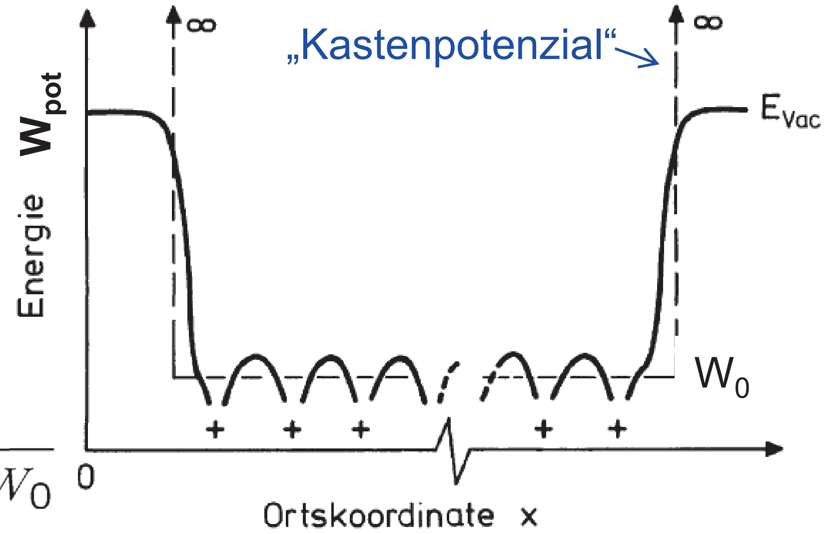
Zustandsdichte im Halbleiter

Sommerfeld-Modell: Freies Elektron im Potentialkasten

- Das periodische Potenzial im Kristall wird vernachlässigt, die Austrittsarbeit an der Oberfläche wird mit ∞ angenähert

$\Rightarrow$ Dispersionsrelation: $W = W_0 + \frac{|\mathbf{k}|^2}{2m}$,

Zustandsdichte: $\rho(W) = 4\pi \frac{(2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \sqrt{W - W_0}$



Quelle: Ibach/Lüth, Festkörperphysik

Bloch-Theorem: Beschreibung der Elektronen im periodischen Potenzial des Kristalls

- Die Lösungen der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung für ein periodisches Potential W(**r**)= W_{pot}(**r**+**R**) sind das Produkt aus einer ebenen Welle exp(j**kr**) und einer Funktion u_k(**r**), die die gleiche Periodizität aufweist wie das Kristallgitter,

$$\psi_k(\mathbf{r}) = u_k(\mathbf{r})\, e^{j\mathbf{kr}},\ u_k(\mathbf{r}+\mathbf{R}) = u_k(\mathbf{r})\,.$$

- Parabolische Annäherung des Bandverlaufes mit Hilfe der effektiven Masse *m**:

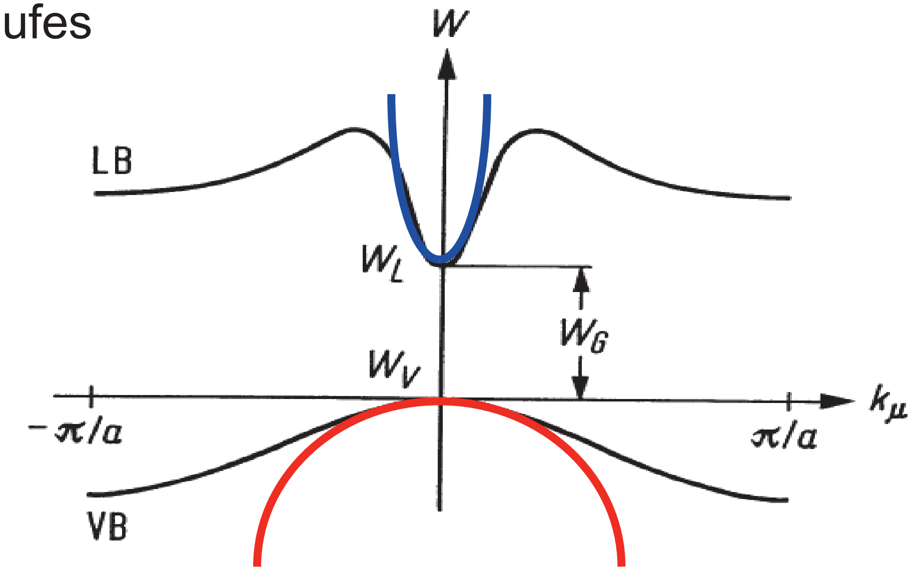
$$W_n(k) = W_n(k_0) + \frac{\hbar^2 (k-k_0)^2}{2m^\star} \qquad m^\star = \hbar^2 \left(\left. \frac{\partial^2 W_n(k)}{\partial k^2} \right|_{k=k_0} \right)^{-1}$$

Zustandsdichte im Halbleiter

- Parabolische Annäherung des Bandverlaufes mit Hilfe der effektiven Masse *m**:

$$W_n(k) = W_n(k_0) + \frac{\hbar^2 (k-k_0)^2}{2m^*}$$

$$m^* = \hbar^2 \left(\left. \frac{\partial^2 W_n(k)}{\partial k^2} \right|_{k=k_0} \right)^{-1}$$



$\Rightarrow$ **Kombination der beiden Modelle:** Zustandsdichte für das Leitungs- und Valenzband unter der Annahme einer parabolischen Annäherung des Bandverlaufes

$$W = W_L + \frac{|\mathbf{k}|^2}{2m_n}, \qquad \frac{1}{m_n} = \frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 W_L(k)}{\partial k^2}, \qquad \rho_n(W) = 4\pi \frac{(2m_n)^{\frac{3}{2}}}{h^3}\sqrt{W - W_L}$$

$$W = W_V - \frac{|\mathbf{k}|^2}{2m_p}, \qquad \frac{1}{m_p} = -\frac{1}{\hbar^2}\frac{\partial^2 W_V(k)}{\partial k^2}, \qquad \rho_p(W) = 4\pi \frac{(2m_p)^{\frac{3}{2}}}{h^3}\sqrt{W_V - W}$$

Ladungsträgerdichte im Halbleiter

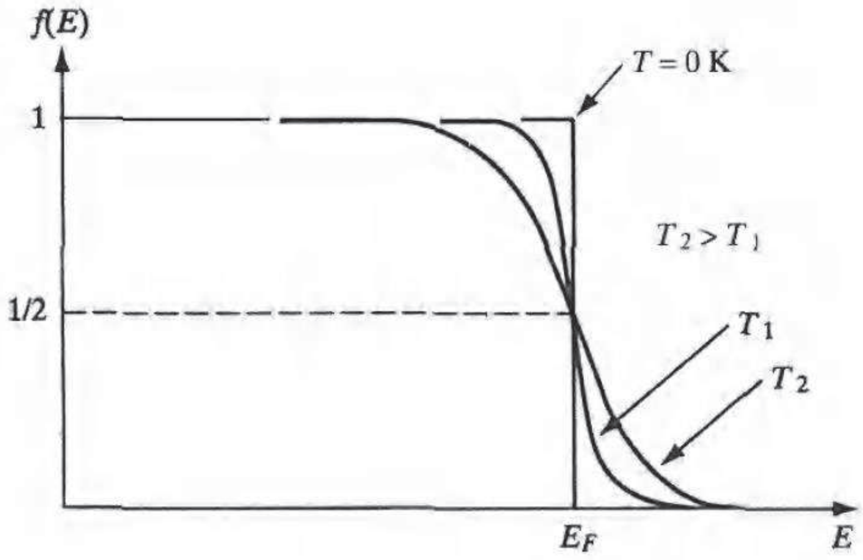
Besetzungswahrscheinlichkeit eines Zustandes mit Energie W ist gegeben durch die Fermi-Dirac Verteilung:

$$f(W) = \frac{1}{1 + e^{\frac{W-W_F}{kT}}}$$

W_F = Fermi-Energie als freier Parameter (Energie mit Besetzungswahrscheinlichkeit 0.5)

Grundlage der Fermi-Dirac-Verteilung: Quantenstatistik + zusätzliche Annahmen:

- Elektronen sind ununterscheidbar, d.h. die Vertauschung zweier Teilchen ergibt keinen neuen Zustand der in der statistischen Betrachtung extra gezählt werden muss.
- Fermionen (Teilchen mit halbzahligem Spin) gehorchen dem Pauli-Prinzip, d.h., jeder Zustand ist mit maximal einem Teilchen besetzt.
- Teilchen weisen keine Wechselwirkung auf („ideales Fermi-Gas“)



Quelle: Streetman, Solid-State Electronic Devices

Eigenschaften:

- Für T → 0 K näher sich die Fermi-Verteilung einer Sprungfunktion an.
- Für Energien weit entfernt von W_F kann die Fermi-Dirac-Verteilung durch die Boltzmann-Verteilung angenähert werden:

$$W \gg W_F: \qquad f(W) \approx e^{-\frac{(W-W_F)}{kT}}$$

$$W \ll W_F: \qquad 1 - f(W) \approx e^{-\frac{(W_F-W)}{kT}}$$

Für $|W - W_F| < 3\,kT$ ist die Näherung besser als 5%!

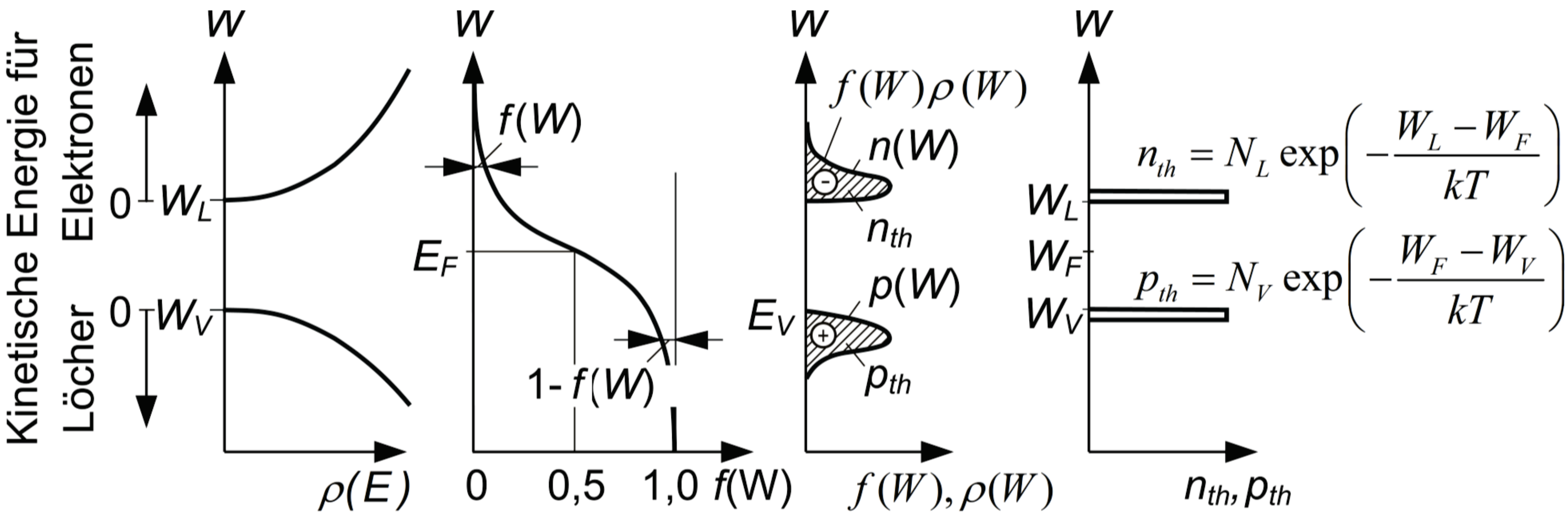
Ladungsträgerkonzentration im intrinsischen Halbleiter

Die Ladungsträgerkonzentration erhält man aus der Gesamtzahl der besetzten Zustände:

$$n_{\mathrm{th}} = \int_{W_L}^{\infty} f(W)\,\rho_n(W)\,\mathrm{d}W \approx N_L e^{-\frac{W_L - W_F}{kT}} \qquad \text{wobei} \qquad N_L = 2\left(\frac{2\pi m_n kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

$$p_{\mathrm{th}} = \int_{-\infty}^{W_V} (1 - f(W))\,\rho_p(E)\,\mathrm{d}W \approx N_V e^{-\frac{W_F - W_V}{kT}} \qquad \text{wobei} \qquad N_V = 2\left(\frac{2\pi m_p kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

Äquivalente Zustandsdichten



Massenwirkungsgesetz

Im Halbleiter herrscht ein dynamisches Gleichgewicht zwischen der (temperaturabhängigen) Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren durch „Aufreißen" von kovalenten Bindungen und der Rekombination. Dieses lässt sich beschreiben durch

$$np = n_i^2(T) = N_L N_V \exp\left(-\frac{W_G}{kT}\right)$$

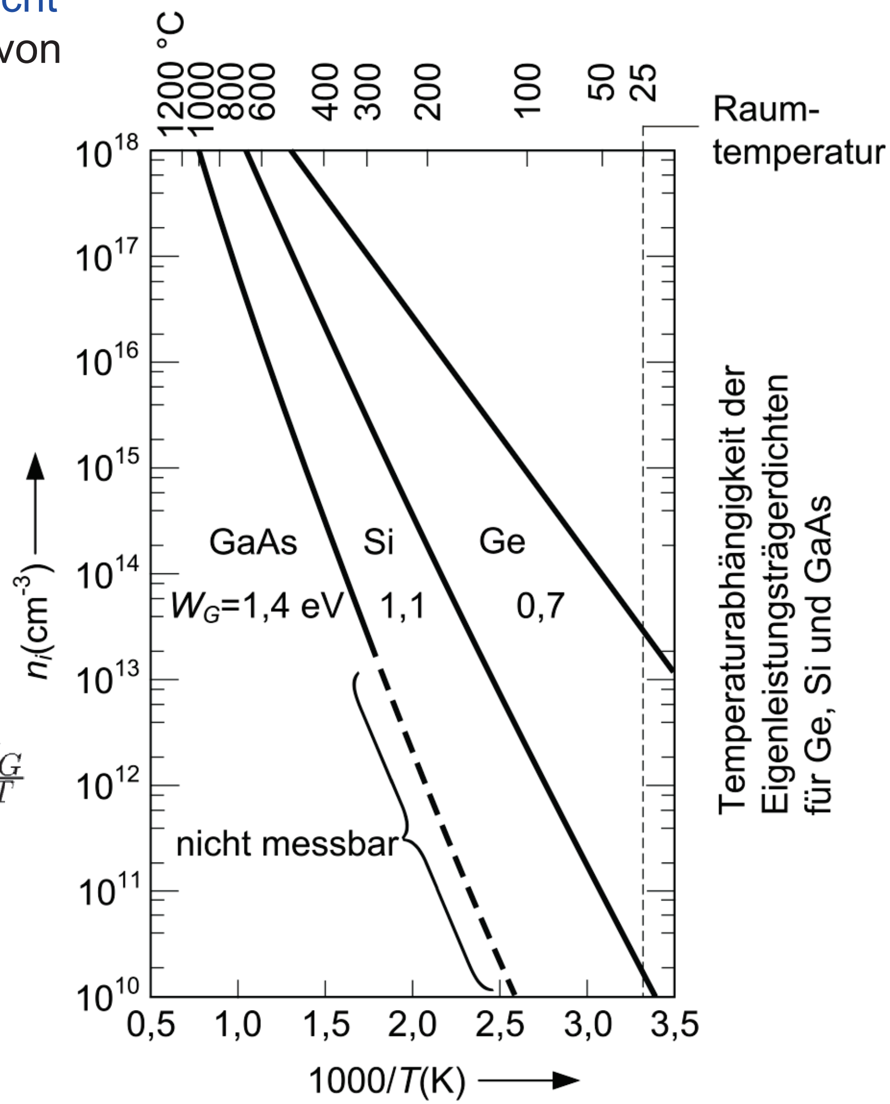
$n_i(T)$ ist eine durch das Material gegebene Konstante, die als intrinsische Ladungsträgerdichte bzw. Eigenleitungs-trägerdichte bezeichnet wird.

Im intrinsischen (undotierten) Halbleiter gilt für die thermisch erzeugten Elektronen- und Löcherdichten p_{th} und n_{th}:

$$n_{th} = p_{th} = n_i(T); \quad n_i^2(T) = N_L N_V e^{-\frac{W_G}{kT}}$$

Bei Raumtemperatur (293 K):

$$\begin{array}{ll} \mathrm{Ge} & n_i = 2{,}4 \cdot 10^{13}\,\mathrm{cm}^{-3} \\ \mathrm{Si} & n_i = 1{,}5 \cdot 10^{10}\,\mathrm{cm}^{-3} \\ \mathrm{InP} & n_i = 1{,}2 \cdot 10^{8}\,\mathrm{cm}^{-3} \\ \mathrm{GaAs} & n_i = 1{,}8 \cdot 10^{6}\,\mathrm{cm}^{-3} \end{array}$$



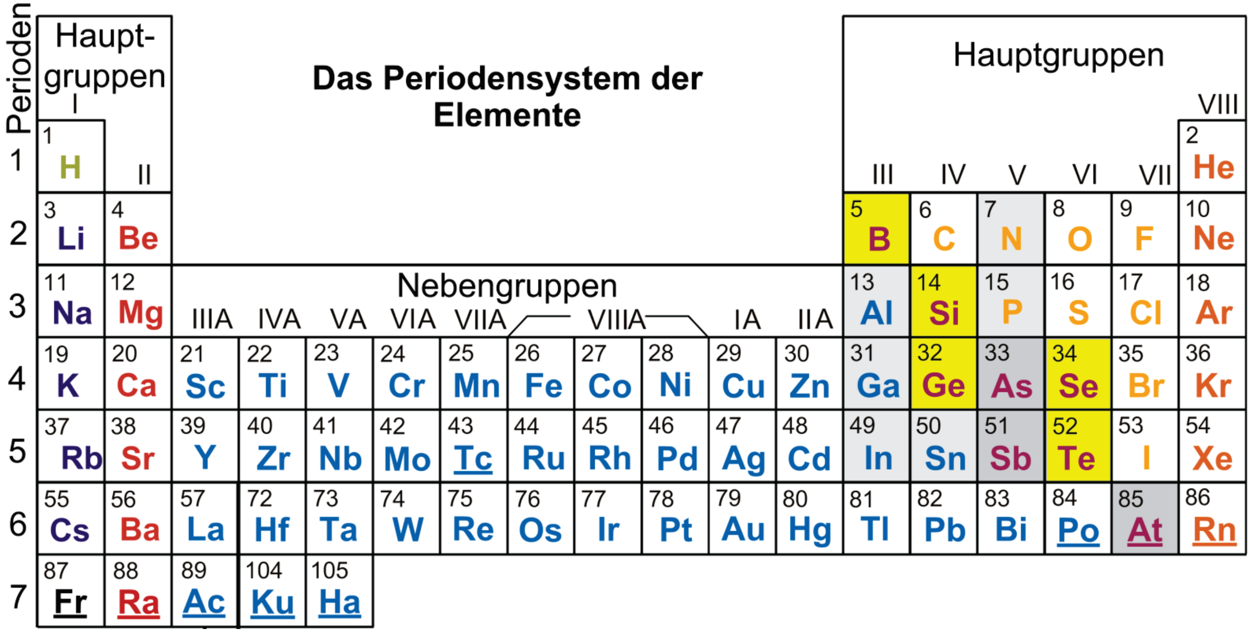
Lage des Fermi-Niveaus im intrinsischen Halbleiter

Aus der Forderung nach Ladungsneutralität ($n = p = n_i$)ergibt sich die Lage des Fermi-Niveaus im intrinsischen Halbleiter:

$$W_F = \frac{1}{2}(W_V + W_L) + kT \ln \sqrt{\frac{N_V}{N_L}} = \frac{1}{2}(W_V + W_L) + \frac{3}{4}kT \ln \left(\frac{m_p}{m_n}\right)$$

- Bei T = 0 K liegt das Fermi-Niveau in der Mitte der Bandlücke.
- Für hohe Temperaturen nähert sich das Fermi-Niveau dem Band mit der kleineren Zustandsdichte bzw. der kleinere effektiven Masse, da dieses schneller gefüllt werden muss.

Dotierte Halbleiter

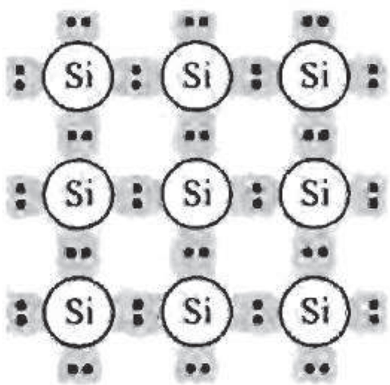


Variation der Ladungsträgerdichten durch gezielte Hinzugabe von Fremdatomen.

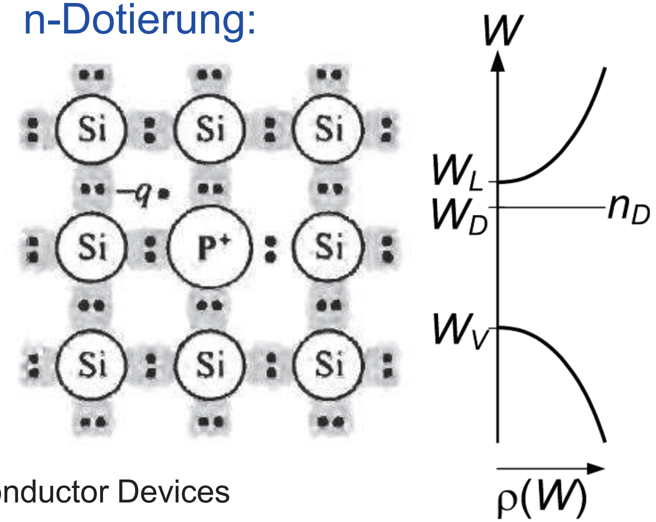
Beispiel: Silizium

- Donator-Dotierung (n-Dotierung) durch Elemente der V. Hauptgruppe (P, As,…)
- Akzeptor-Dotierung (p-Dotierung) durch Elemente der III. Hauptgruppe (B, Al, …)

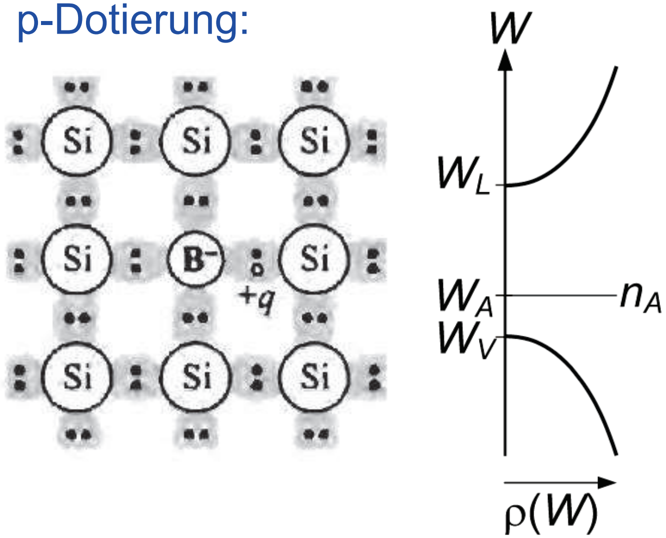
Intrinsisch:



n-Dotierung:

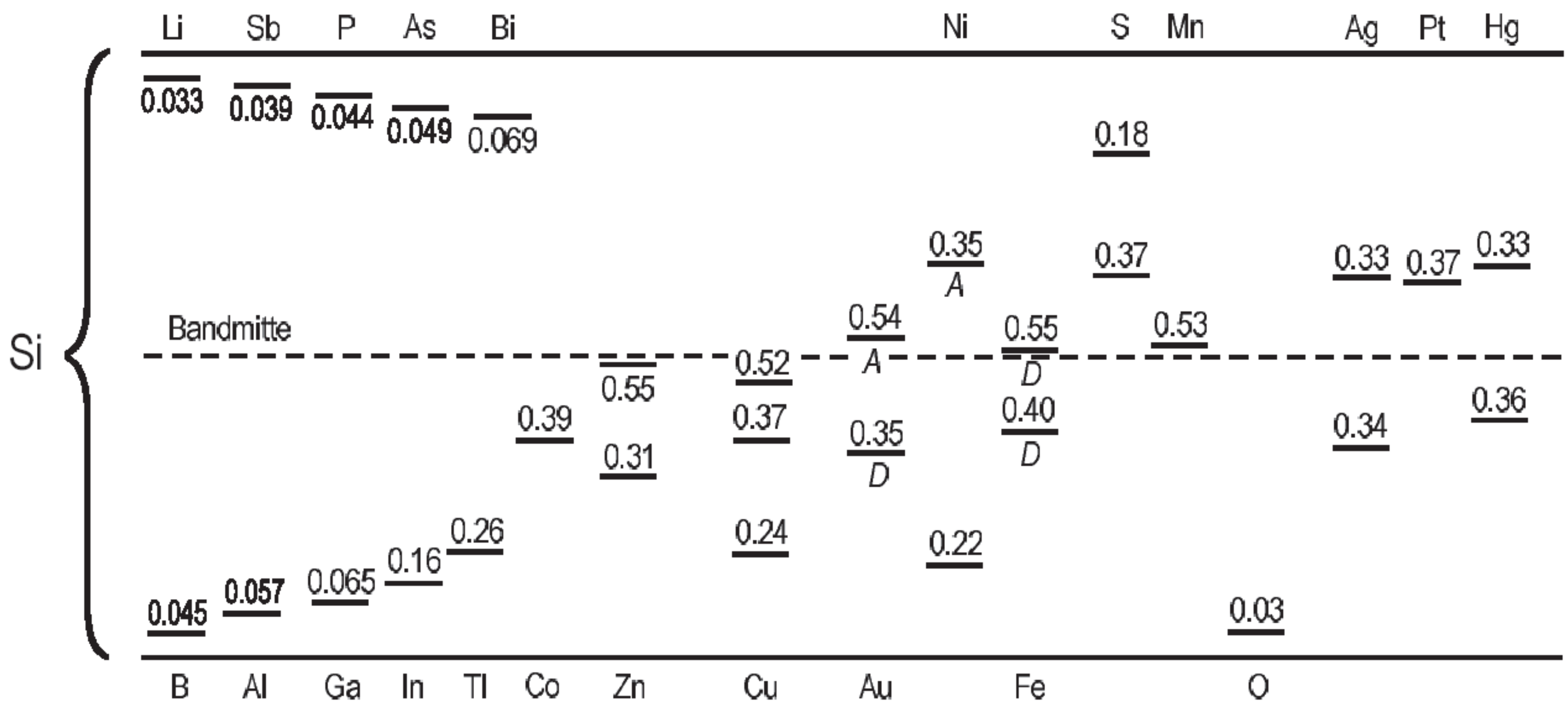


p-Dotierung:



Quelle: Sze, Physics of Semoconductor Devices

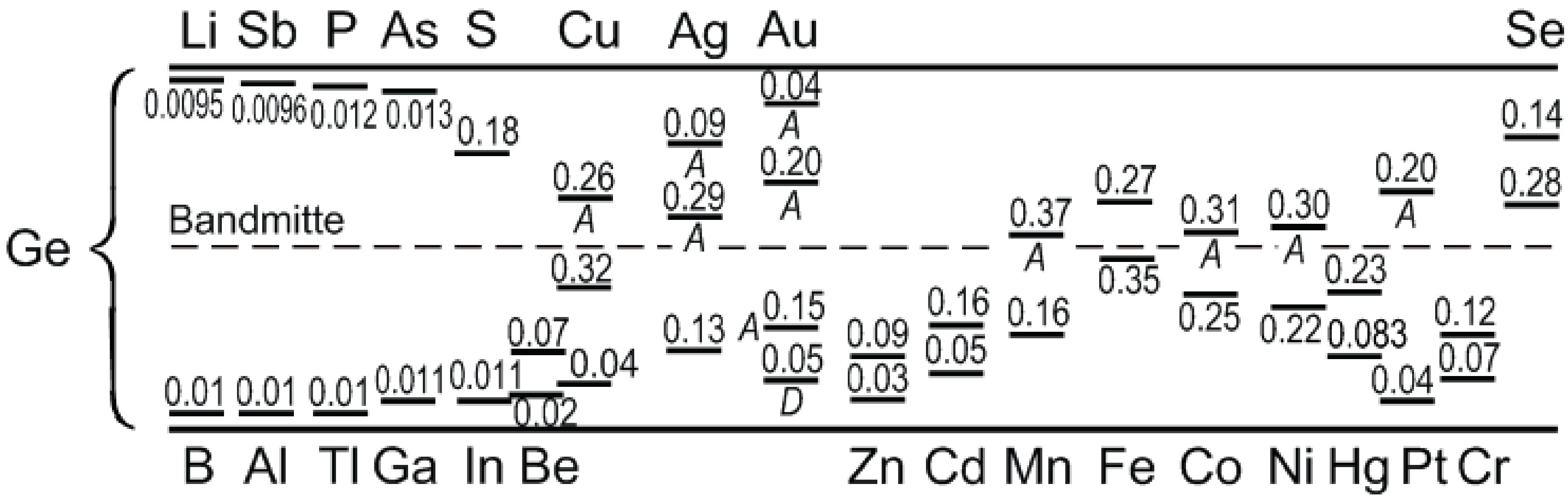
Lage der Energieniveaus bei verschiedenen Dotanden



W_G = 1.12 eV

Ionisierungsenergien in eV für verschiedene Dotanden in Si. Die Niveaus unter der Bandmitte sind von der oberen Bandkante des Valenzbandes gemessen und stellen Akzeptorniveaus dar, wenn nicht durch D (Donator) gekennzeichnet; die Niveaus über der Bandmitte sind von der unteren Bandkante des Leitungsbandes gemessen und stellen Donatorniveaus dar, wenn nicht durch A (Akzeptor) gekennzeichnet.

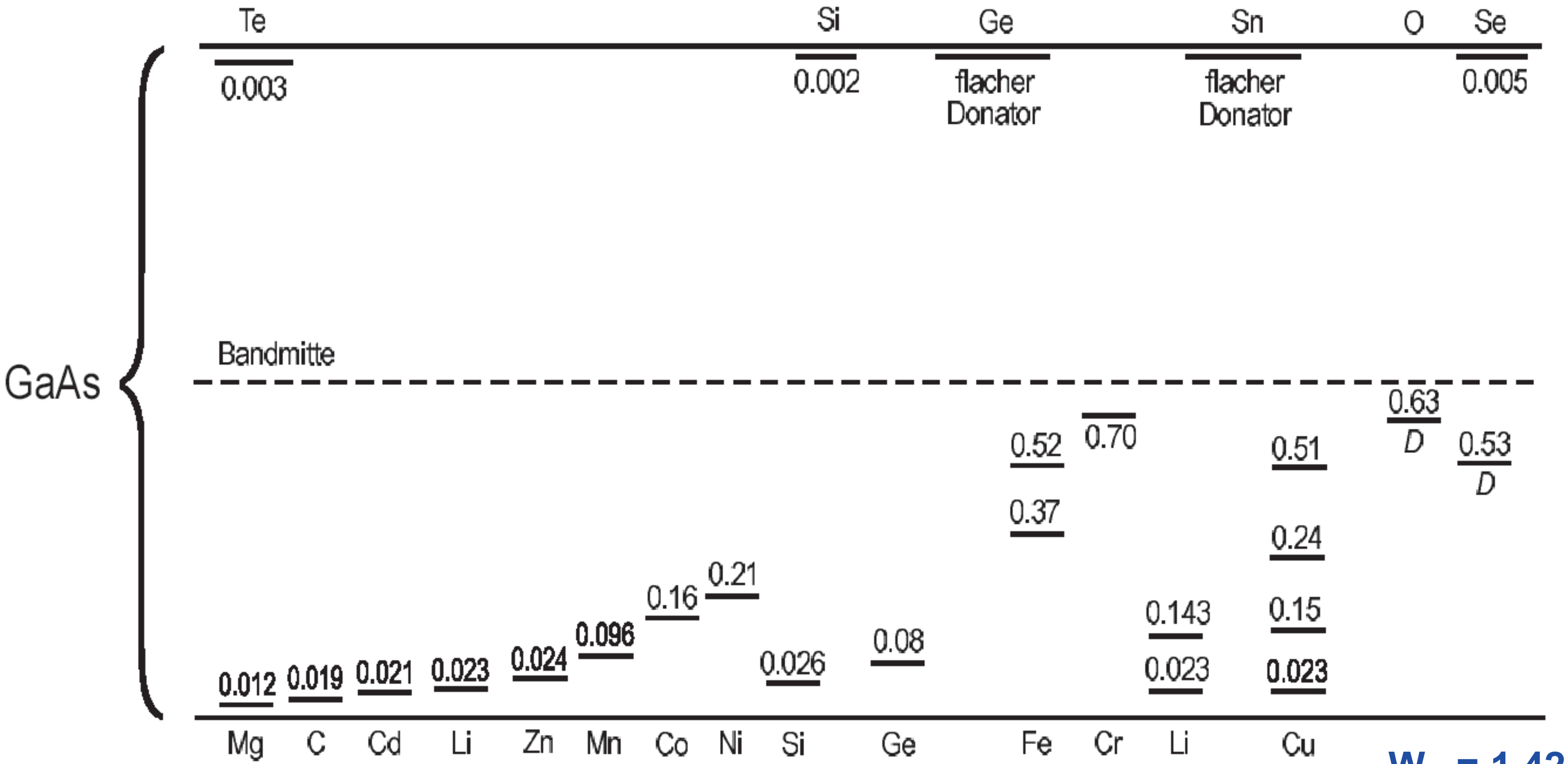
Lage der Energieniveaus bei verschiedenen Dotanden



W_G = 0.76 eV

Ionisierungsenergien in eV für verschiedene Dotanden in Ge. Die Niveaus unter der Bandmitte sind von der oberen Bandkante des Valenzbandes gemessen und stellen Akzeptorniveaus dar, wenn nicht durch D (Donator) gekennzeichnet; die Niveaus über der Bandmitte sind von der unteren Bandkante des Leitungsbandes gemessen und stellen Donatorniveaus dar, wenn nicht durch A (Akzeptor) gekennzeichnet.

Lage der Energieniveaus bei verschiedenen Dotanden



W_G = 1.42 eV

Ionisierungsenergien in eV für verschiedene Dotanden in GaAs. Die Niveaus unter der Bandmitte sind von der oberen Bandkante des Valenzbandes gemessen und stellen Akzeptorniveaus dar, wenn nicht durch D (Donator) gekennzeichnet; die Niveaus über der Bandmitte sind von der unteren Bandkante des Leitungsbandes gemessen und stellen Donatorniveaus dar, wenn nicht durch A (Akzeptor) gekennzeichnet.

Dotierte Halbleiter

Amphotere Dotierungen:

- In Verbindungshalbleitern können Fremdatome auf verschiedenen Gitterplätzen eingebaut werden und dort als Donator oder Akzeptor fungieren. Solche Störstellen nennt man amphoter.

Beispiel: Elemente der IV-Gruppe (z.B. Si) können in einem III-V-Halbleiter als Donator (auf einem Ga-Platz) oder als Akzeptor (auf einem As-Platz) eingebaut werden.

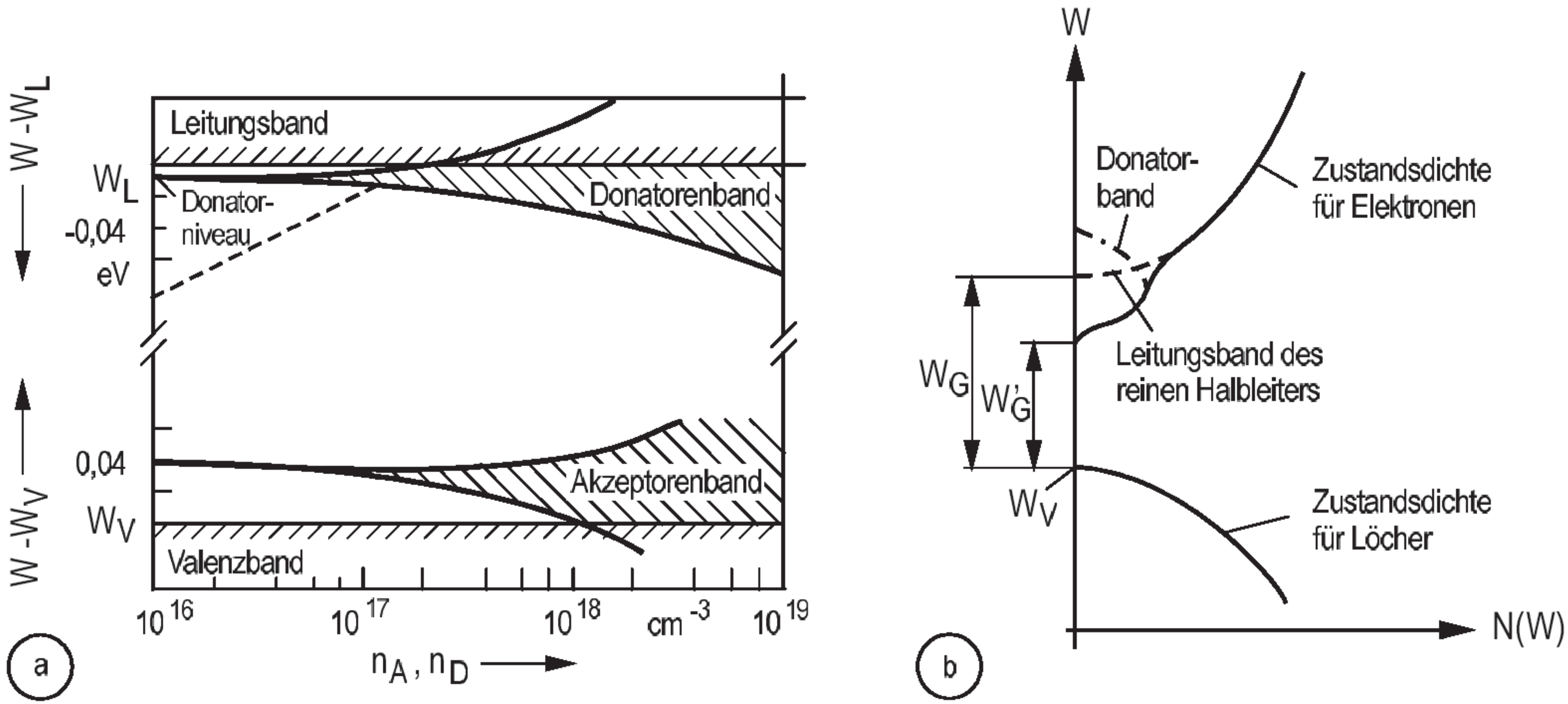
Leitfähigkeitsdotierung:

- Abstand der Energieniveaus von der Bandkante liegt in der Größenordnung von $W_L - W_D \approx \mathrm{kT}$

Semi-isolierende Dotierung / Lebensdauerdotierung:

- Energieniveaus der Störstellen liegen in der Mitte der Bandlücke und fungieren als Rekombinationszentren für Elektron-Loch-Paare anstatt durch Abgabe von Elektronen / Löchern zur Trägerkonzentration beizutragen
- Beispiel: Semiisolierendes GaAs mit sehr geringer Leitfähigkeit durch Dotierung von GaAs mit Cr (z.B. für HF-Bauteile)

Entartete Halbleiter



- Bei sehr hoher Dotierung kommt es durch die Wechselwirkung der Störstellen zu einem Aufspalten des Störstellenniveaus und zu einer Überlappung mit dem Leitungs- bzw. Valenzband.
- Außerdem rückt das Fermi-Niveau sehr nahe an die Bandkante heran bzw. dringt in das Band ein.

$\Rightarrow$ Halbleiter zeigt metallähnliches Verhalten (entarteter Halbleiter).

Besetzungswahrscheinlichkeiten für Störstellen

Bei der Berechnung der Besetzungswahrscheinlichkeiten muss die zweifache Spin-Entartung des besetzten Donator- bzw. des unbesetzten Akzeptorzustandes berücksichtigt werden:

$$\left.\begin{aligned} \Rightarrow\ f_D(W_D) &= \frac{1}{1+\frac{1}{2}e^{\frac{W_D-W_F}{kT}}} \\ f_A(W_A) &= \frac{1}{1+2e^{\frac{W_A-W_F}{kT}}} \end{aligned}\right\} f_{B,D,A}(W) = \frac{1}{1+\frac{1}{g}e^{\frac{W-W_F}{kT}}}$$

wobei $g = \begin{cases} 1 & \text{Bandzustände (B)} \\ 2 & \text{Donatoren (D)} \\ \frac{1}{2} & \text{Akzeptoren (A)} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Konzentration der ionisierten Donator- bzw. Akzeptor-Atome:

$$n_D^+ = n_D[1 - f_D(W_D)] = \frac{n_D}{1+2\exp\left(\frac{W_F-W_D}{kT}\right)},$$

$$n_A^- = \quad n_A f_A(W_A) \quad = \frac{n_A}{1+2\exp\left(\frac{W_A-W_F}{kT}\right)}.$$

Lage des Fermi-Niveaus im dotierten Halbleiter

Implizite Bestimmungsgleichung für die Berechnung des Fermi-Niveaus aus der Bedingung der Ladungsneutralität:

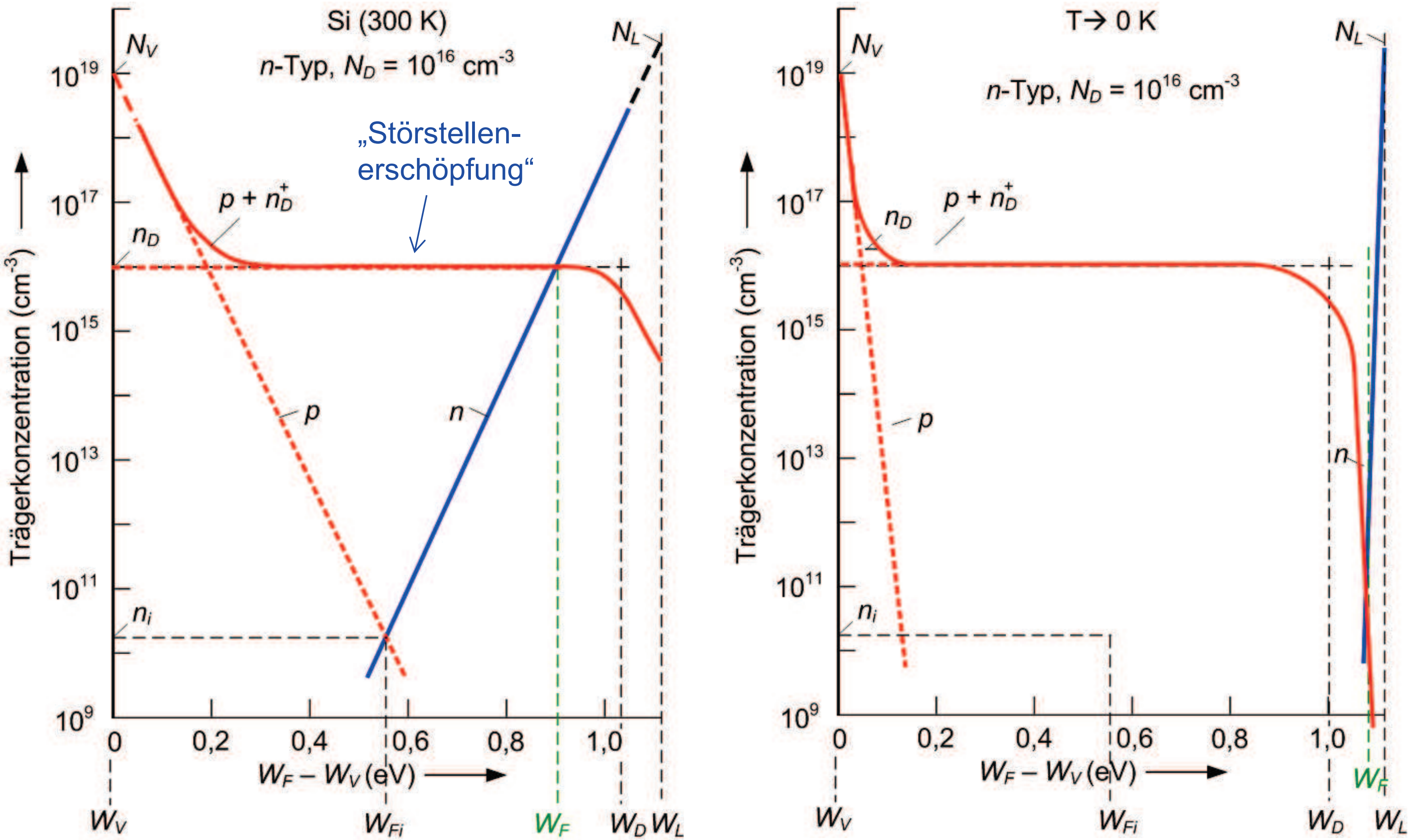
$$n + n_A^- = p + n_D^+$$

$$\Rightarrow \qquad N_L \exp\left(-\frac{W_L - W_F}{kT}\right) + \frac{n_A}{1 + 2\exp\left(\frac{W_A - W_F}{kT}\right)}$$

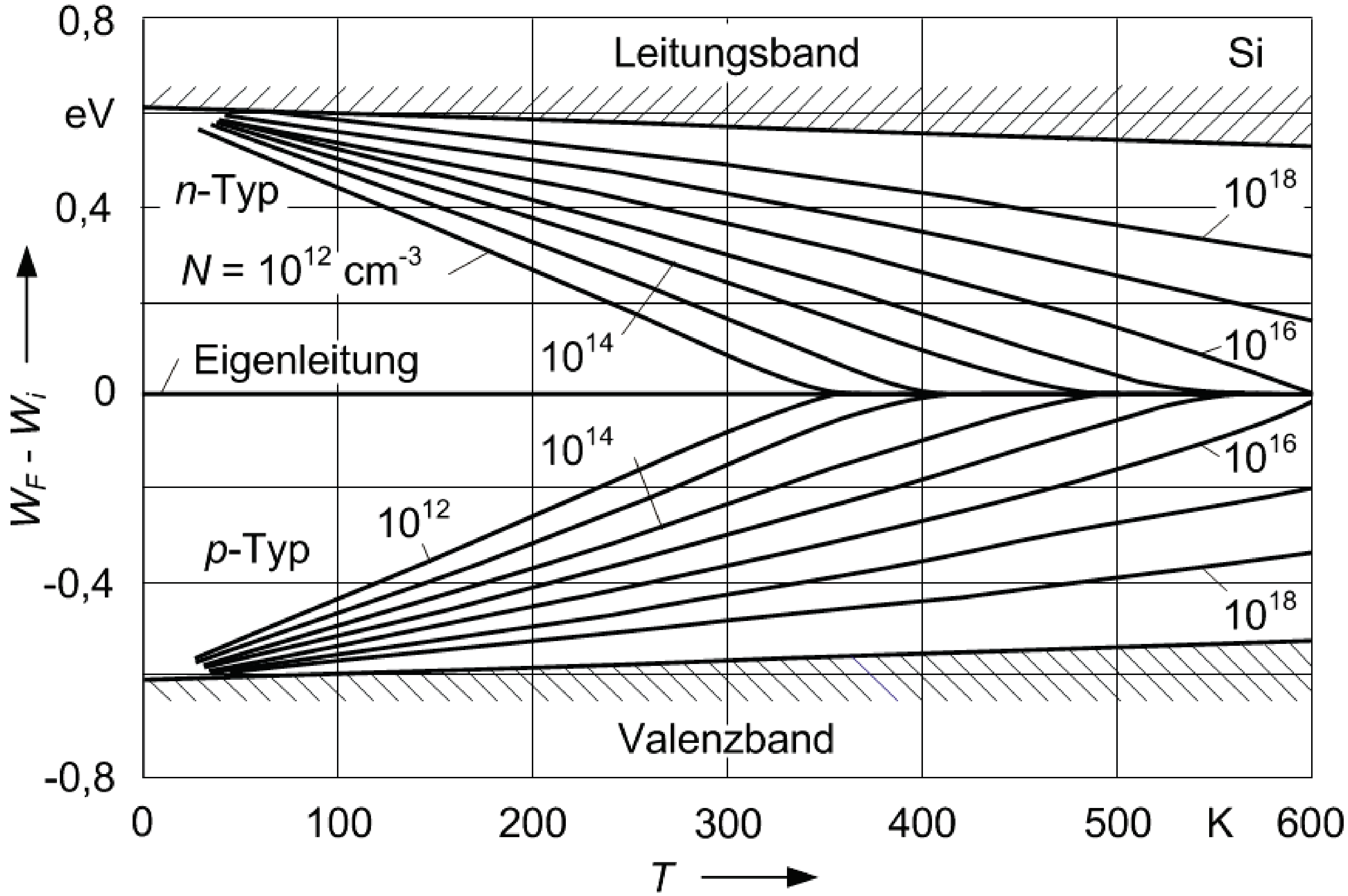
$$= N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right) + \frac{n_D}{1 + 2\exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$

Graphische Lösung für den *n*-Halbleiter

$$N_L \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{kT}\right) = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right) + \frac{n_D}{1 + 2\exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$

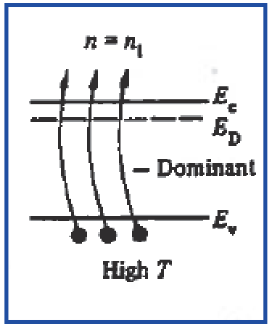


Lage des Fermi-Niveaus im dotierten Halbleiter

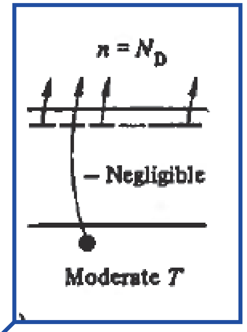


- Mit steigender Dotierung (flache Störstellen): Fermi-Niveau wird zu Bandkante gezogen
- Mit steigender Temperatur: Fermi-Niveau bewegt sich zur Mitte der Bandlücke (Eigenleitung)
- Bandlücke nimmt mit steigender Temperatur ab

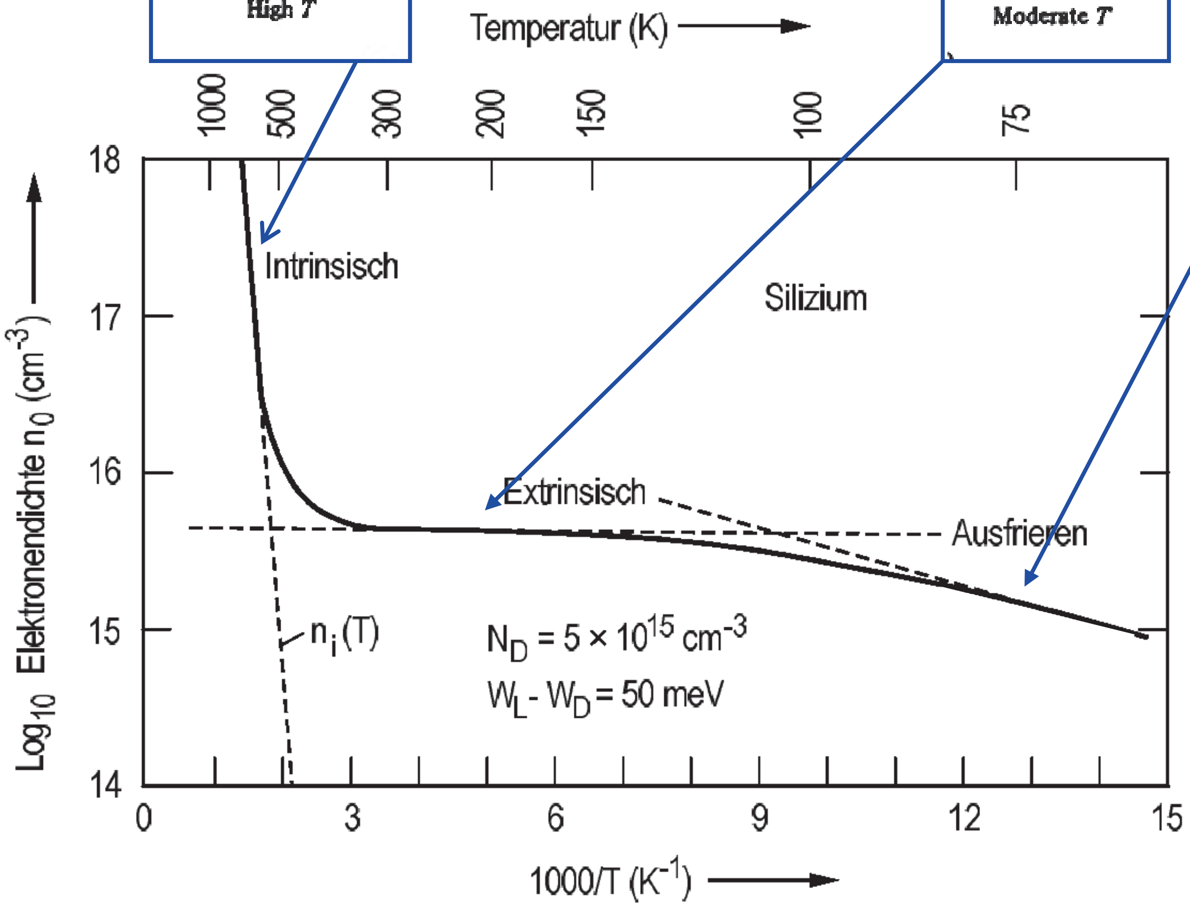
Majoritätsträgerdichte im *n*-Halbleiter

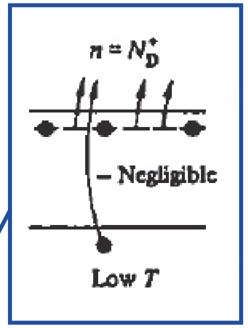


Eigenleitung:
Thermisch generierte Trägerpaare überwiegen

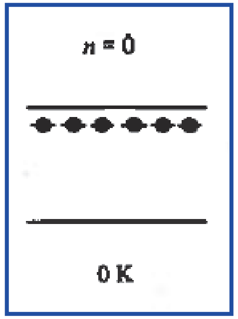


Störstellenerschöpfung:
Alle Störstellen sind ionisiert





Störstellenreserve:
Störstellen werden mit steigender Temperatur ionisiert



Ausfrieren:
Störstellen werden aufgrund geringer Temperatur nicht ionisiert

Teilweise entnommen aus Pierret, Solid State Electronic Devices

Ladungsträgerdichte im Fall der Störstellenerschöpfung

- Störstellenerschöpfung: $n_D^+ = n_D, \quad n_A^- = n_A$

  $\Rightarrow$ Majoritätsträgerdichten sind unabhängig von der Temperatur:

$$\left.\begin{aligned} n + n_A &= p + n_D \\ np &= n_i^2 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} n &= \sqrt{\left(\frac{n_D - n_A}{2}\right)^2 + n_i^2} + \frac{n_D - n_A}{2}, \\ p &= \sqrt{\left(\frac{n_D - n_A}{2}\right)^2 + n_i^2} - \frac{n_D - n_A}{2} \end{aligned}$$

- Starke Dotierung: $|n_D - n_A| >> n_i$

  n – Halbleiter:

$$\left.\begin{aligned} n_n + n_A &= n_D \\ n_n p_n &= n_i^2 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} n_n &= n_D - n_A \\ p_n &= \frac{n_i^2}{n_D - n_A}; \end{aligned} \qquad W_F = W_L - kT \ln\left(\frac{N_L}{n_D}\right)$$

  p – Halbleiter:

$$\left.\begin{aligned} n_A &= n_D + p_p \\ n_p p_p &= n_i^2 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} p_p &= n_A - n_D \\ n_p &= \frac{n_i^2}{n_A - n_D}; \end{aligned} \qquad W_F = W_V + kT \ln\left(\frac{N_V}{n_A}\right)$$

Implizite Bestimmungsgleichung für die Berechnung des Fermi-Niveaus aus der Bedingung der Ladungsneutralität:

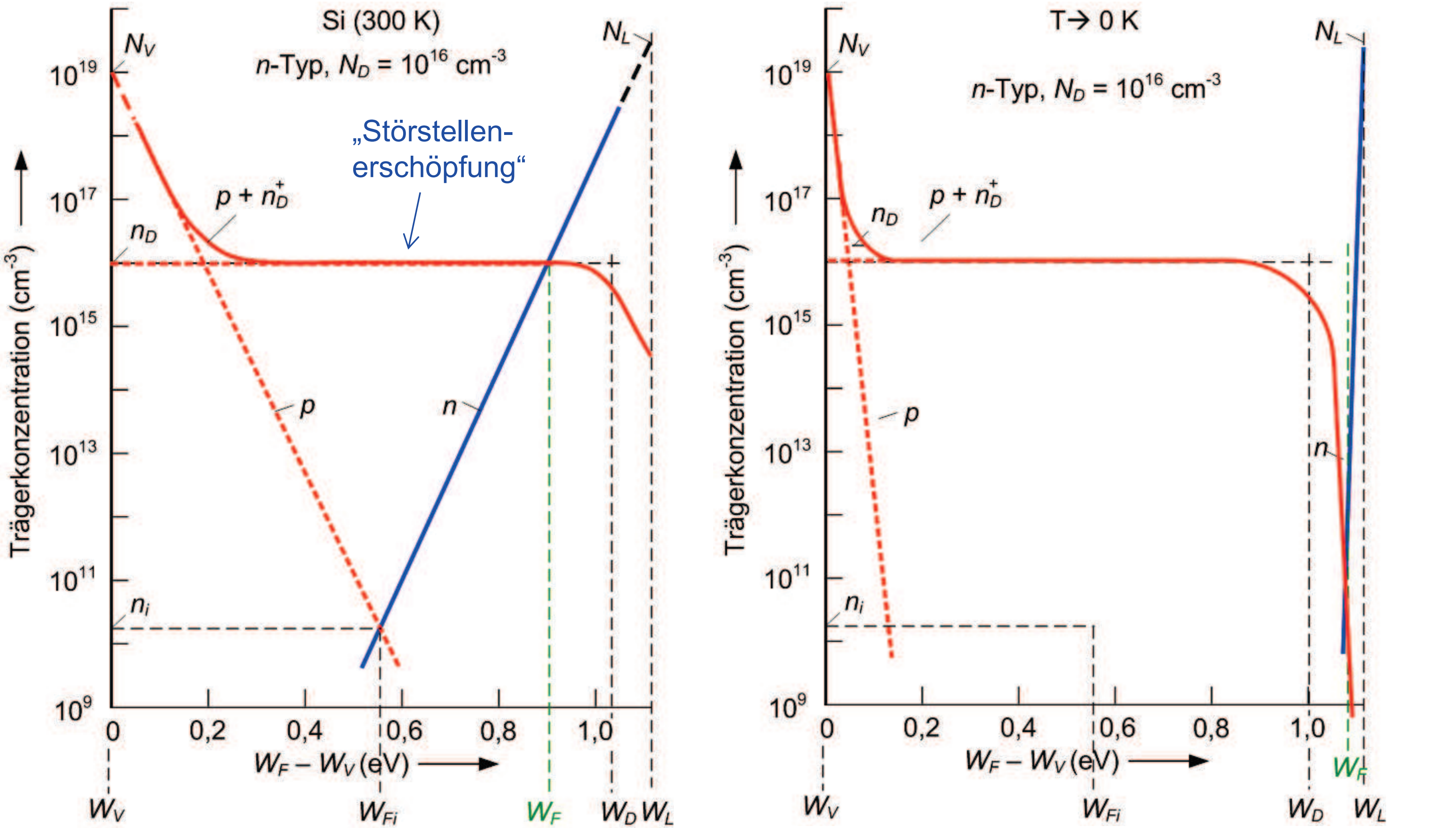
$$n + n_A^- = p + n_D^+$$

$$\Rightarrow \qquad N_L \exp\left(-\frac{W_L - W_F}{kT}\right) + \frac{n_A}{1 + 2\exp\left(\frac{W_A - W_F}{kT}\right)}$$

$$= N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right) + \frac{n_D}{1 + 2\exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$

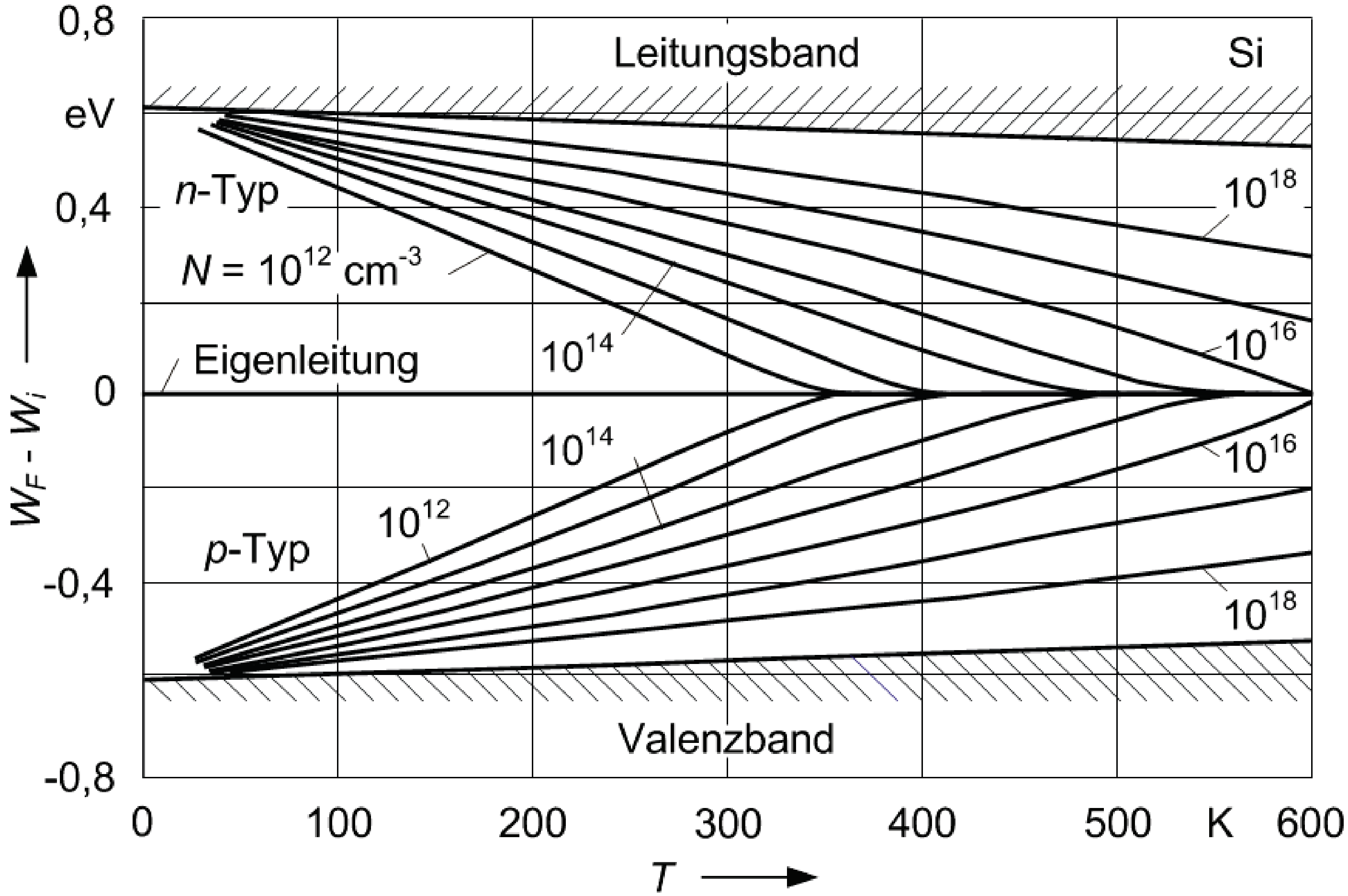
Graphische Lösung für den *n*-Halbleiter

$$N_L \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{kT}\right) = N_V \exp\left(-\frac{W_F - W_V}{kT}\right) + \frac{n_D}{1 + 2\exp\left(\frac{W_F - W_D}{kT}\right)}$$



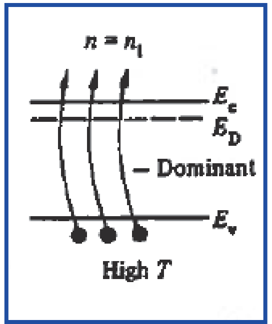
Institute of Photonics and Quantum Electronics IPQ

Lage des Fermi-Niveaus im dotierten Halbleiter

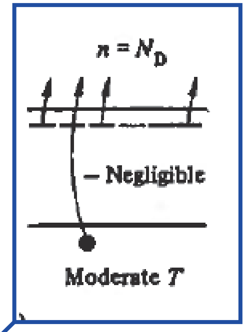


- Mit steigender Dotierung (flache Störstellen): Fermi-Niveau wird zu Bandkante gezogen
- Mit steigender Temperatur: Fermi-Niveau bewegt sich zur Mitte der Bandlücke (Eigenleitung)
- Bandlücke nimmt mit steigender Temperatur ab

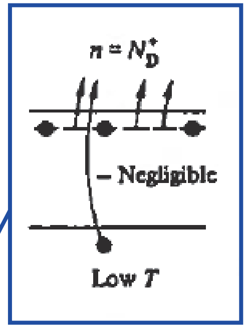
Majoritätsträgerdichte im *n*-Halbleiter



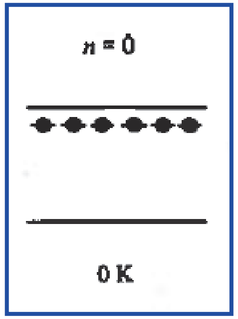
Eigenleitung:
Thermisch generierte Trägerpaare überwiegen



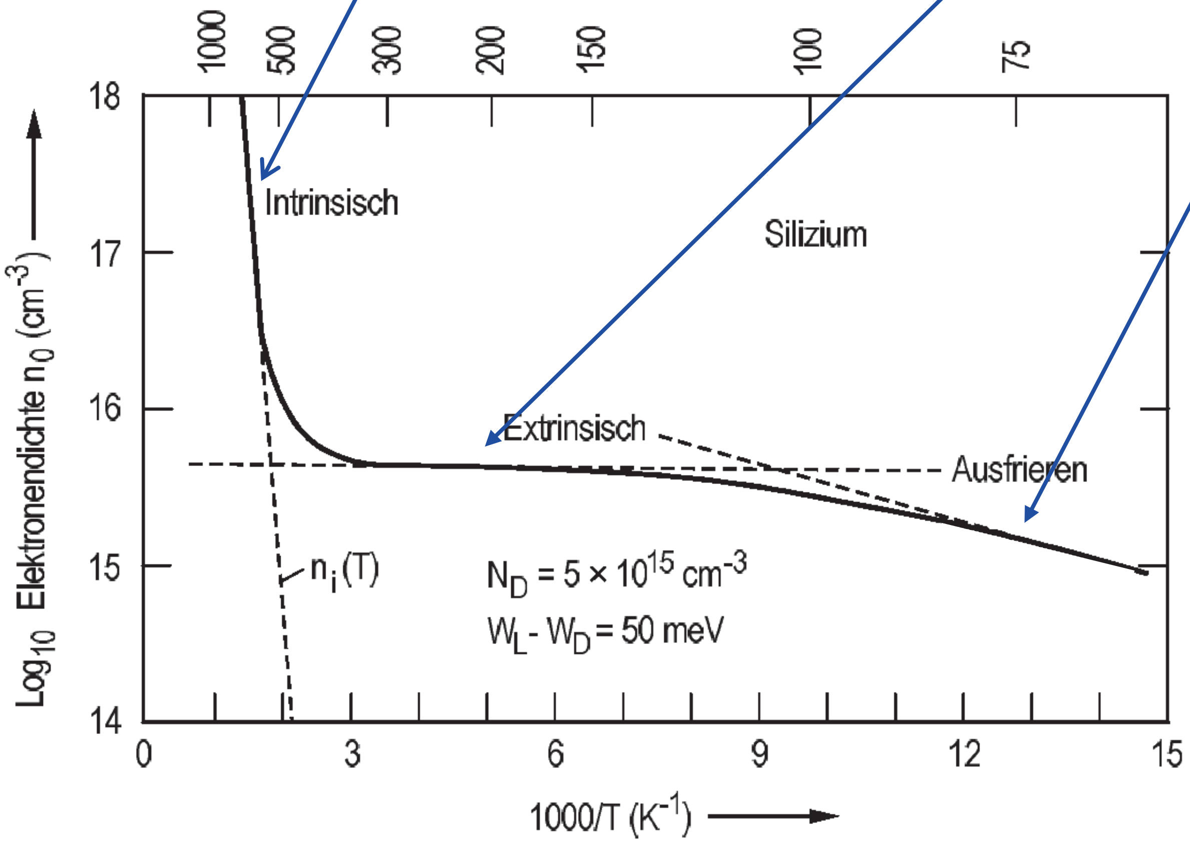
Störstellenerschöpfung:
Alle Störstellen sind ionisiert



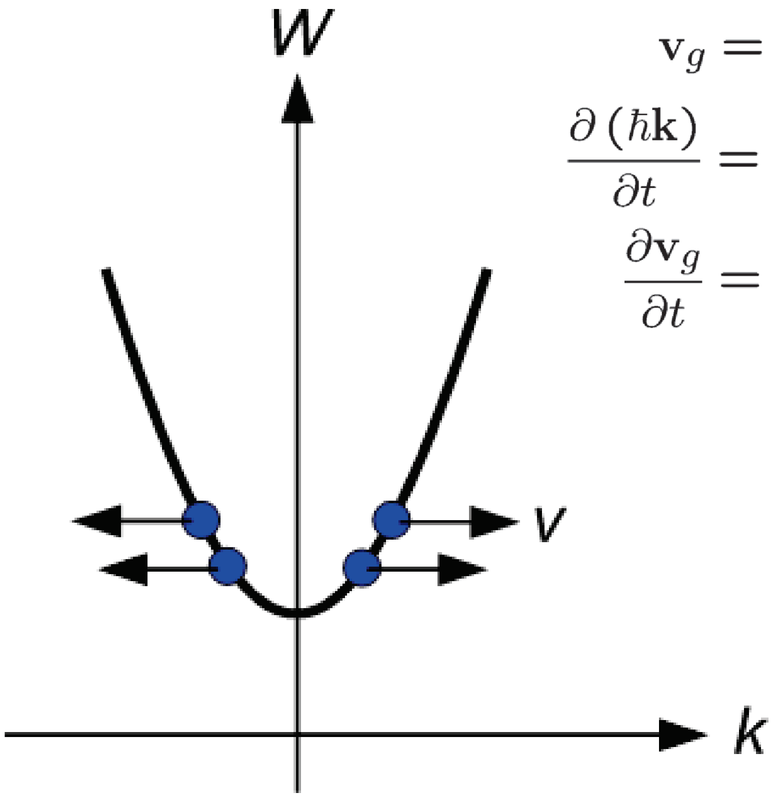
Störstellenreserve:
Störstellen werden mit steigender Temperatur ionisiert



Ausfrieren:
Störstellen werden aufgrund geringer Temperatur nicht ionisiert



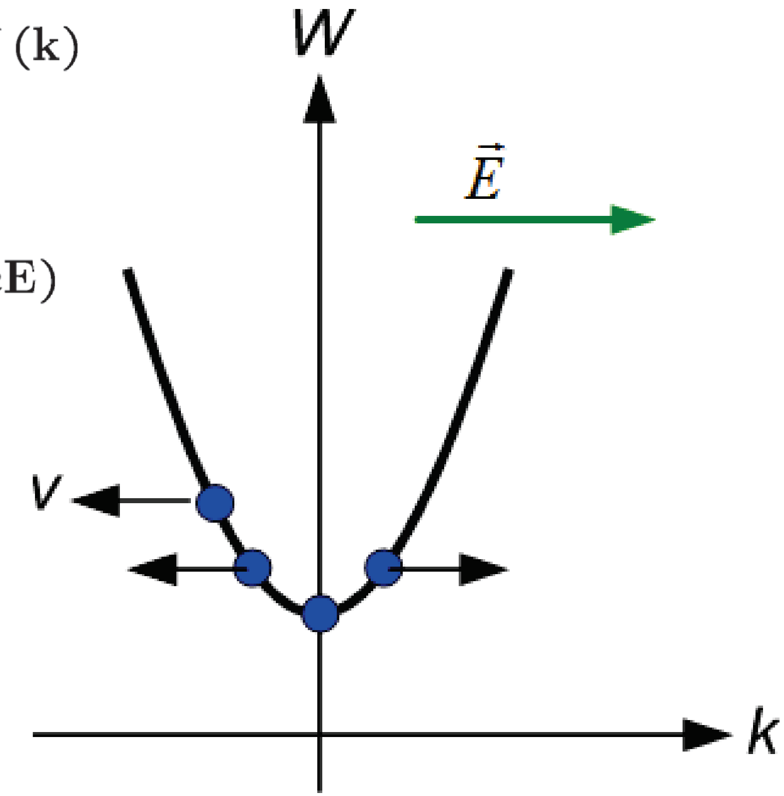
Teilweise entnommen aus Pierret, Solid State Electronic Devices



$$\mathbf{v}_g = \frac{1}{\hbar}\nabla_{\mathbf{k}} W(\mathbf{k})$$

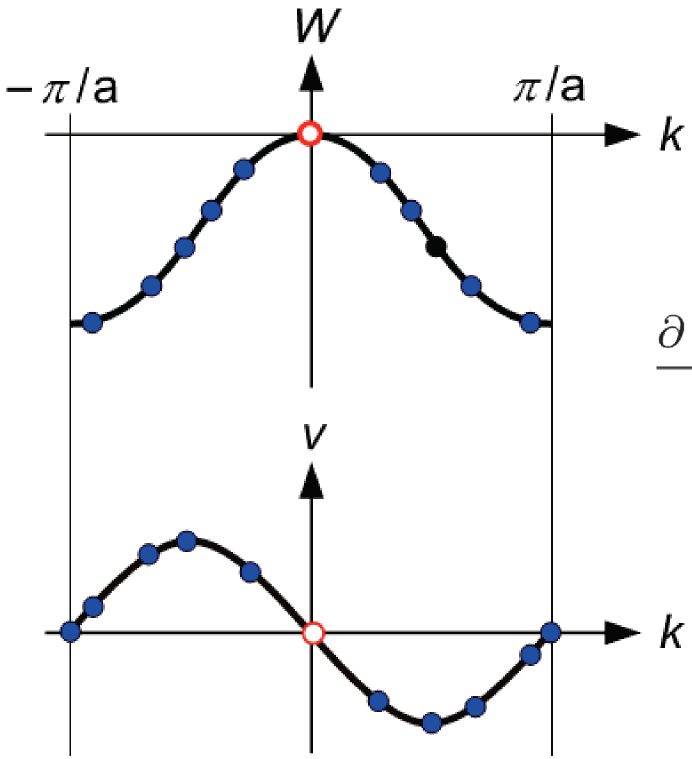
$$\frac{\partial(\hbar\mathbf{k})}{\partial t} = -e\mathbf{E}$$

$$\frac{\partial\mathbf{v}_g}{\partial t} = m^*(-e\mathbf{E})$$



- Ohne äußeres Feld heben sich die Bewegungen der Elektronen gegenseitig auf; der Driftstrom verschwindet.
- Unter Einwirkung eines äußerem Feldes ergibt sich eine asymmetrische Impulsverteilung, die zu einem Netto-Stromfluss in Richtung des angelegten Feldes führt

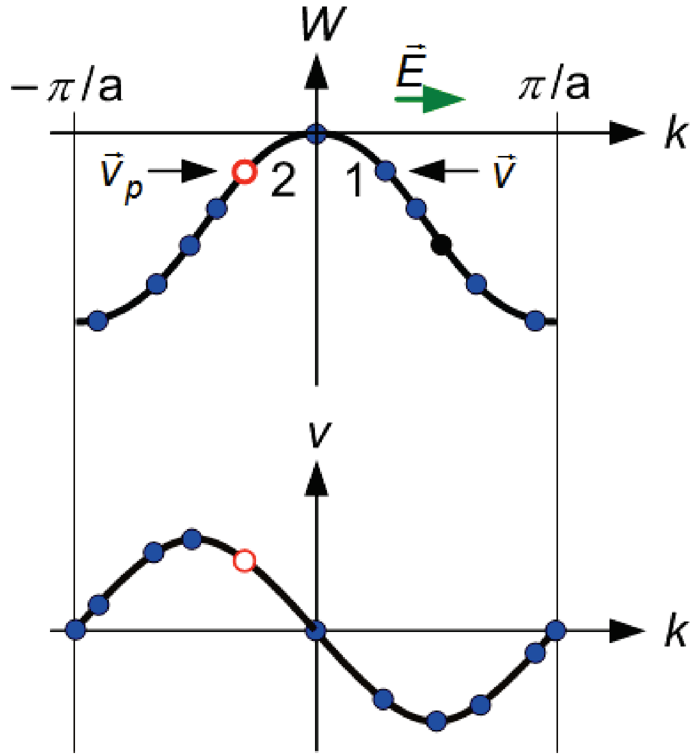
Elektronen- und Löcherleitung



$$\mathbf{v}_g = \frac{1}{\hbar}\nabla_{\mathbf{k}} W(\mathbf{k})$$

$$\frac{\partial(\hbar\mathbf{k})}{\partial t} = -e\mathbf{E}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_g}{\partial t} = m^*(-e\mathbf{E})$$



- Unter dem Einfluss eines äußeren elektrischen Feldes verschieben sich die Elektronen im W-k-Diagramm nach links.
- In der Gesamtbilanz bleiben nur diejenigen Elektronen (1) übrig, deren Bewegung nicht durch ein in entgegengesetzer Richtung propagierendes Elektron (2) kompensiert wird
- Diese Elektronen weisen eine negative effektive Masse auf; der Strombeitrag dieser Elektronen lassen sich durch Löcher mit positiver Ladung und positiver effektiver Masse modellieren

Driftstrom und Beweglichkeit

Driftstrom:

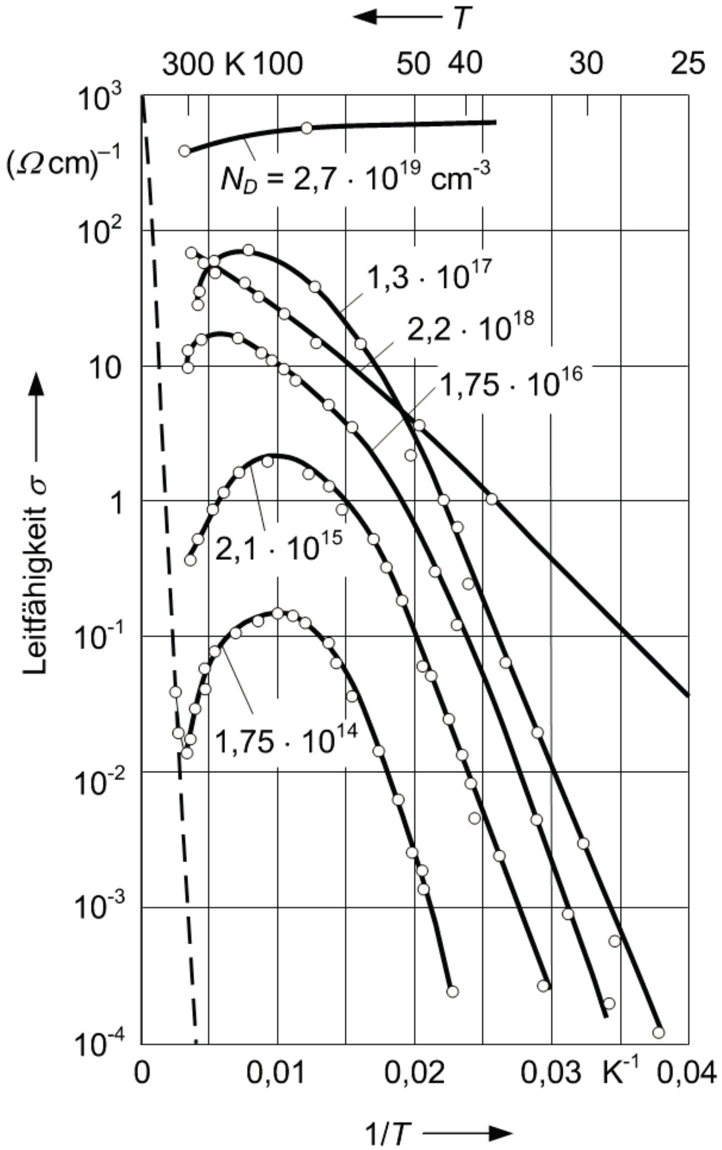
$$\mathbf{J}_F = \mathbf{J}_{n,F} + \mathbf{J}_{p,F}$$
$$= -en\mathbf{v}_n + ep\mathbf{v}_p$$
$$= [en\mu_n + ep\mu_p]\,\mathbf{E}$$
$$= \sigma\mathbf{E}$$

Leitfähigkeit: $\sigma = en\mu_n + ep\mu_p$

Beweglichkeit für Elektronen und Löcher:

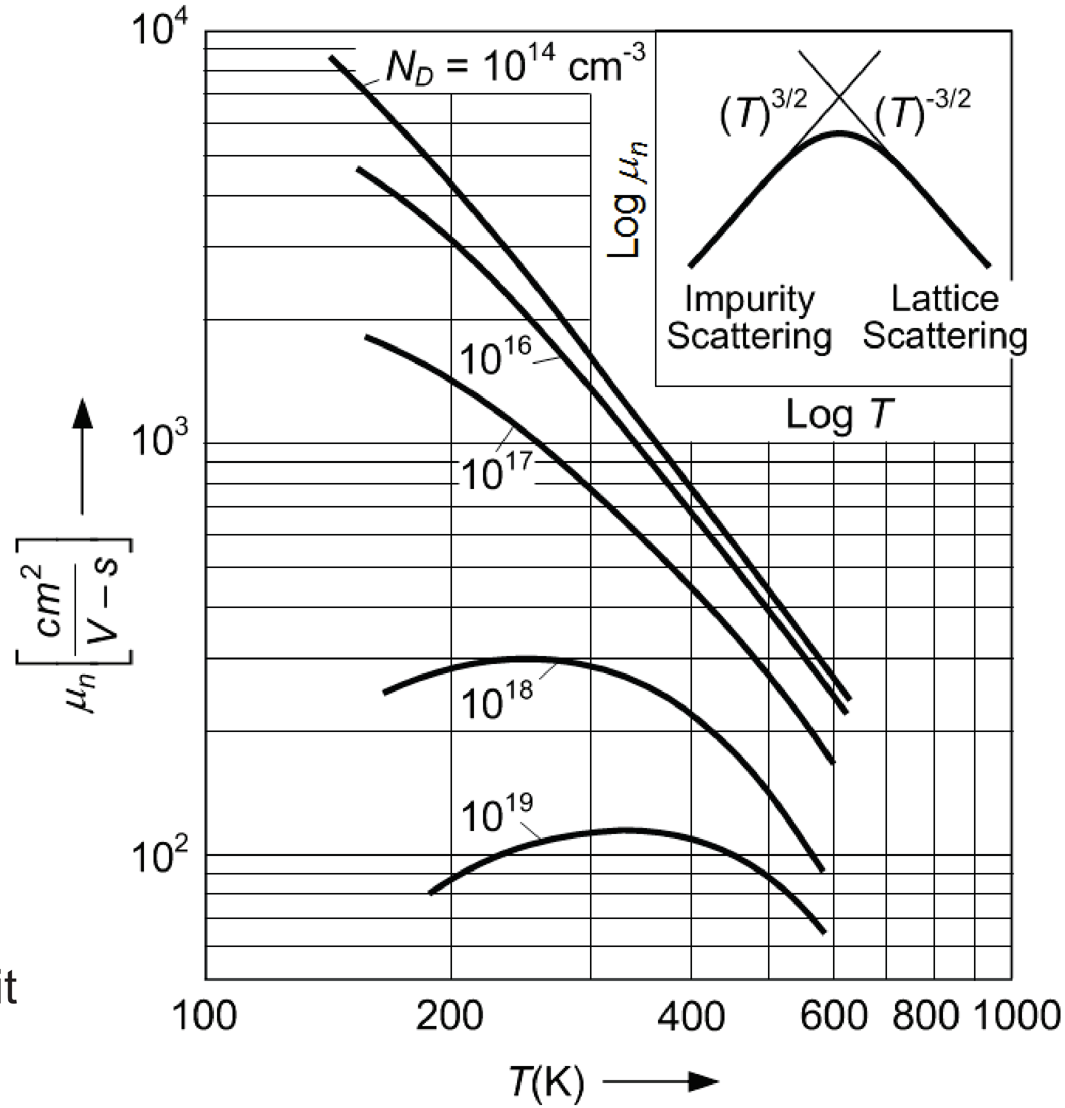
$$\mu_n = \frac{e\tau_{\mathrm{LB}}}{m_n} \qquad \mu_p = \frac{e\tau_{\mathrm{VB}}}{m_p}$$

$\tau_{\mathrm{LB}}, \tau_{\mathrm{VB}}$ = Intrabandimpulsrelaxationszeit im LB bzw. CB, abhängig von Temperatur und Dotierung
$\neq$ Energierelaxationszeiten im LB bzw. VB

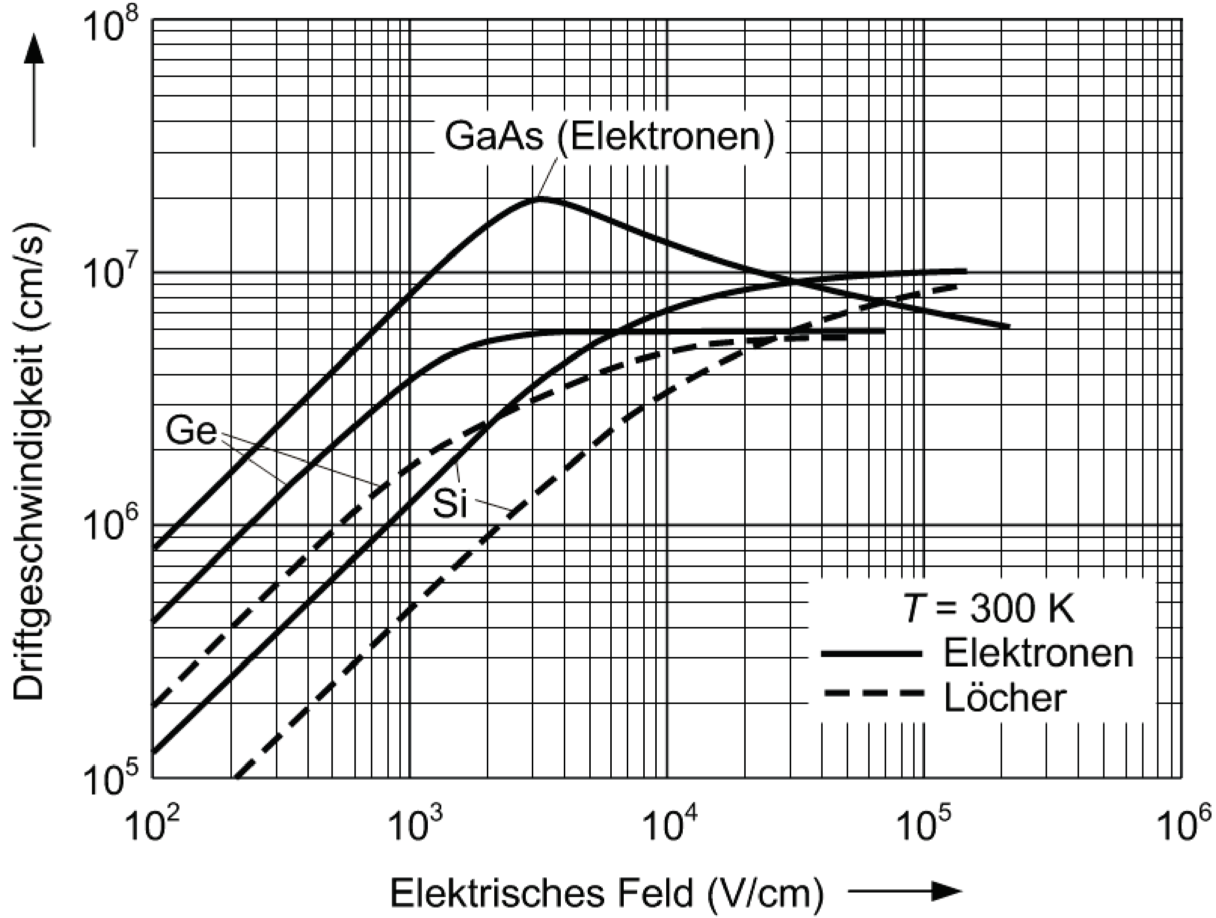


Beweglichkeit im dotierten Halbleiter

- Hohe Dotierungen verringern die Beweglichkeit aufgrund von Wechselwirkungen mit Dotanden („Impurity Scattering“)
- Bei tiefen Temperaturen dominiert die Wechselwirkung mit ionisierten Donator- bzw. Akzeptoratomen; die entsprechende Querschnittsfläche nimmt mit der Bewegungsgeschwindigkeit der Elektronen (Temperatur) ab ($\mu \propto T^{3/2}$)
- Hohe Temperatur verringert die Beweglichkeit durch Wechselwirkungen mit Gitterschwingungen („Phonon Scattering“); dieser Effekt nimmt mit der Temperatur zu ($\mu \propto T^{-3/2}$)



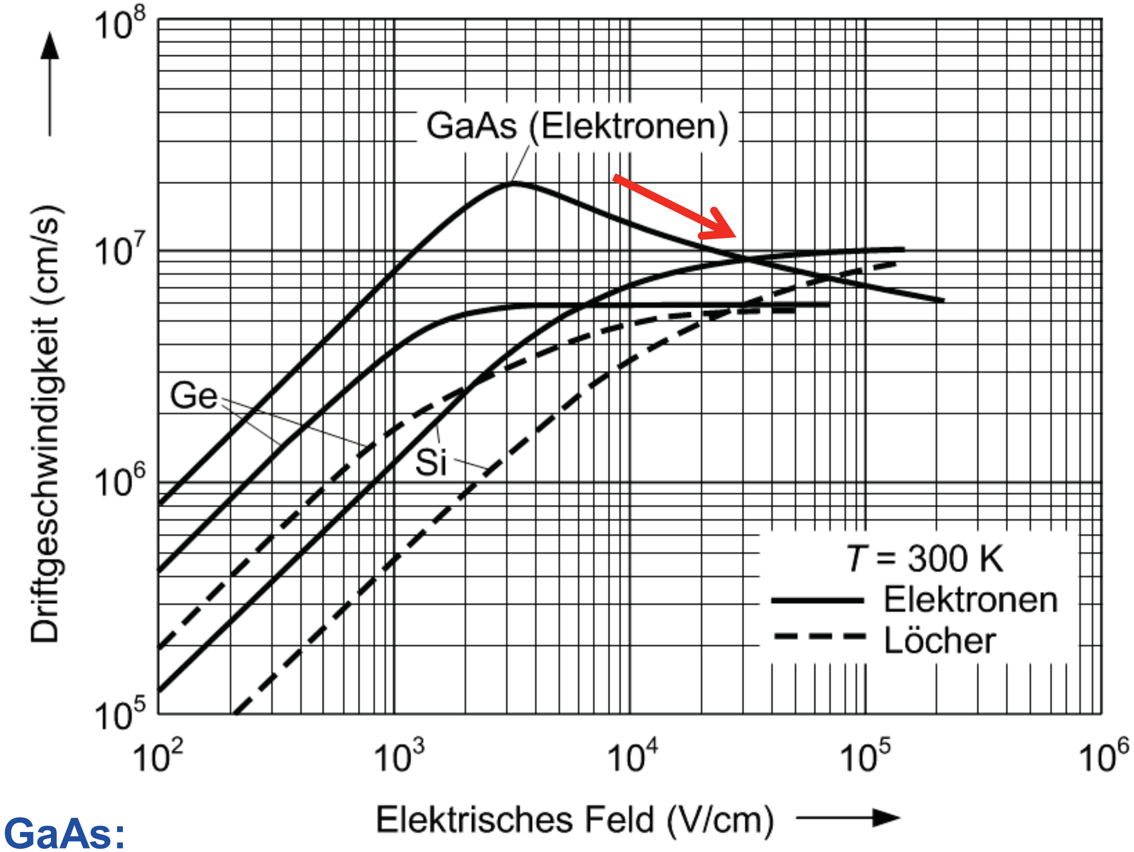
Driftgeschwindigkeiten bei starken elektrischen Feldern

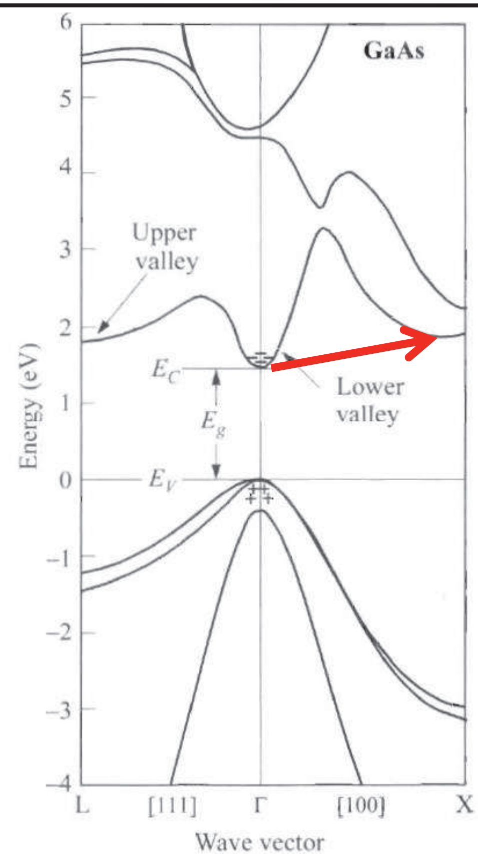


- Hohe Feldstärken: Wechselwirkung mit energiereichen longitudinal-optischen (LO) Phononen
  $\Rightarrow$ Driftgeschwindigkeiten nähern sich der Sättigungsdriftgeschwindigkeit v_s an:

$$v_{n,p} = \frac{v_s}{\left[1 + (E_0/E)^\gamma\right]^{1/\gamma}}$$

Driftgeschwindigkeiten bei starken elektrischen Feldern





GaAs:

- Hohe Beweglichkeit, d.h. hohe Driftgeschwindigkeit

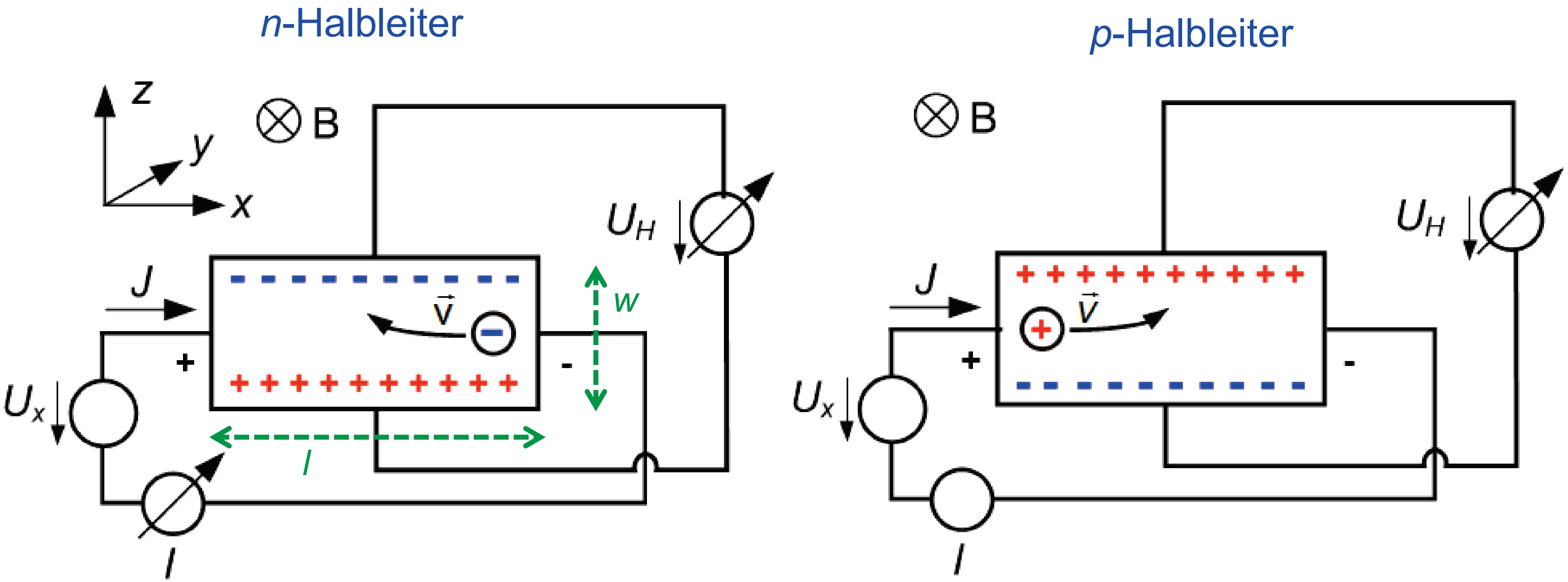
$\Rightarrow$ Vorteilhaft für Hochfrequenzbauteile: Kürzere Transitzeiten, höhere Schaltgeschwindigkeiten

- Negative differentielle Driftgeschwindigkeit durch Streuung von Elektronen in ein zweites Minimum des LB, das eine höhere effektive Masse aufweist.

$\Rightarrow$ Negativer differentieller Widerstand; kann für HF-Oszillatoren verwendet werden (Gunn-Diode)

$$m^\star = \hbar^2 \left(\left. \frac{\partial^2 W_n(k)}{\partial k^2} \right|_{k=k_0} \right)^{-1}$$

Hall-Effekt



Krafteinwirkung auf Elektronen bzw. Löcher:

$$\mathbf{F}_n = -e\,(\mathbf{E} + \mathbf{v}_n \times \mathbf{B})\,, \qquad \mathbf{F}_p = e\,(\mathbf{E} + \mathbf{v}_p \times \mathbf{B})$$

Driftbewegung und Stromdichten für Elektronen:

$$\mathbf{v}_n = \mu_n \frac{\mathbf{F}}{e} \qquad \mathbf{J}_n = -en\mathbf{v}_n$$

Hall-Effekt

Elektrisches Feld:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{J}_n}{en\mu_n} + \frac{\mathbf{J}_n}{en} \times \mathbf{B}$$

Im stationären Zustand:

$$\mathbf{J}_n = J_z \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{B} = -B\mathbf{e}_y$$

$$\Rightarrow \quad U_x = E_x l = \frac{J_n l}{en\mu_n}$$

$$U_H = -E_z w = -\frac{J_n B w}{en}$$

$$\Rightarrow \quad \mu_n = -\frac{U_H}{U_x}\frac{l}{Bw}$$

Analoge Ableitung für p-HL:

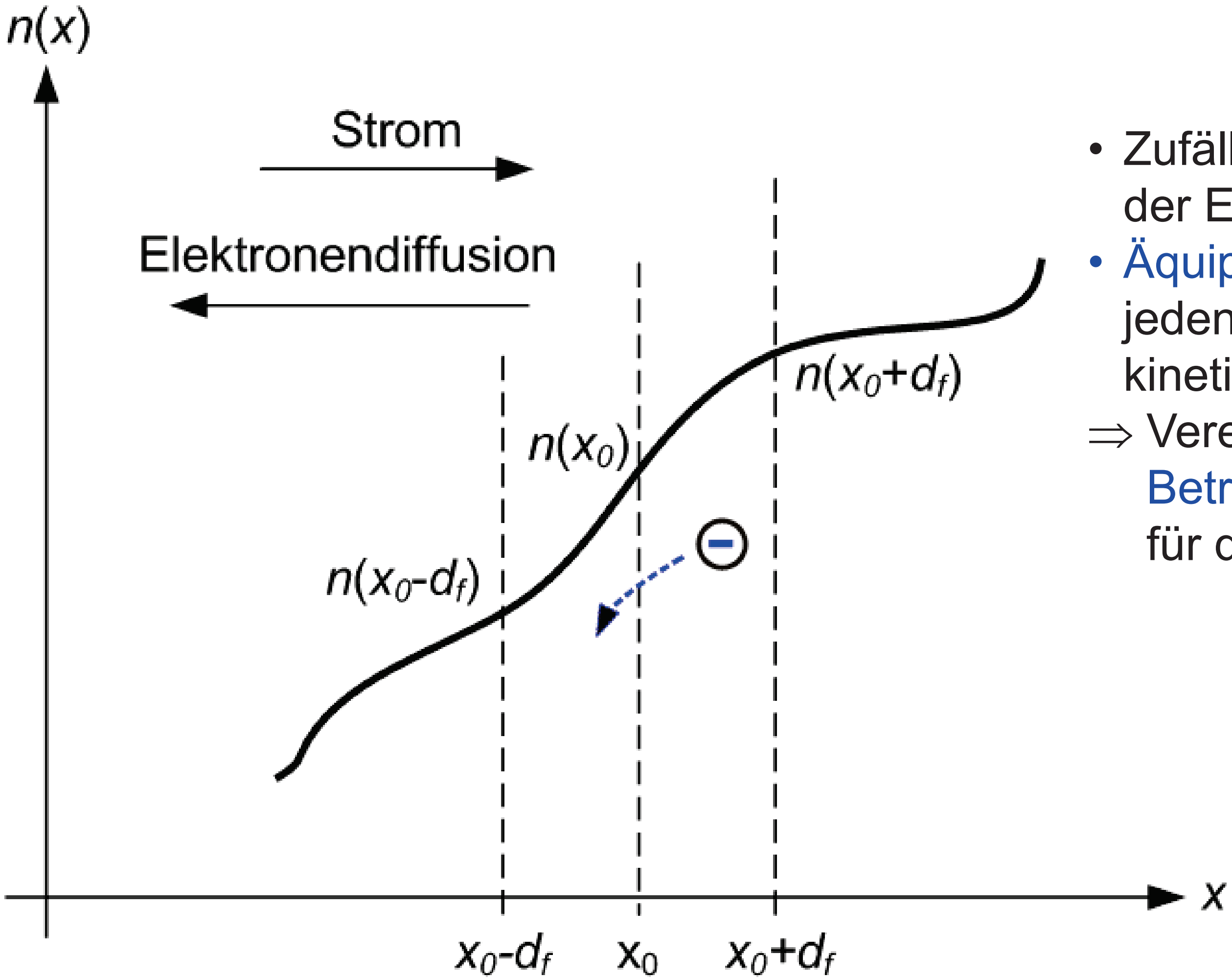
$$U_x = E_x l = \frac{J_p l}{ep\mu_p}$$

$$U_H = -E_z w = \frac{J_p B w}{ep}$$

$$\Rightarrow \quad \mu_p = \frac{U_H}{U_x}\frac{l}{Bw}$$

- Das Vorzeichen der Hall-Spannung gibt den Halbleiter-Typ an.
- Messung der Hall-Spannung erlaubt die getrennte Ermittlung der Ladungsträgerbeweglichkeit und der Ladungsträgerkonzentration.
- Hall-Sensoren werden zur Messung des magnetischen Feldes eingesetzt.

Diffusionsstrom



- Zufällige thermische Bewegung der Elektronen
- Äquipartitionstheorem: Auf jeden Freiheitsgrad entfällt die kinetische Energie kT

$\Rightarrow$ Vereinfachte eindimensionale Betrachtung entlang x, wobei für die kinetische Energie gilt:

$$\frac{1}{2} m_n v_{th}^2 = kT$$

Diffusionsstrom

Betrachte Netto-Flussdichte der Elektronen in positive x-Richtung:

$$\Phi(x) = \frac{1}{2}\frac{d_f}{\tau_{\mathrm{LB}}}\left[n\left(x - \frac{d_f}{2}\right) - n\left(x + \frac{d_f}{2}\right)\right] \approx -D_n \frac{\partial n(x)}{\partial x}$$

wobei $D_n = \frac{kT}{m_n}\tau_{\mathrm{LB}} = \frac{kT}{e}\mu_n$ Diffusionskonstante

„Einstein-Beziehung“ für Elektronen

Zugehöriger Diffusionsstrom der Elektronen in drei Dimensionen:

$$\mathbf{J}_{D,n} = eD_n \nabla n(\mathbf{r})$$

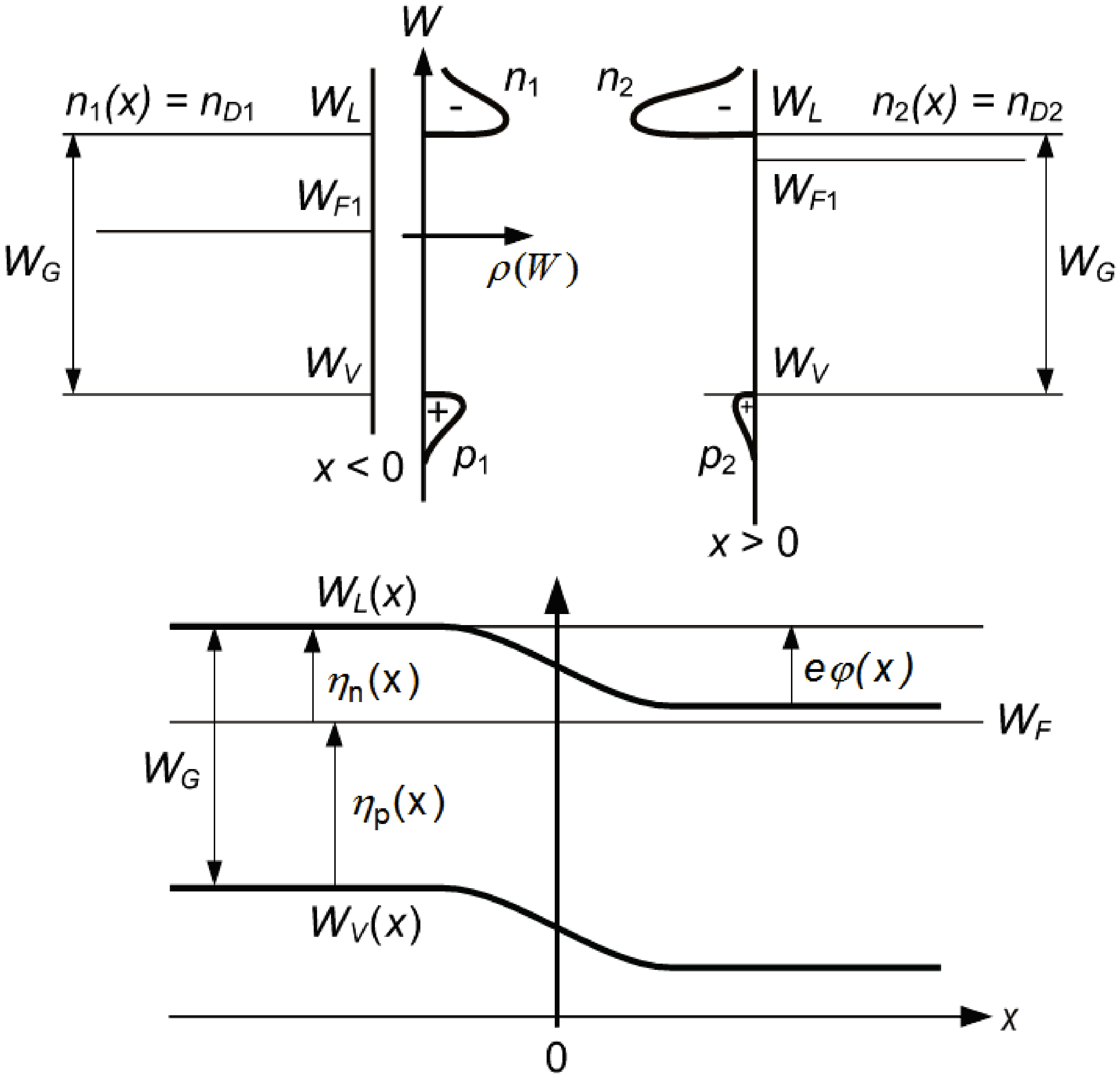
Analog: Diffusionsstrom der Löcher

$$\mathbf{J}_{D,p} = -eD_p \nabla p(\mathbf{r})$$

$$D_n = \frac{kT}{m_n}\tau_{\mathrm{LB}} = \frac{kT}{e}\mu_n$$

Diffusionskonstante und „Einstein-Beziehung“ für Löcher

Halbleiter mit Konzentrationsgradient im thermischen Gleichgewicht



Im thermischen Gleichgewicht:

$$\mathbf{J}_n = eD_n\nabla n + e\mu_n n\mathbf{E}$$
$$= 0$$

Trägerverteilung und Potentialverlauf $\varphi(x)$:

$$n(x) = n_0 e^{\frac{e\varphi(x)}{kT}}$$

Potentialdifferenz über der Grenzfläche:

$$\varphi_D = W_{L1} - W_{L2}$$

Terminänderung Tutorium

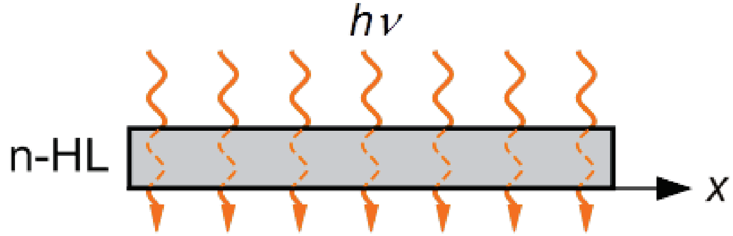
Neuer Ort: **kleiner ETI Hörsaal, Geb. 11.10**
Neue Zeit: **Dienstags, 15:45 Uhr**

Gültig ab sofort.

Ort und Termin für **Übung und Vorlesung unverändert**.

„Einschuss“ oder Erzeugung von freien Ladungsträgern

Halbleiter im Nichtgleichgewicht: $pn > n_i^2$



Zwei wichtige Fälle:

- Halbleiter unter schwacher Injektion (Low-Level Injection, LLI):

  Die zusätzlich generierten Überschussträgerdichten sind klein gegenüber der Majoritätsträgerdichte im thermischen Gleichgewicht. Unter Annahme von Störstellenerschöpfung im dotierten Halbleiter gilt dann:

$$\left.\begin{aligned}
&\textit{n}\text{-HL:} \quad && n = n_{th} + n' \cong |n_D - n_A| \\
& && p = p_{th} + p' \ll |n_D - n_A| \\
&\textit{p}\text{-HL:} \quad && n = n_{th} + n' \ll |n_D - n_A| \\
& && p = p_{th} + p' \cong |n_D - n_A|
\end{aligned}\right\} \Rightarrow n_i^2 < np \ll (n_D - n_A)^2$$

- Starke Injektion (High-Level Injection, HLI):

  Überschussträgerdichten sind vergleichbar zu oder wesentlich größer als die Majoritätsträgerdichte,

$$n,\ p \gg |n_D - n_A|$$

Generation und Rekombination von Ladungsträgern

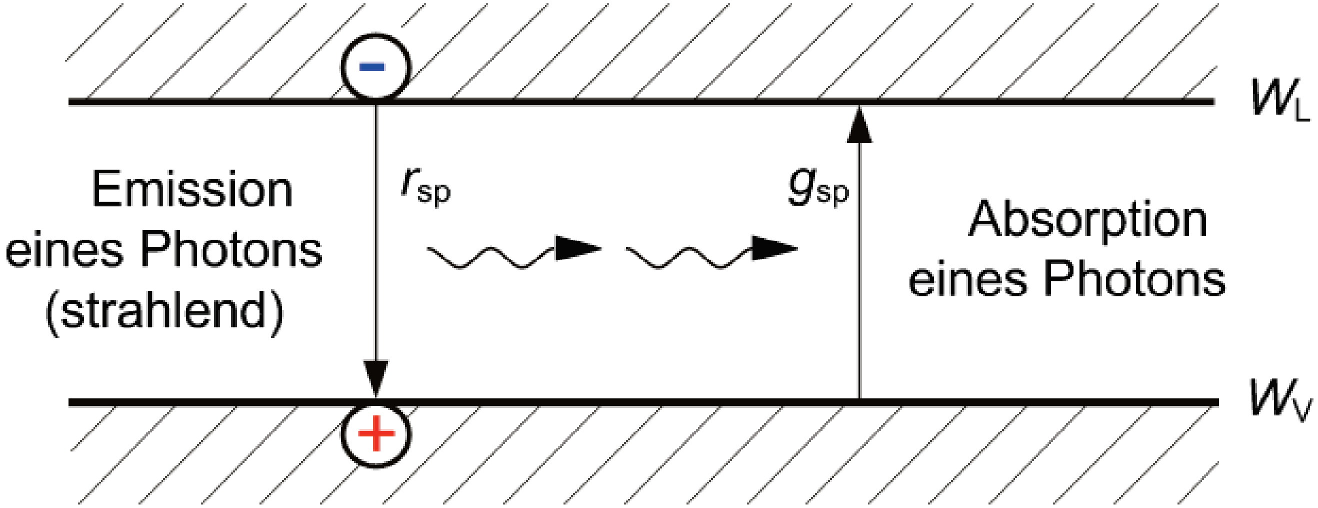
Die Relaxation der Überschussträgerdichten wird durch die Differenz zwischen der Generationsrate g und Rekombinationsrate r bestimmt:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{dp}{dt} = g - r$$

wobei
$$g = g_{\mathrm{opt}} + g_{\mathrm{t}} + g_{\mathrm{Auger}} \cdots$$
$$r = r_{\mathrm{opt}} + r_{\mathrm{t}} + r_{\mathrm{Auger}} \cdots \quad .$$

- Zu jedem Generationsprozess muss es auch einen entsprechenden Rekombinationsprozess geben.
- Prinzip des detaillierten Gleichgewichts: Im thermischen Gleichgewicht sind die Generationsraten g_n und g_p für jeden Einzelprozess gleich den zugehörigen Rekombinationsrate r_n und r_p

Band-Band-Übergänge



Band-Band-Rekombination („spontane Rekombination"):

- Direkte Rekombination eines Elektrons mit einem Loch unter Aussendung eines Photons (und ggf. eines Phonons im Fall indirekter Halbleiter)
- Rekombinationsrate ist proportional zur Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Elektron und ein Loch begegnen, also proportional zum Produkt der beiden Dichten

$$r_{\mathrm{sp}} = B_{\mathrm{sp}} n p$$

- Unter Berücksichtigung der spontanen Generationsrate im thermischen GGW ergibt sich die Netto-Generationsrate zu:

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = -B_{\mathrm{sp}} \left(np - n_i^2 \right)$$

Band-Band-Übergänge im Falle schwacher Injektion

Vereinfachung im für den Fall schwacher Injektion:

$$\frac{\mathrm{d}n'}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}t} = \begin{cases} -\frac{p'}{\tau_{\mathrm{min}}} & \text{im n-Halbleiter} \\ -\frac{n'}{\tau_{\mathrm{min}}} & \text{im p-Halbleiter} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{min}}} = \begin{cases} B_{\mathrm{sp}} n_{\mathrm{th}} & \text{im n-Halbleiter} \\ B_{\mathrm{sp}} p_{\mathrm{th}} & \text{im p-Halbleiter} \end{cases}$$

$$\frac{1}{\tau_{\mathrm{min}}} \approx B_{\mathrm{sp}} \left(n_{\mathrm{th}} + p_{\mathrm{th}}\right) \quad \text{im } i\text{-Halbleiter}$$

- Im Falle schwacher Injektion kann die Majoritätsträgerdichte als konstant angenommen werden; nur die Minoritätsträgerlebensdauer τ unterliegt einer Dynamik.
- Die Minoritätsträgerlebensdauer τ_{min} hängt von der jeweiligen Majoritätsträgerdichte ab.
- Typische Zahlenwerte:

$$\begin{aligned} \text{Ge:} &\quad 10^{-6}\ \text{s bis } 10^{-3}\ \text{s} \\ \text{Si:} &\quad 10^{-10}\ \text{s bis } 10^{-3}\ \text{s} \\ \text{GaAs:} &\quad 10^{-10}\ \text{s bis } 10^{-8}\ \text{s}. \end{aligned}$$

Zusammenfassung:

n-Typ	i-Typ	p-Typ
$n_n \ggg p_n$	$p = n$	$p_p \ggg n_p$
$n_n \approx n_{n,\mathrm{th}}$	$n \approx n_{\mathrm{th}} + n'$	$n_p = n_{p,\mathrm{th}} + n'$
$p_n = p_{n,\mathrm{th}} + p'$	$p \approx p_{\mathrm{th}} + p'$	$p_p \approx p_{p,\mathrm{th}}$
$\tau_{\mathrm{min}}^{-1} \sim B n_n$	$\tau_{\mathrm{min}}^{-1} = B\left[p_{\mathrm{th}} + n_{\mathrm{th}}\right]$	$\tau_{\mathrm{min}}^{-1} \sim B p_p$

Band-Band-Übergänge im Falle starker Injektion

Differentialgleichung für das Abklingen der Trägerdichtestörung:

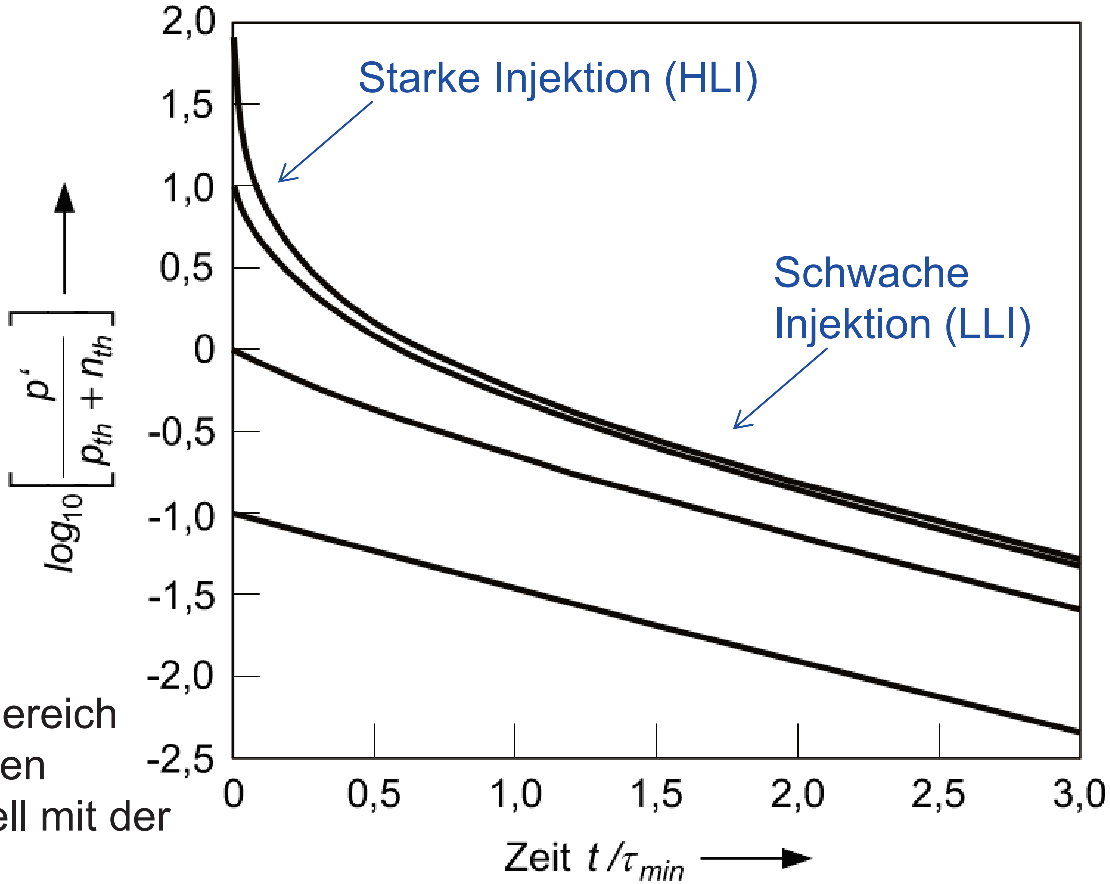
$$\frac{\mathrm{d}n'}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau_{\text{min}}}\left(1 + \frac{n'}{n_{\text{th}} + p_{\text{th}}}\right) n'$$

Anfängliche Abnahme der Trägerdichtestörung (transienter Vorgang):

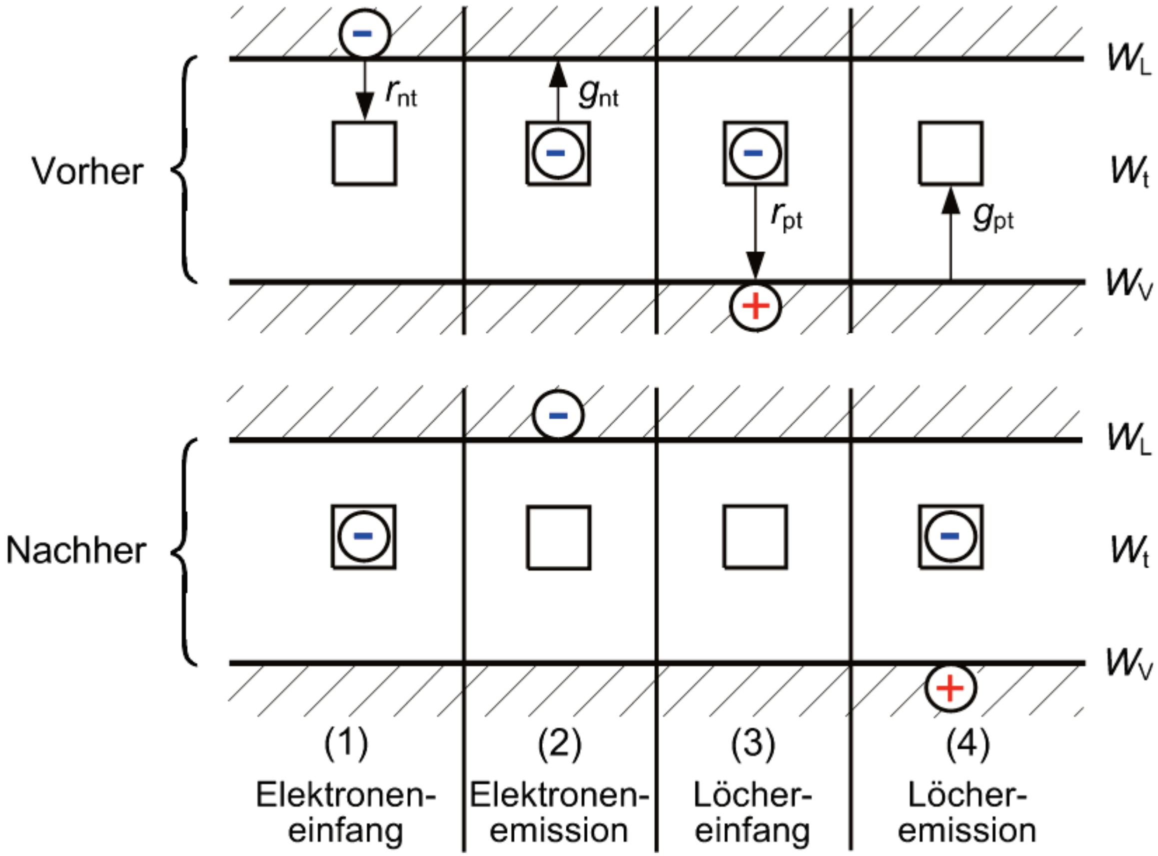
$$\frac{\mathrm{d}n'}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau_{\text{min}}} \frac{n'^2}{n_{\text{th}} + p_{\text{th}}}$$

$$n'(t) = \frac{n'(0)}{1 + \left(\frac{n'(0)}{n_{\text{th}} + p_{\text{th}}} \frac{t}{\tau_{\text{min}}}\right)}$$

- Bei starker Injektion zerfällt die Überschussträgerdichte innerhalb von τ_{min} auf die Majoritätsträgerdichte - unabhängig von ihrem Anfangswert!
- Danach befindet sich die Probe im Bereich schwacher Injektion; die verbleibenden Überschussdichte zerfällt exponentiell mit der Zeitkonstante τ_{min} .



Rekombination über Störzentren / Shockley-Read-Hall-Rekombination



Ansätze für die Generations- und Rekombinationsraten:

$$g_{nt} = A_{gn}\, n_t w$$

$$g_{pt} = A_{gp}\, n_t (1-w)$$

$$r_{nt} = A_{rn}\, n\, n_t (1-w) =: \frac{n\,(1-w)}{\tau_n},$$

$$r_{pt} = A_{rp}\, p\, n_t w =: \frac{p\, w}{\tau_p}$$

w = Wahrscheinlichkeit, mit der die Störstelle durch ein Elektron besetzt ist.

Weitere Analyse: Betrachtung im Fall des thermischen Gleichgewichtes

- Detailliertes Gleichgewicht der Generations- und Rekombinationsrate:
- Verwendung der Fermi-Verteilung zur Bestimmung von *w*

Rekombination über Störzentren / Shockley-Read-Hall-Rekombination

Betrachte stationären Zustand unter externer Trägergeneration g_{ext} ($\neq$ thermisches Gleichgewicht!):

$$\frac{dn}{dt} = g_n - r_n = g_{\text{ext}} + g_{\text{nt}} - r_{\text{nt}} = 0$$

$$\frac{dp}{dt} = g_p - r_p = g_{\text{ext}} + g_{\text{pt}} - r_{\text{pt}} = 0$$

Netto-Generationsrate über Störstellen:

$$g_t - r_t = g_{\text{pt}} - r_{\text{pt}} = g_{\text{nt}} - r_{\text{nt}} = \frac{n_i^2 - np}{(n + n'_{th})\tau_p + (p + p'_{th})\tau_n}$$

wobei $n'_{th} = n_{th} \exp\left(\frac{W_T - W_F}{kT}\right), \qquad p'_{th} = p_{th} \exp\left(\frac{W_F - W_T}{kT}\right)$

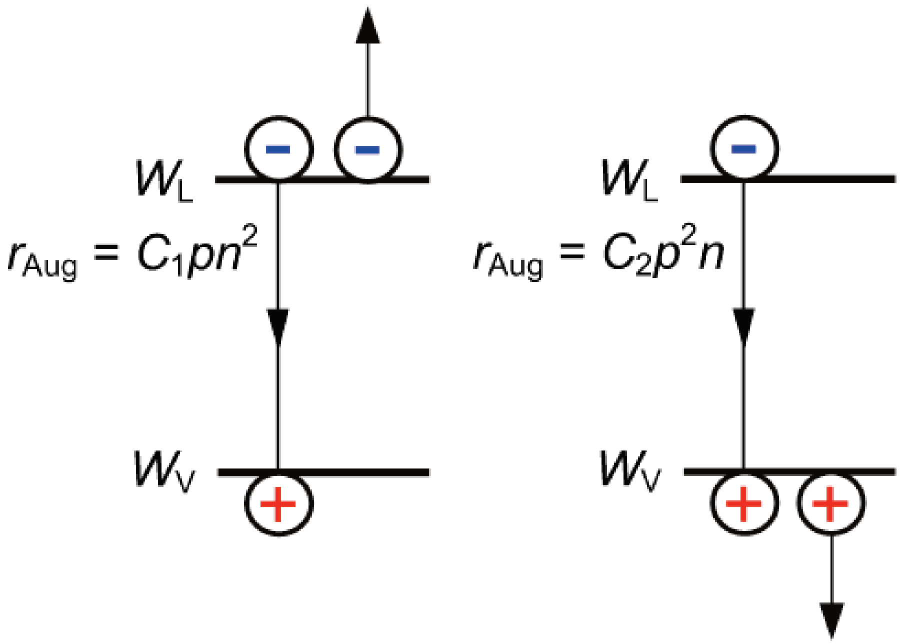
Maximale Rekombinationsrate falls $W_T = W_F$, d.h., $n'_{th} = p'_{th} = n_i$:

$$g_t - r_t = \frac{n_i^2 - np}{(n + n_i)\tau_p + (p + n_i)\tau_n}$$

Für schwache Injektion: Beschreibung mit Hilfe einer Minoritätsträgerlebensdauer τ_{min}, die für den n-HL (p-HL) mit der Zeitkonstante τ_p (τ_n) übereinstimmt

$$g_t - r_t = \begin{cases} \frac{p'}{\tau_{\text{min}}}, & \tau_{\text{min}} = \tau_p \quad \text{für n-Typ} \\ \frac{n'}{\tau_{\text{min}}}, & \tau_{\text{min}} = \tau_n \quad \text{für p-Typ} \end{cases}$$

Auger-Rekombination



Rekombination unter Energie-Abgabe an ein Elektron im Leitungsband oder an ein Loch im Valenzband.

Rekombinationsrate:

$$r_{\text{Aug}} = C_1 n p^2 + C_2 n^2 p$$

$\Rightarrow$ Auger-Rekombination wird relevant, wenn sowohl Elektronen- als auch Löcherdichten sehr groß werden. Injizierte Ladungsträger sind dabei wichtiger als Dotierungen!

„Ladungsträgerlebensdauer“:

- Betrachtung bei konstanter externer Generationsrate g_{ext}, die zu stationären Elektronen- und Löcherdichten n_0 bzw. p_0 führt
- Annahme: Hochinjektion, $n_{\text{th}}, p_{\text{th}} << n_0 \approx p_0$
- Betrachte Relaxation bei Störung des stationären Zustandes

$n = n_0 + \Delta n$, $p = p_0 + \Delta p$

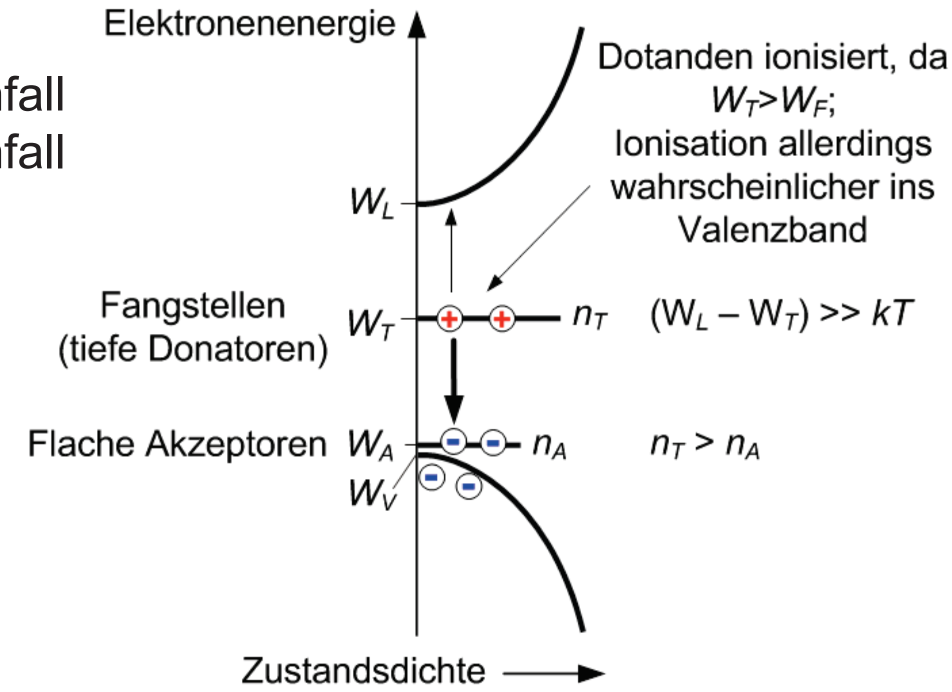
$$\frac{d\Delta n}{dt} = \frac{d\Delta p}{dt} = -\frac{1}{\tau_{\text{eff}}}\Delta n \quad \text{wobei} \quad \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} = 3(C_1 + C_2)n_0^2$$

effektive Lebensdauer

Photoleiter

Ziele:

- Geringe Leitfähigkeit falls kein Lichteinfall
- Hohe Leitfähigkeit bei kleinem Lichteinfall
- Linearer Zusammenhang zwischen Lichteinfall und Leitfähigkeit



Funktionsweise: *p*-dotierter Halbleiter mit tiefen Donatoren in der Bandlücke

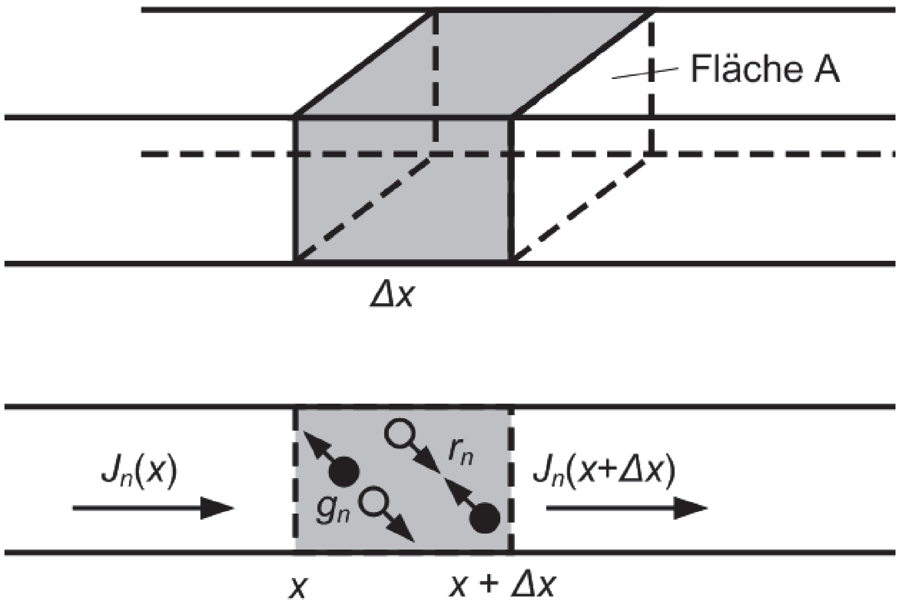
- Tiefe Donatoren wirken als Rekombinationsstörstelle und verringern die Trägerlebensdauer der Minoritätsträger
  $\Rightarrow$ Geringe Elektronendichte!
- Ionisierung der tiefen Donatoren nur, wenn dadurch ein Loch vernichtet werden kann

$$n_D^+ = n_A$$

  $\Rightarrow$ Ortsfeste ionisierte Donatoren übernehmen die Rolle der Löcher!

- Bei Erzeugung eines Elektron-Loch-Paares:
  - Loch wird sofort durch ein Elektron eines tiefen Donators vernichtet;
  - Elektron trägt als „Minoriätsträger“ zur Leitfähigkeit bei (schwache Injektion!)

Die Kontinuitätsgleichung



Kontinuitätsgleichungen:

In 1D: $$\frac{\partial(ep)}{dt} + \frac{\partial J_p(x)}{\partial x} = e\,(g_p - r_p)\ .$$

In 3D: $$\frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla\cdot\mathbf{J}_p = e(g_p - r_p)$$

$$\frac{\partial(-en)}{\partial t} + \nabla\cdot\mathbf{J}_n = -e(g_n - r_n)$$

$$\Rightarrow\ \frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\mathbf{J} = e\,(g_n - r_n) - e\,(g_p - r_p)$$

Vereinfachte Form der Kontinuitätsgleichung:

Voraussetzung: Es herrscht Gleichgewicht ($g_n = r_n$ und $g_p = r_p$) oder Träger werden nur in Paaren erzeugt oder vernichtet ($g_n - r_n = g_p - r_p$)

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathrm{div}\,\vec{J} = 0$$

Die Grund-Gleichungen der Halbleiterbauelemente

Kontinuitätsgleichungen:

$$\frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_p = e(g_p - r_p)$$

$$\frac{\partial(-en)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_n = -e(g_n - r_n)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \mathbf{J} = e\,(g_n - r_n) - e\,(g_p - r_p)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\,\vec{J} = 0$$

im Gleichgewicht ($g_n = r_n$, $g_p = r_p$) oder bei paarweiser Erzeugung / Vernichtung von Elektronen und Löchern ($g_n - r_n = g_p - r_p$)

Ladungsträgertransport durch Drift und Diffusion:

$$\mathbf{J}_n = \mathbf{J}_{nF} + \mathbf{J}_{nD}, \qquad \mathbf{J}_n = en\mu_n\mathbf{E} + eD_n\nabla n,$$

$$\mathbf{J}_p = \mathbf{J}_{pF} + \mathbf{J}_{pD}, \qquad \mathbf{J}_p = ep\mu_p\mathbf{E} - eD_p\nabla p,$$

Poisson-Gleichung (in Abwesenheit von Magnetfeldern):

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} = -\frac{e}{\varepsilon}(p + n_D^+ - n - n_A^-)$$

Halbleiter-Grundgleichungen bei schwacher Injektion

Karlsruhe Institute of Technology

Schwache Injektion: Majoritätsträgerdichte ändert sich kaum; Minoritätsträgerdichte ist wesentlich kleiner als die Majoritätsträgerdichte

$\Rightarrow$ Majoritätsträgerdichte kann als unverändert angenommen werden
Driftstrom der Minoritätsträger vernachlässigbar
Beschreibung von Rekombinationsvorgängen mit Hilfe der Minoritätsträgerlebensdauer

n-Halbleiter	p-Halbleiter
$n_n \approx n_{n,\mathrm{th}} \gg p_n$ $\mathbf{J}_n = e n_n \mu_n \mathbf{E} + e D_n \nabla n_n,$	$p_p \approx p_{pth} \gg n_p$ $\mathbf{J}_n = e D_n \nabla n_p,$
$\mathbf{J}_p = -e D_p \nabla p_n.$	$\mathbf{J}_p = e p_p \mu_p \mathbf{E} - e D_p \nabla p_p,$
$\frac{\partial(p_n)}{\partial t} + \frac{1}{e}\nabla \cdot \mathbf{J}_p = -\frac{\Delta p_n}{\tau_p} + g_{ext}$ $\frac{\partial(n_n)}{\partial t} - \frac{1}{e}\nabla \cdot \mathbf{J}_n = -\frac{\Delta p_n}{\tau_p} + g_{ext}$	$\frac{\partial(p_p)}{\partial t} + \frac{1}{e}\nabla \cdot \mathbf{J}_p = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n} + g_{ext}$ $\frac{\partial(n_p)}{\partial t} - \frac{1}{e}\nabla \cdot \mathbf{J}_n = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n} + g_{ext}$

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} = -\frac{e}{\varepsilon}(p + n_D^+ - n - n_A^-)$$

Institute of Photonics and Quantum Electronics
IPQ

Quasi-Fermi-Niveaus

Energieaustausch innerhalb eines Bandes (Intraband-Energierelaxationszeit, typischerweise im fs-Bereich) erfolgt sehr viel schneller als zwischen den Bändern (Minoritätsträgerlebensdauer, ps bis ms)

$\Rightarrow$ Bei einer Störung stellt sich sehr schnell wieder ein Gleichgewicht innerhalb der beiden Bänder ein, das durch individuelle Fermi-Verteilungen mit sog. Quasi-Fermi-Niveaus W_{Fn} und W_{Fp} beschrieben werden kann:

$$f_n(W) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{W - W_{Fn}}{kT}\right)} \qquad f_p(W) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{W - W_{Fp}}{kT}\right)}$$

Ladungsträgerdichten bei Nichtentartung:

$$n(x) = N_L e^{-\frac{W_L - W_{Fn}}{kT}} \qquad p(x) = N_V e^{-\frac{W_{Fp} - W_V}{kT}}$$

Bei ortsabhängigem Potenzial $\Phi(x)$:

$$n(x) = N_L e^{-\frac{W_L - e\varphi(x) - W_{Fn}}{kT}} \qquad p(x) = N_V e^{-\frac{W_{Fp} - (W_V - e\varphi(x))}{kT}}$$

Vorteil des Konzepts der Quasi-Fermi-Niveaus: Ladungsträgerdichten n und p schwanken abhängig von Dotierung und Trägerinjektion um Dekaden. Die Quasi-Fermi-Niveaus ändern sich dagegen nur um wenige meV!

$\Rightarrow$ Einfachere numerische Behandlung!

Stromfluss, Ladungsträgerkonzentrationen und äquivalente Spannungen

Elektronen und Löcherströme sind proportional zu den Gradienten der Quasi-Fermi-Niveaus; dabei wird nicht zwischen Diffusions- und Driftstrom unterschieden:

$$\mathbf{J}_n = -en\mu_n \nabla \Phi + eD_n \nabla n = n\mu_n \nabla W_{F_n}$$

$$\mathbf{J}_p = -ep\mu_p \nabla \Phi - eD_p \nabla p = p\mu_p \nabla W_{F_p}$$

Der Abstand zwischen den Quasi-Fermi-Niveaus ist ein Maß für die Überschussdichten für Elektronen und Löcher; er kann durch eine äquivalente Spannung *U* beschrieben werden:

$$np = n_i^2 e^{\frac{W_{Fn}-W_{Fp}}{kT}} = n_i^2 e^{\frac{U}{U_T}} \qquad U = \frac{W_{Fn} - W_{Fp}}{e}$$

Je nach Injektionsdichte hängen die Überschussträgerdichten unterschiedlich von der äquivalenten Spannung *U* ab:

- Schwache Injektion (hier in einen n-HL bei Störstellenerschöpfung)

$$p' = \frac{n_i^2}{n_D} e^{\frac{U}{U_T}}$$

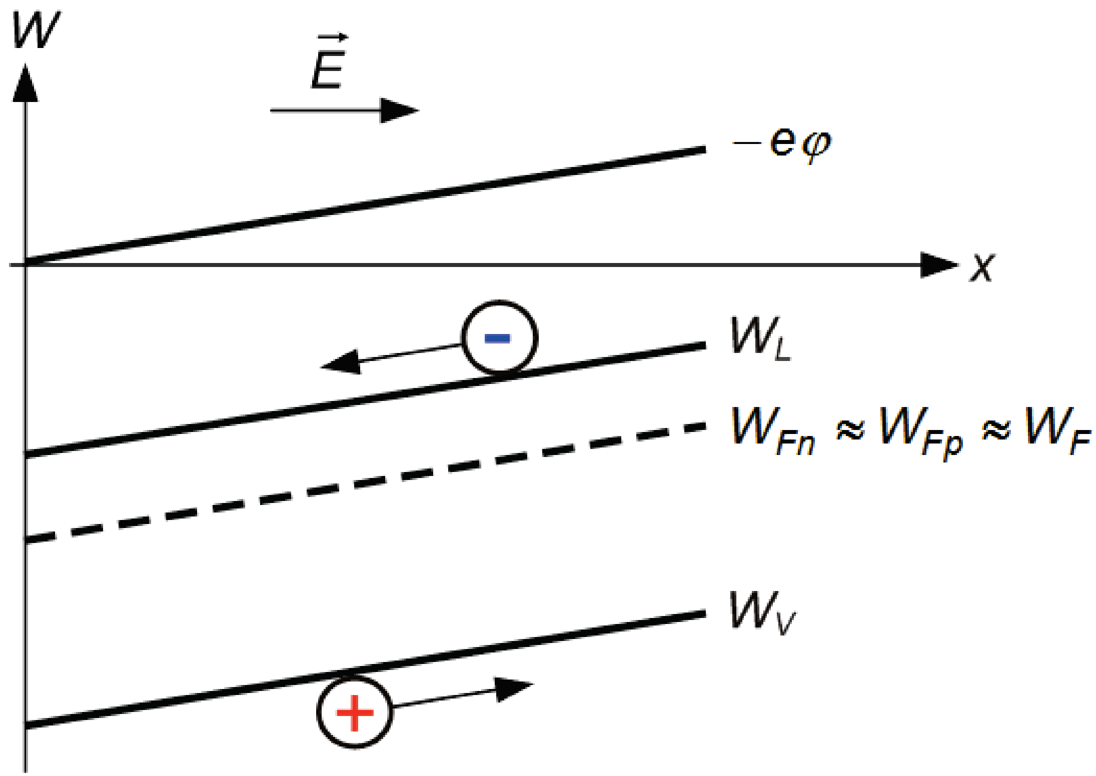
- Gleiches gilt auch bei starker Injektion von lediglich einer einzigen Trägersorte
- Bei sehr hoher Injektion (n,p $\gg$ |nD-n_A|) von beiden Ladungsträgersorten gilt unabhängig vom Halbleitertyp:

$$p' \approx n' \approx n_i e^{\frac{U}{2U_T}}$$

Bahngebiete

Annahme: n-dotierter Halbleiter, in dem der Stromfluss vom Feldstrom der Elektronen getragen wird.

$$\Rightarrow \quad \nabla W_{F_n} = \nabla W_{F_p} = -e\nabla\Phi$$



Terminänderung Tutorium

Neuer Ort: **kleiner ETI Hörsaal, Geb. 11.10**
Neue Zeit: **Dienstags, 15:45 Uhr**

Gültig ab sofort.

Ort und Termin für **Übung und Vorlesung unverändert**.

Korrektur Klausurtermin

Neuer Klausurtermin

Klausur Halbleiterbauelemente

Montag, 24.03.2013, 11:00 – 13:00 Uhr

Rekombination über Störzentren / Shockley-Read-Hall-Rekombination

Betrachte stationären Zustand unter externer Trägergeneration g_{ext} ($\neq$ thermisches Gleichgewicht!):

$$\frac{dn}{dt} = g_n - r_n = g_{\text{ext}} + g_{\text{nt}} - r_{\text{nt}} = 0$$

$$\frac{dp}{dt} = g_p - r_p = g_{\text{ext}} + g_{\text{pt}} - r_{\text{pt}} = 0$$

Netto-Generationsrate über Störstellen:

$$g_t - r_t = g_{\text{pt}} - r_{\text{pt}} = g_{\text{nt}} - r_{\text{nt}} = \frac{n_i^2 - np}{(n + n'_{th})\tau_p + (p + p'_{th})\tau_n}$$

wobei $\quad n'_{th} = n_{th} \exp\left(\frac{W_T - W_F}{kT}\right), \qquad p'_{th} = p_{th} \exp\left(\frac{W_F - W_T}{kT}\right)$

Beispiel: Dotierter Halbleiter mit tiefen Störstellen (W_T in Bandmitte) unter schwacher Injektion

$$n'_{th} \ll n_{th}, \quad p_{th} \ll p'_{th} \ll n_{th}$$

$\Rightarrow$ Beschreibung mit Hilfe einer Minoritätsträgerlebensdauer τ_{min}, die für den n-HL (p-HL) mit der Zeitkonstante τ_p (τ_n) übereinstimmt

$$g_t - r_t = \begin{cases} \frac{p'}{\tau_{\text{min}}}, & \tau_{\text{min}} = \tau_p \quad \text{für n-Typ} \\ \frac{n'}{\tau_{\text{min}}}, & \tau_{\text{min}} = \tau_n \quad \text{für p-Typ} \end{cases}$$

Die Grund-Gleichungen der Halbleiterbauelemente

Kontinuitätsgleichungen:

$$\frac{\partial(ep)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_p = e(g_p - r_p)$$

$$\frac{\partial(-en)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_n = -e(g_n - r_n)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \mathbf{J} = e\left(g_n - r_n\right) - e\left(g_p - r_p\right)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\, \vec{J} = 0$$

im Gleichgewicht ($g_n = r_n$, $g_p = r_p$) oder bei paarweiser Erzeugung / Vernichtung von Elektronen und Löchern ($g_n - r_n = g_p - r_p$)

Ladungsträgertransport durch Drift und Diffusion:

$$\mathbf{J}_n = \mathbf{J}_{nF} + \mathbf{J}_{nD}, \quad \mathbf{J}_n = en\mu_n\mathbf{E} + eD_n\nabla n,$$

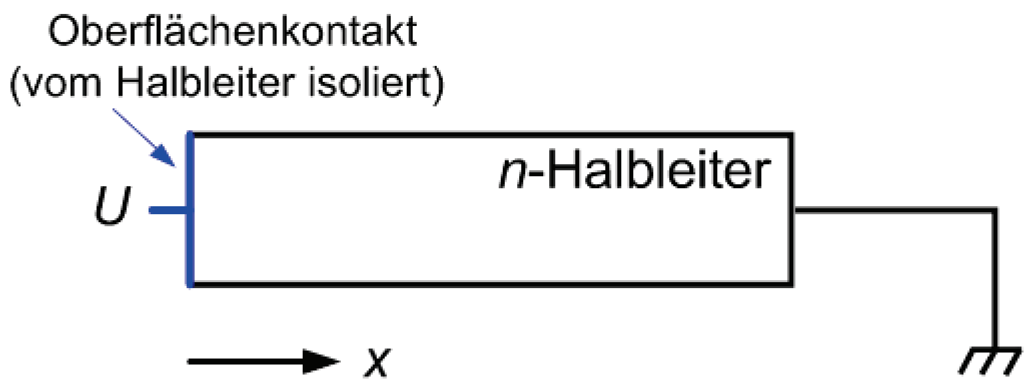
$$\mathbf{J}_p = \mathbf{J}_{pF} + \mathbf{J}_{pD}, \quad \mathbf{J}_p = ep\mu_p\mathbf{E} - eD_p\nabla p,$$

Poisson-Gleichung (in Abwesenheit von Magnetfeldern):

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} = -\frac{e}{\varepsilon}(p + n_D^+ - n - n_A^-)$$

Räumliche Abschirmung von Potentialstörungen: Debye-Länge

Gedankenexperiment: n-Halbleiter, bei dem das Oberflächenpotential auf einem bestimmten Wert festgehalten wird.
$\Rightarrow$ Potentialverlauf im Halbleiter ?



Abschirmung des Oberflächen-potenzials durch Rearrangieren der Majoritätsträger:

$$\Phi(x) = \Phi(0)\, e^{-\frac{x}{L_D}}$$

wobei $L_{Dn} = \sqrt{\dfrac{\varepsilon U_T}{e n_D}}$ Debye-Länge im *n*-Halbleiter (bei Störstellenerschöpfung!)

$L_{Di} = \sqrt{\dfrac{\varepsilon U_T}{2 e n_i}}$ Debye-Länge im intrinsischen Halbleiter

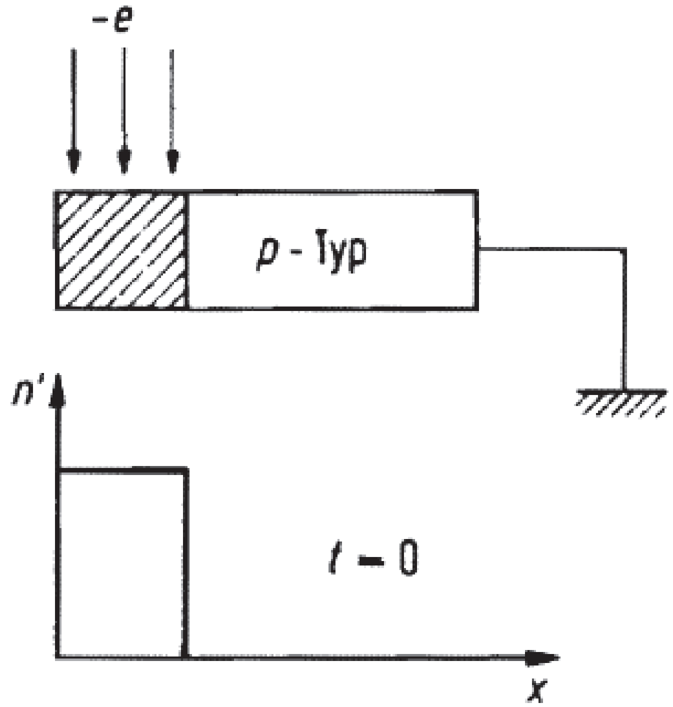
Beispiele für Debye-Längen:

Silizium:
- Intrinsisch ($n = 10^{10}$ cm-3): L_D = 40 µm
- Schwach dotiert ($n = 10^{16}$ cm−3): L_D = 40 nm
- Hoch dotiert (entartetet, $n = 10^{19}$ cm−3): L_D = 1 nm (zwei Gitterkonstanten!)

Metalle: Potentialstörungen werden praktisch innerhalb einer Gitterkonstante abgeschirmt

Zeitliche Dynamik der Abschirmung von Potentialstörungen, Dielektrische Relaxationszeit

Gedankenexperiment: Injektion von Elektronen bei t = 0 in einen Teilbereich eines *p*-Halbleiters
⇒ Zeitliche Entwicklung der Raumladungsverteilung im Halbleiter ?



Exponentielles Abklingen der Raumladungsdichte durch Rearrangieren der Majoritätsträger:

$$\rho(x,t) = \rho(x,0)e^{-\frac{t}{\tau_R}}$$

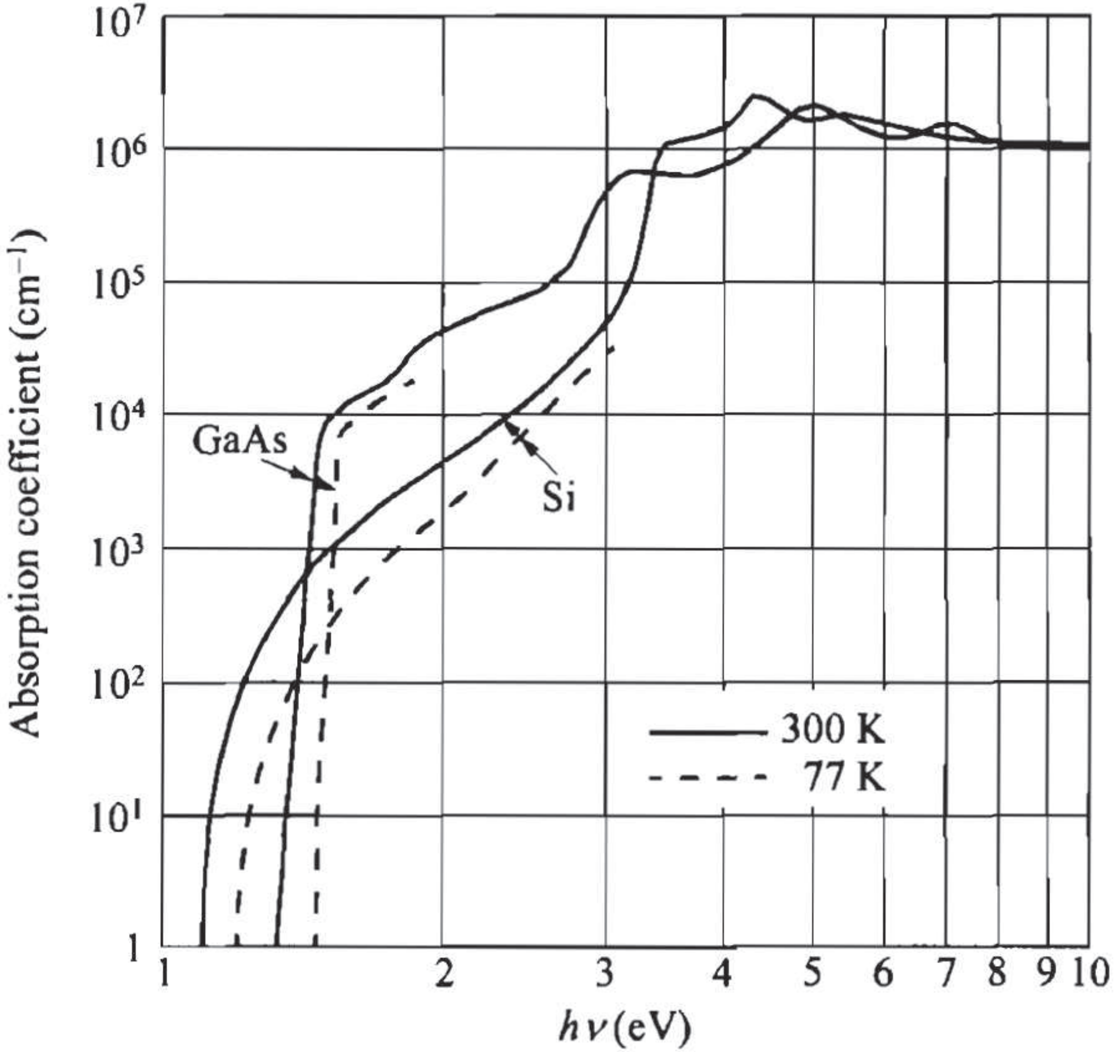
wobei $\tau_R = \frac{\varepsilon}{\sigma_p}$ Dielektrische Relaxationszeit im *p*-Halbleiter (1 fs … 100 ps)

- Raumladungsdichtestörungen werden innerhalb der dielektrischen Relaxationszeit durch Umlagern der Majoritätsträgerdichte kompensiert.
- Die resultierende neutrale Überschussladungsträgerdichte verschwindet dann auf einer Zeitskala der Minoritätsträgerlebensdauer.

Bild: Müller, Grundlagen der Halbleiter-Elektronik

Erzeugung von freien Ladungsträgern durch Licht

Gemessene Absorptionskoeffizienten von Si und GaAs:



Quelle: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Generationsrate bei Bestrahlung entlang x:

$$g(x,t) = \frac{1}{A}\frac{\alpha}{hf}P_0 e^{-\alpha x}$$

Schwache Absorption:
Generationsrate annähernd konstant über den Halbleiter

$$\alpha L \ll 1$$

Starke Absorption:
Absorption nur an der Oberfläche

$$\alpha L \gg 1$$

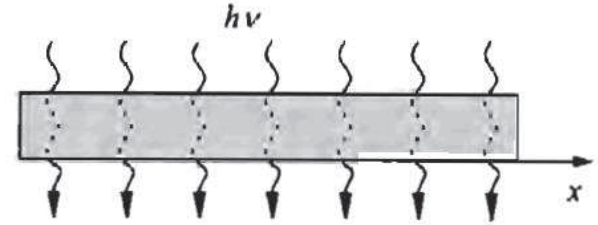
Zeitliches Abklingen von Trägerdichtestörungen

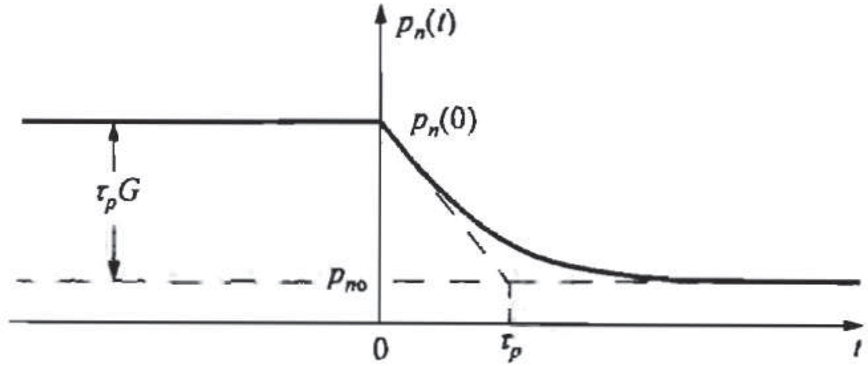
- Konstante Bestrahlung eines schwach absorbierenden n-Halbleiters für t < 0 führt zu Generation von Elektron-Loch-Paaren mit Rate g_{ext}
- Keine Bestrahlung für t > 0: Führt zu Rekombination der Ladungsträger (Minoritätsträgerlebensdauer τ_p)

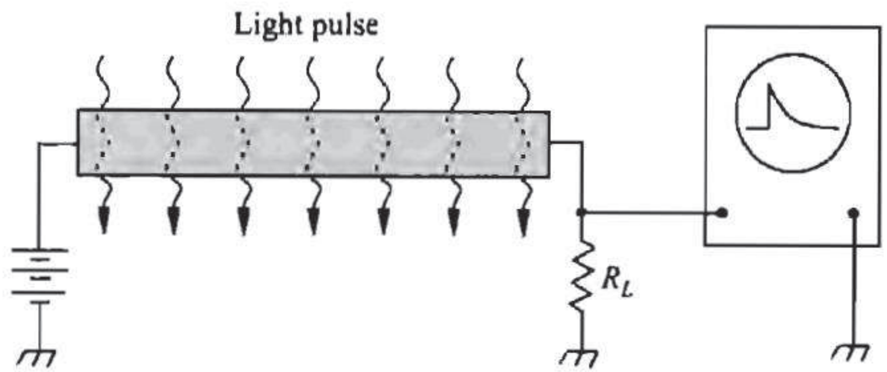
$\Rightarrow$ Verlauf der Überschussträgerdichte

$$p_n'(t) = \begin{cases} \tau_p g_{\mathrm{ext}} & \text{für } t < 0 \\ \tau_p g_{\mathrm{ext}} e^{-\frac{t}{\tau_p}} & \text{für } t \geq 0 \end{cases}$$

- Ermittlung der Trägerlebensdauer durch zeitaufgelöste Leitfähigkeitsmessung

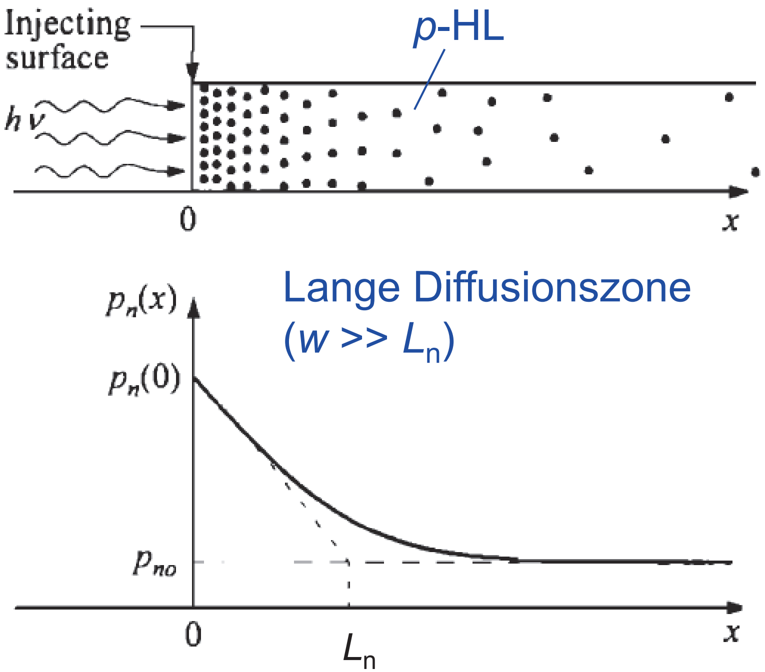


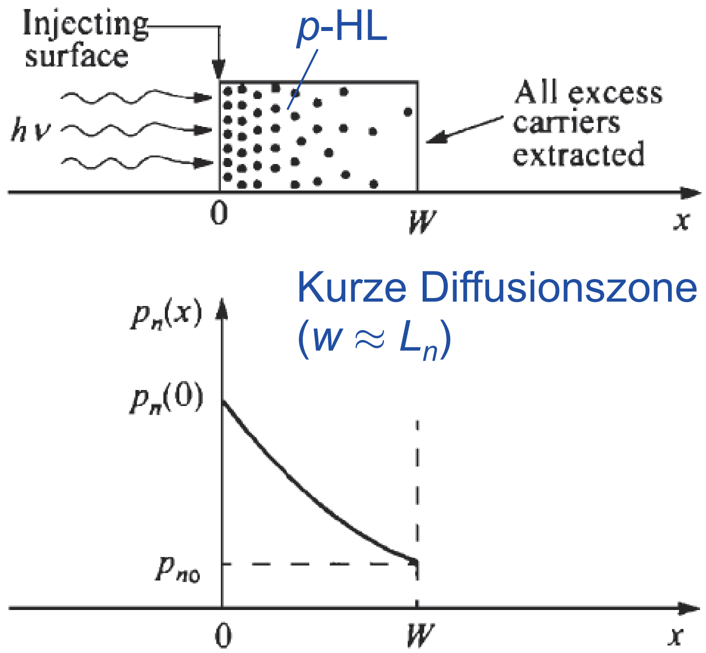




Quelle: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Räumliches Abklingen von Trägerdichtestörungen





Bilder: Sze, Physics of Semiconductor Devices

- Starke Absorption führt zu räumlich lokalisierter Generation von Elektron-Loch-Paaren und damit zu Diffusionsströmen.
- Diffusionsströme hängen vom Gradienten der Trägerdichte und damit von der Länge der Diffusionszone ab.

$\Rightarrow$ Verlauf der Überschuss-Minoritätsträgerdichte:

$$n_p'(x) = n_p'(0) e^{-\frac{x}{L_n}}$$

$$n_p'(x) = n_p'(0) \frac{\sinh\left(\frac{w-x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{w}{L_n}\right)}$$

wobei $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ Diffusionslänge der Minoritätsträger im *p*-HL

Abklingen von Trägerdichtestörungen mit Raum und Zeit (Haynes-Shockley-Experiment)

Impulsförmige Bestrahlung bei t = 0 und x = 0
⇒ DGL für t > 0 ohne externes Feld:

$$\frac{\partial p_n'}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p_n'}{\partial x^2} - \frac{p_n'}{\tau_p}$$

Lösung:

$$p_n'(x,t) \propto \frac{1}{\sqrt{4\pi D_p t}} e^{-\left(\frac{x^2}{4D_p t} - \frac{t}{\tau_p}\right)}$$

- Mit externem Feld: Drift der gesamten Ladungsträgerverteilung
- Abtasten der Löcherverteilung erlaubt Messung der Beweglichkeit (Haynes-Shockley-Experiment)

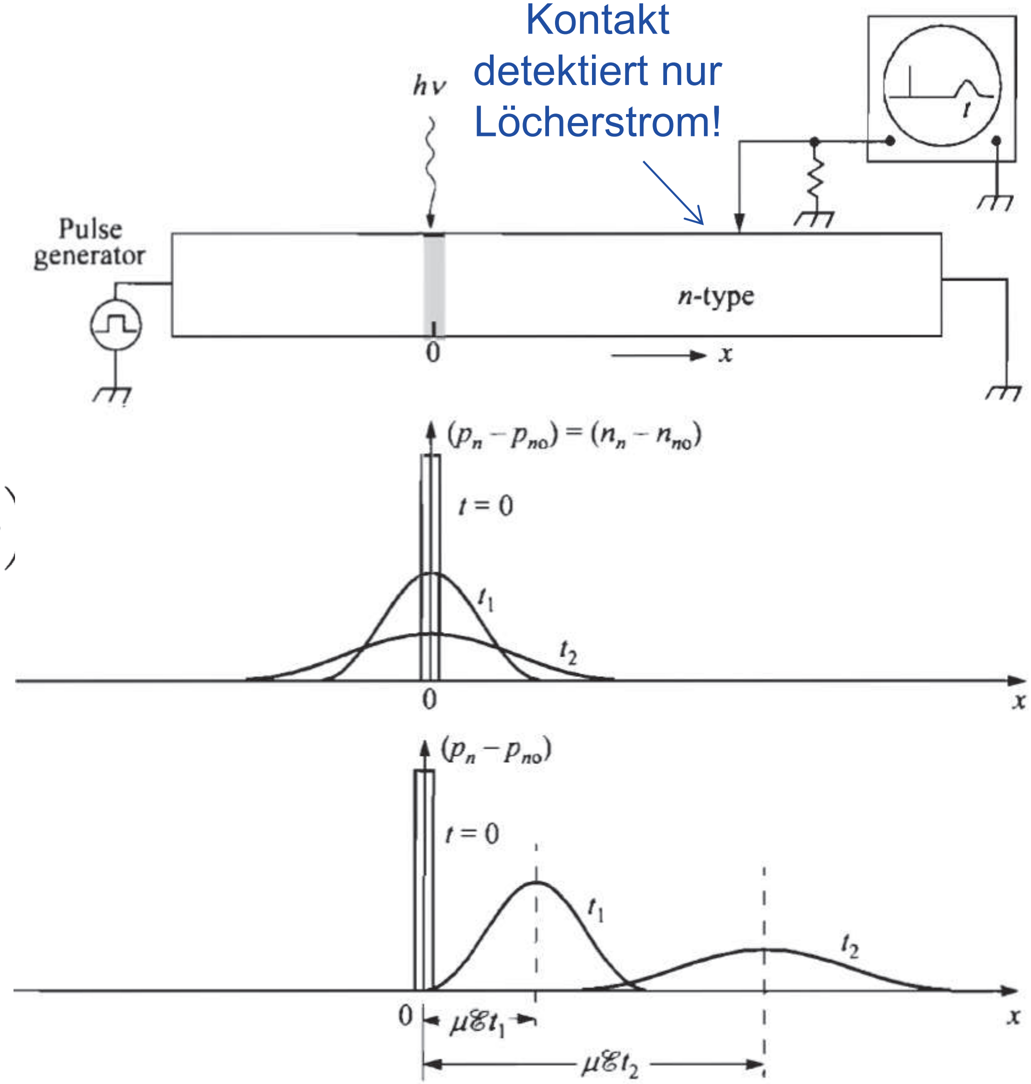
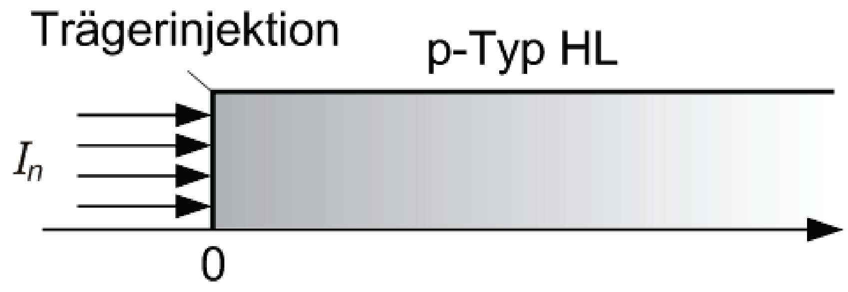


Bild: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Injektion von Minoritätsträgern und Diffusionszone

Injektion von Minoritätsträgern in einen p-HL:
Raumladungsdichtestörung wird innerhalb der dielektrischen Relaxationszeit durch Rearrangieren der Majoritätsträger kompensiert

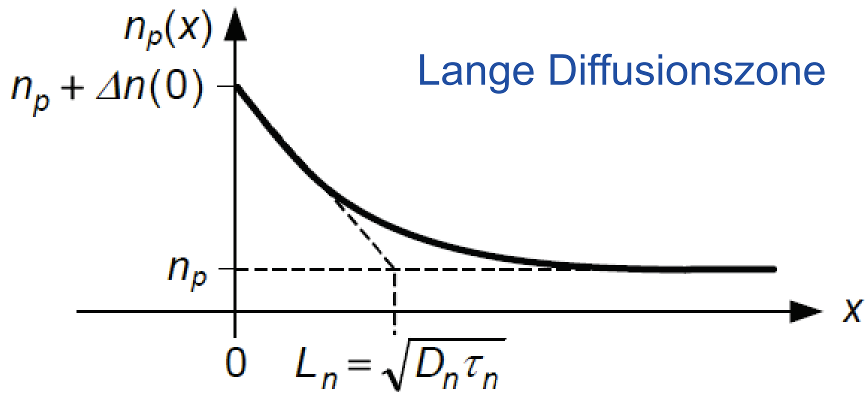


$\Rightarrow$ Ausbildung einer Diffusionszone:

$$n_p'(x) = n_p'(0)e^{-\frac{x}{L_n}}$$ Lange Diffusionszone

$$n_p'(x) = n_p'(0)\frac{\sinh\left(\frac{w-x}{L_n}\right)}{\sinh\left(\frac{w}{L_n}\right)}$$ Kurze Diffusionszone

wobei $L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$ Diffusionslänge



Diffusionsstrom der Minoritätsträger bei x = 0:

$$\mathbf{J}_{D,n}(0) = -\frac{eD_n n_p'(0)}{L_n}$$ Lange Diffusionszone

$$\mathbf{J}_{D,n}(0) = -\frac{eD_n n_p'(0)}{L_n}\coth\left(\frac{w}{L_n}\right)$$ Kurze Diffusionszone

Quelle: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Bandverlauf in der Diffusionszone im statischen Fall

- Das Quasi-Ferminiveau der Majoritätsträger verläuft parallel zu den Bandkanten

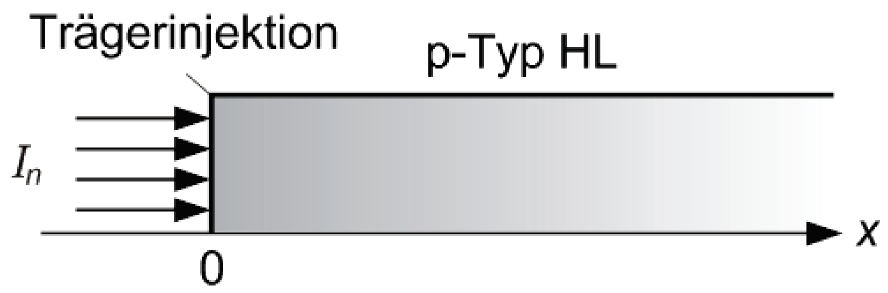
$$\begin{aligned}\operatorname{grad} W_{Fp} &\approx \operatorname{grad}(-e\varphi)\\ &= \operatorname{grad} W_V\\ &= \operatorname{grad} W_L\end{aligned}$$

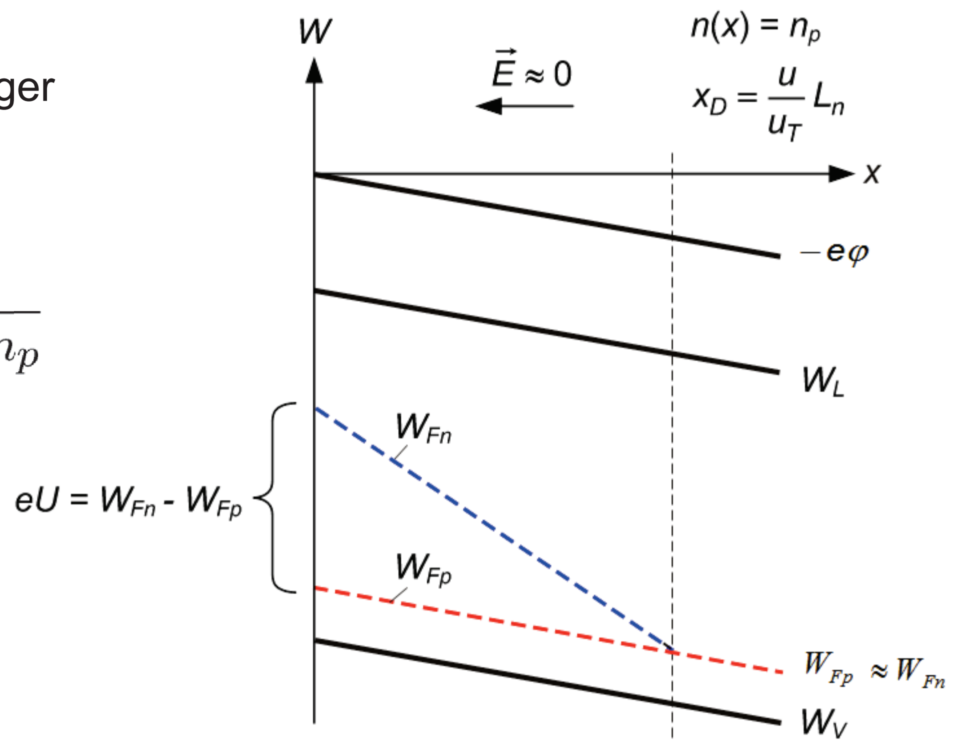
- Das Quasi-Ferminiveau der Minoritätsträger weist einen näherungsweise linearen Verlauf auf

$$\operatorname{grad} W_{Fn} \approx -\frac{eU_T}{L_n}\frac{\Delta n_0(x)}{\Delta n_0(x)+n_p}$$

- Die Minoritätsträgerdichte bei x = 0 ist verknüpft mit der Separation der Quasi-Ferminiveaus; diese kann durch eine äquivalente Spannung U ausgedrückt werden:

$$n = n_{p,th} e^{U/U_T}.$$





Quelle: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Dynamisches Verhalten der Diffusionszone und Diffusionskapazität

Modulation der bei x = 0 injizierten Ladungsträger führt zu einem zeitabhängigen Ladungsträgerprofil:

$$n_p'(0,t) = \mathrm{Re}\left\{n_0'(0) + n_1(0)\,e^{\mathrm{j}\omega t}\right\}$$

$$\Rightarrow\quad n_p'(x,t) = \mathrm{Re}\left\{n_0'(x) + n_1(x)\,e^{\mathrm{j}\omega t}\right\}$$

wobei $n_0'(x) = n_0'(0)\,e^{-\frac{x}{L_n}}$

$$n_1(x) = n_1(0)\,e^{-\frac{\sqrt{1+\mathrm{j}\omega\tau_n}\,x}{L_n}}$$

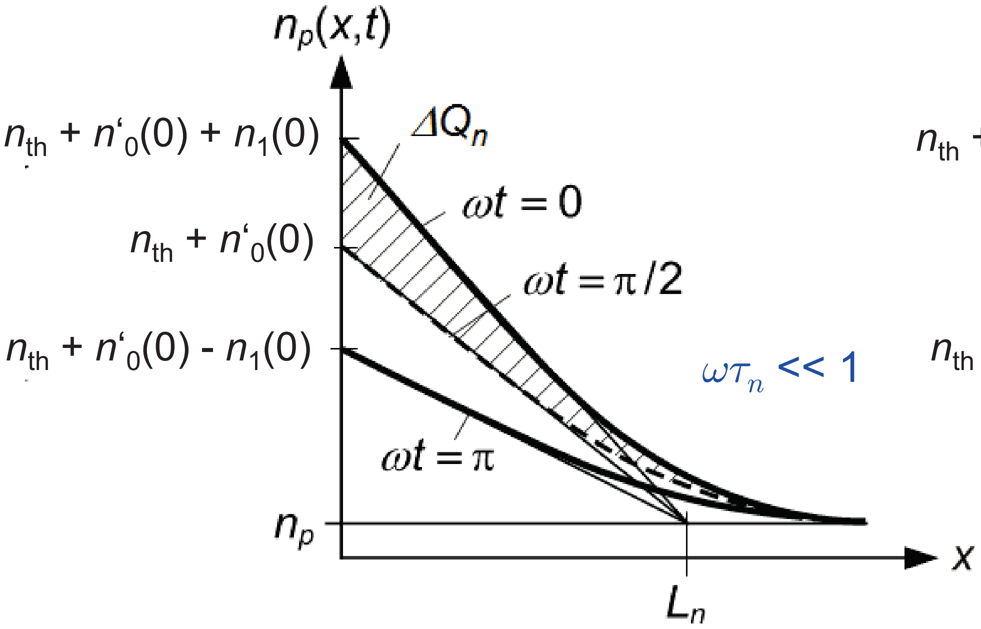
Zugehöriger Diffusionsstrom der Minoritätsträger bei x = 0:

$$J_n(0,t) = \mathrm{Re}\left\{J_{n0}(0) + J_{n1}(0)\,e^{\mathrm{j}\omega t}\right\}$$

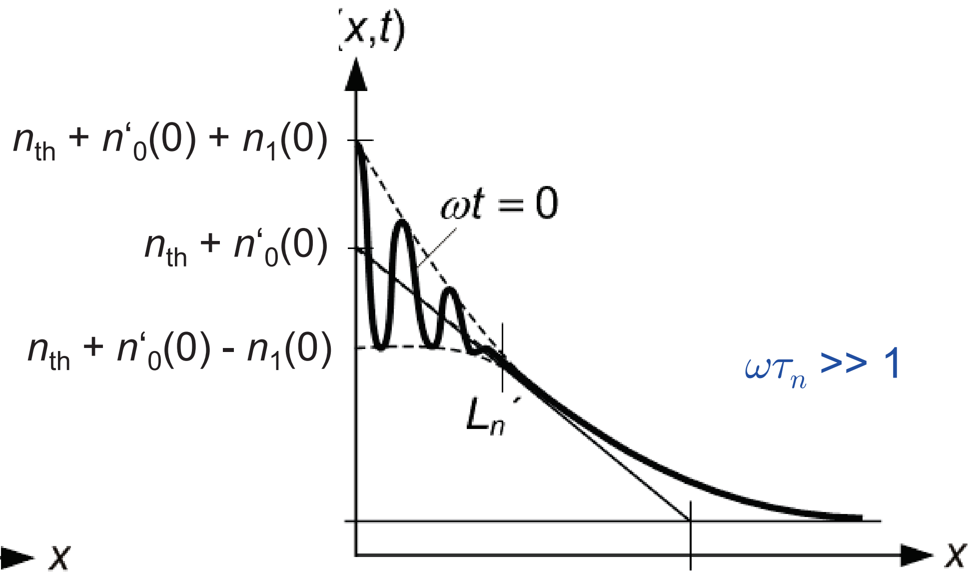
wobei $J_{n0}(0) = -\dfrac{eD_n}{L_n}n_0'(0)$

$$J_{n1}(0) = -\frac{eD_n}{L_n}\sqrt{1+\mathrm{j}\omega\tau_n}\,n_1(0)$$

Dynamisches Verhalten der Diffusionszone



Langsame Modulation
($\omega\ \tau_n$ << 1)



Schnelle Modulation
($\omega\ \tau_n$ >1)

Diffusionskapazität

- Äquivalente Spannung und Zusammenhang mit der Minoritätsträgerdichte bei x = 0:

$$U(t) = \mathrm{Re}\left\{U_0 + \underline{U}_1 e^{\mathrm{j}\omega t}\right\} \quad \Rightarrow \quad n_0'(0) = n_{th} e^{\frac{U_0}{U_T}}$$

$$n_1(0) = n_{th} \frac{U_1}{U_T} e^{\frac{U_0}{U_T}}$$

- Betrachte Zusammenhang zwischen den Wechselanteilen der äquivalenten Spannung und des Diffusionsstroms $I_n = -A\, J_n(0)$ der Minoritätsträger bei x = 0:

$$J_n(0,t) = \mathrm{Re}\left\{J_{n0}(0) + J_{n1}(0)\, e^{\mathrm{j}\omega t}\right\} \quad \text{wobei} \quad J_{n0}(0) = -\frac{eD_n}{L_n} n_0'(0)$$

$$J_{n1}(0) = -\frac{eD_n}{L_n}\sqrt{1+\mathrm{j}\omega\tau_n}\, n_1(0)$$

$\Rightarrow$ Repräsentation der Admittanz U_1 / (-A $J_{n1}(0)$) als Parallelschaltung des Kleinsignalleitwertes G_0 und der Diffusionskapazität C_D:

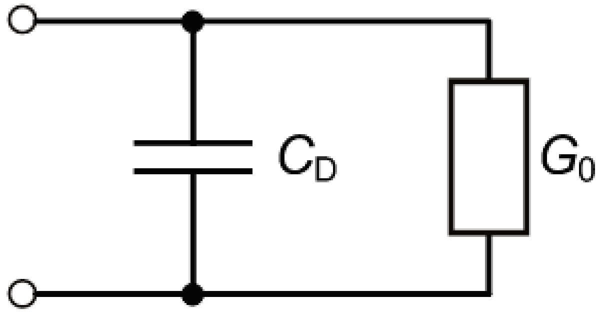
$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}_{n1}}{\underline{U}_1} = G_0 + \mathrm{j}\omega C_D$$

wobei

$$G_0 = \frac{I_{Sn}}{U_T} e^{\frac{U_0}{U_T}}$$

$$C_D = \frac{1}{2} G_0 \tau_n$$

$$I_{Sn} = \frac{AeD_n n_{\mathrm{th}}}{L_n} \quad \text{Sättigungsstrom}$$



pn-Übergänge und Dioden

Karlsruhe Institute of Technology

Wikipedia-Erklärung:

Wirklich?

Eine Diode (griech.: *di* zwei, doppelt; *hodos* Weg) ist ein elektrisches Bauelement, das Strom „nur in einer Richtung passieren“ lässt und in der anderen Richtung „wie ein Isolator“ wirkt.

- Dioden bewirken eine Gleichrichtung.
- Sie besitzen eine nichtlineare Kennlinie im Strom-Spannungs-Diagramm

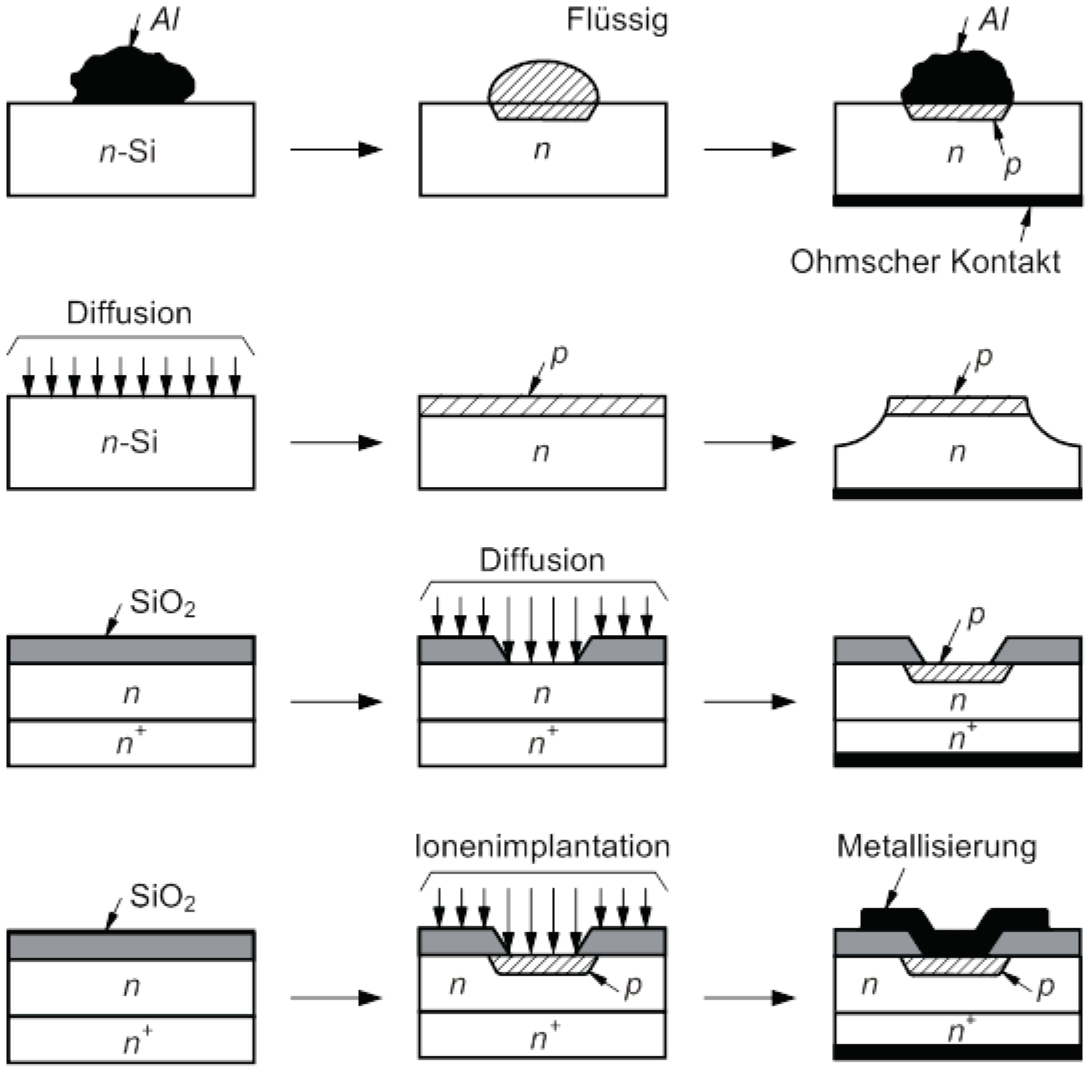
Vielfältige Anwendungen für Dioden:

- Gleichrichtung
- Mischung zur Aufwärts- und Abwärtskonversion von Signalen
- Steuerbare Widerstände/Dämpfungsglieder in der HF-Technik
- Spannungsstabilisierung und Überspannungsbegrenzung: Z-Dioden (Zener-Dioden)
- Detektion von Licht: Photodiode (PD), Lawinenphotodiode (APD) und Solarzelle
- Erzeugung von Licht: Leuchtdioden (LED), Laserdioden (LD) und Superlumineszenzdioden (SLED)
- usw.

Vorgehen:

- Betrachtung des pn-Überganges im thermischen Gleichgewicht
- Stationärer Betrieb unter konstanter äußerer Spannung
- Kleinsignal-Betrieb
- Ein- und Ausschaltverhalten im Großsignalbetrieb

Herstellungsverfahren für pn-Übergänge



Legierungsübergang

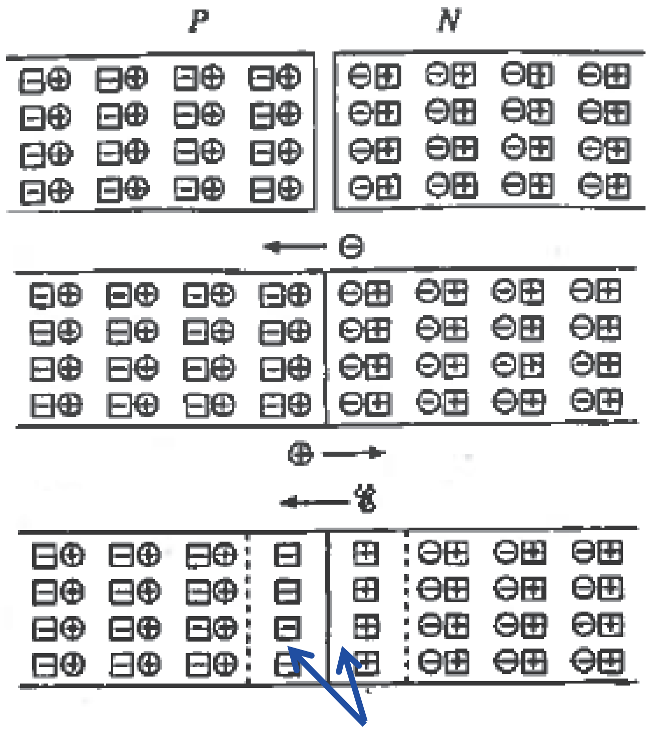
Eindiffusion & Wegätzen

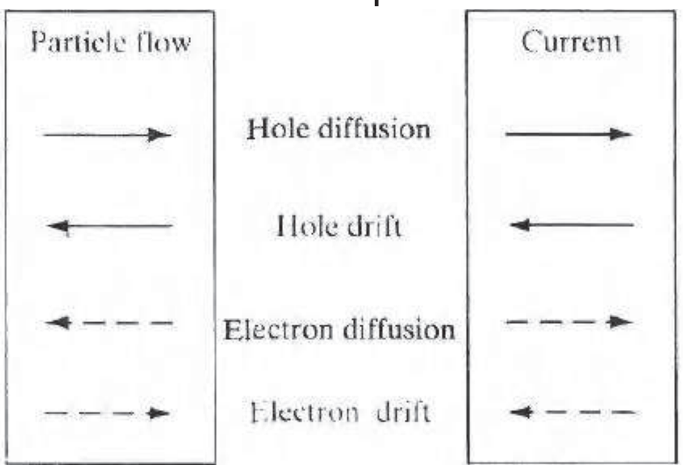
Diffusion & Maske

Ionenimplantation & Maske

Der pn-Übergang im thermischen Gleichgewicht: Qualitative Betrachtung

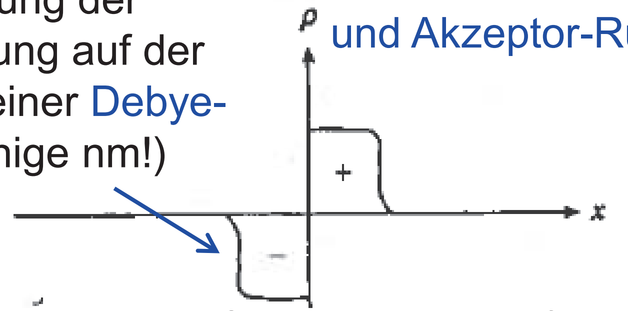
- Isolierte p- und n-Halbleiter vor der Kontaktierung
- Elektronen und Löcher diffundieren über die Grenzfläche und rekombinieren
- Neuer Gleichgewichtszustand: Ausbildung einer Raumladungszone; dadurch entsteht ein Potentialgradient, dessen Feldströme gerade die Diffusionsströme kompensieren





Geladene Donator- und Akzeptor-Rümpfe

Abschirmung der Potentialstörung auf der Längenskala einer Debye-Länge (wenige nm!)



Bilder: Pierret, Semiconductor device fundamentals; Streetman, Solid-state electronic devices

Der pn-Übergang im thermischen Gleichgewicht: Quantitative Analyse

- Isolierte p- und n-Halbleiter vor der Kontaktierung

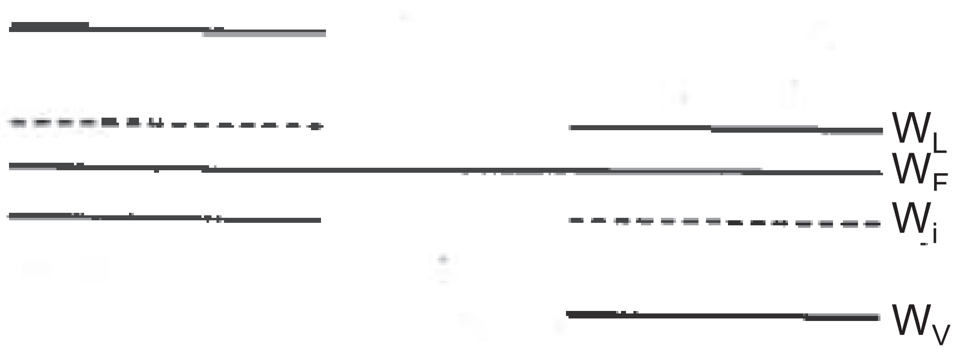
- Diffusion von Elektronen und Löchern führt zu einem Angleichen der Ferminiveaus im therm. Gleichgewicht:

$$\mathbf{J}_n = n\mu_n \nabla W_{F_n} = 0$$

$$\mathbf{J}_p = p\mu_p \nabla W_{F_p} = 0$$

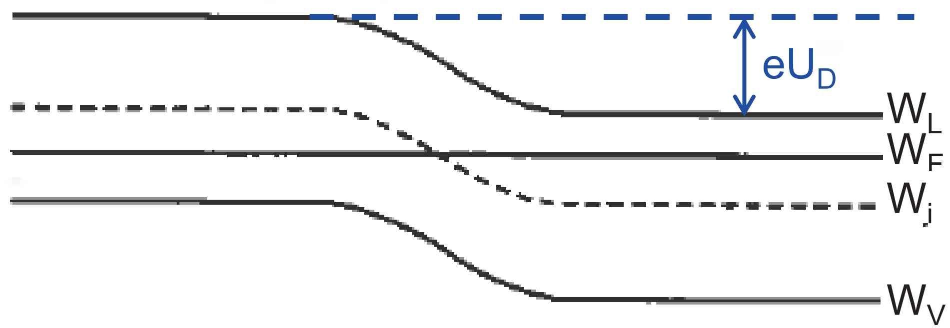
$$\Rightarrow W_{F_n}(x) = W_{F_n}(x) = W_F(x)$$

$$= const_x$$



- Die Potentialdifferenz zwischen den beiden ungestörten n- und p-Gebieten entspricht einer Diffusionsspannung („Built-in potential") U_D:

$$U_D = U_T \ln\left(\frac{n_A n_D}{n_i^2}\right)$$



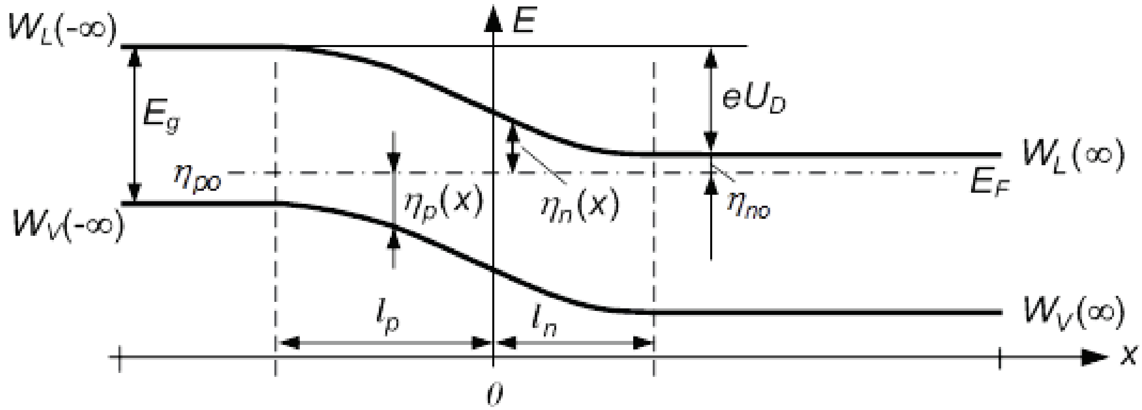
Bilder: Pierret, Semiconductor device fundamentals

Bemerkungen zur Diffusionsspannung

- Die Diffusionsspannung hängt über U_T = kT/e und n_i^2 von der Temperatur ab

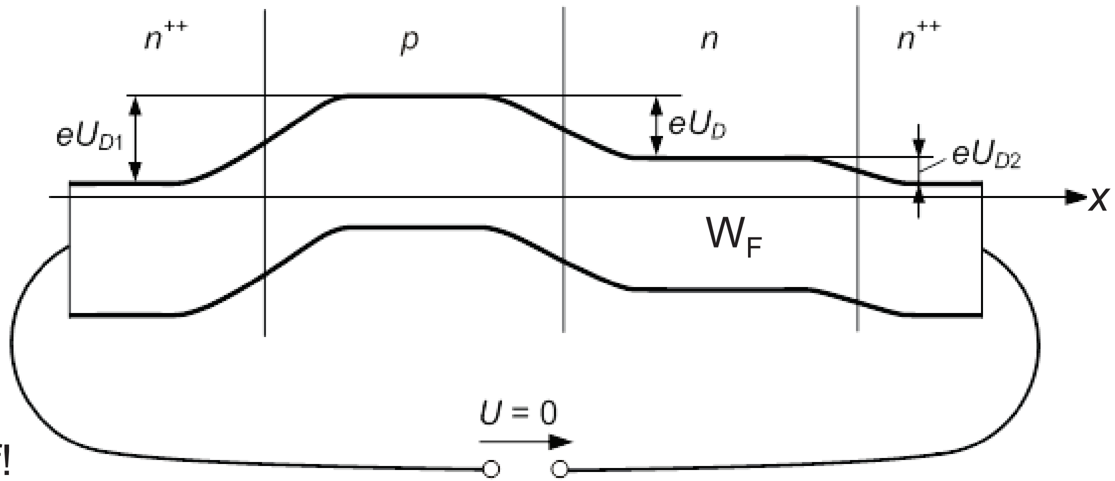
$$U_D = U_T \ln\left(\frac{n_A n_D}{n_i^2}\right)$$

- Mit wachsender Dotierstoffkonzentration nähert sich eU_D der Bandlücke W_g an



- Die Diffusionsspannung kann nicht einfach durch Messung an den Klemmen bestimmt werden, und sie kann auch nicht zum Treiben eines Stromes in einem äußeren Stromkreis verwendet werden.

Grund: In einem geschlossenen Stromkreis heben sich die Diffusionsspannungen gegenseitig auf!



Bemerkungen zur Diffusionsspannung

- Diffusionsspannungen in den Halbleitern Ge, Si, und GaAs für verschiedene Dotierungskonzentrationen

Stark vereinfachtes Bild einer Si-Diode: Leitfähig ab einer Vorwärtsspannung von 0.7 V

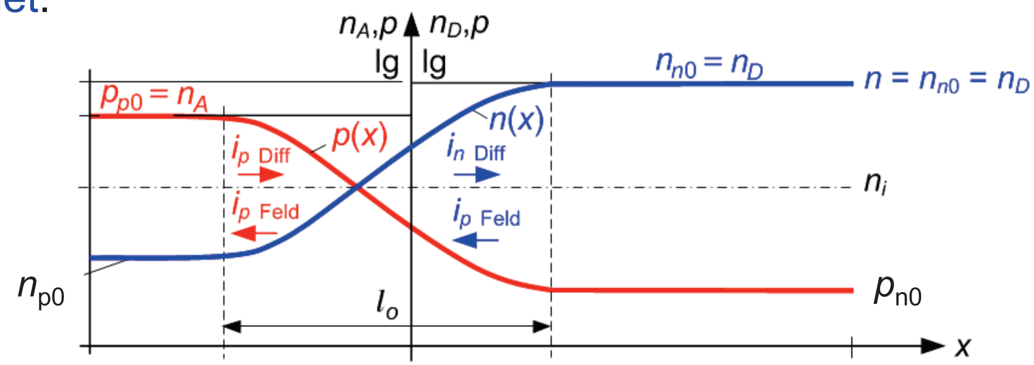
T = 300 K	Ge	Si	GaAs
n_i^2/cm^{-6}	$5,8 \cdot 10^{26}$	$2,1 \cdot 10^{20}$	$3,2 \cdot 10^{12}$
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
U_D/V	**0,18**	**0,56**	**1,0**
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	**0,36**	**0,73**	**1,18**
n_A/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	**0,53**	**0,90**	**1,35**

- Aus der Diffusionsspannung folgt unmittelbar der folgende Zusammenhang zwischen der Majoritätsträgerkonzentration im p- oder n-Gebiet und der Minoritätsträgerkonzentration im gegenüberliegenden n - oder p –Gebiet.

$$n_{p0} = n_{n0} e^{-\frac{U_D}{U_T}} = n_D e^{-\frac{U_D}{U_T}}$$

$$p_{n0} = p_{p0} e^{-\frac{U_D}{U_T}} = n_A e^{-\frac{U_D}{U_T}}$$

(bei Störstellenerschöpfung)



Ladungsträgerverteilung und Bandverlauf im pn-Übergang

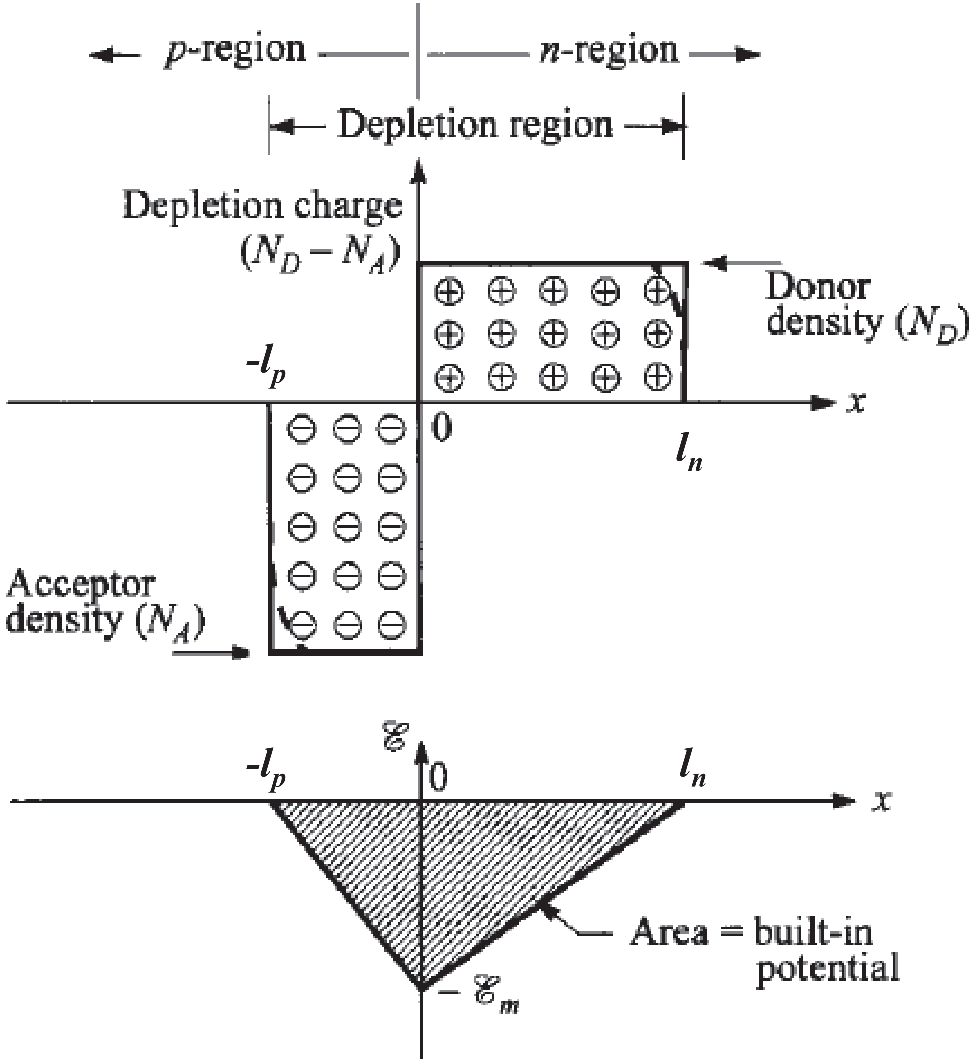
Vereinfachende Annahmen:

- Störstellenerschöpfung weit entfernt vom Übergang
- Schottky-Näherung: Keine beweglichen Ladungsträger in den Raumladungszonen (RLZ) („Verarmung"), d.h.,

$$n(x) = p(x) = 0 \quad \text{für} \quad -l_p < x < l_n$$

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -l_p \vee x > l_n \\ -en_A & \text{für } -l_p < x < 0 \\ en_D & \text{für } 0 < x < l_n \end{cases}$$

Anmerkung: Die Länge der RLZ beträgt typischerweise mehrere Debye-Längen! Das lokale Potential ändert sich aber bereits über eine Debye-Länge um U_T, was zu einer sehr abrupten Änderung der Trägerverteilung auf einer linearen Skala führt. Die Schottky-Näherung sollte daher zu einem sehr zuverlässigen Ergebnis führen!



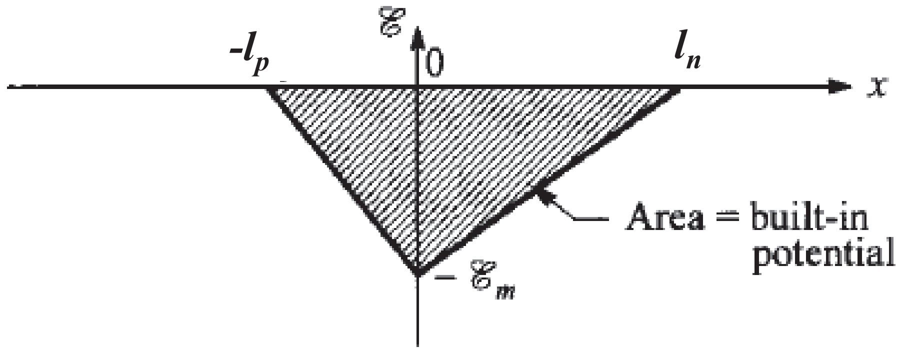
Bils: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Ladungsträgerverteilung und Bandverlauf im pn-Übergang

Berechnung des elektrischen Feldes in der RLZ aus Maxwell-Gleichung $\nabla \cdot (\epsilon_o \epsilon_r \mathbf{E}) = \rho$

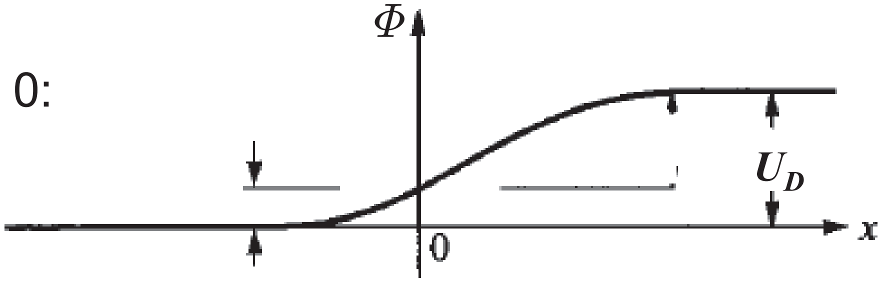
$$E_x(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -l_p \vee x > l_n \\ -\frac{e n_A}{\epsilon_o \epsilon_r}(x + l_p) & \text{für } -l_p < x < 0 \\ -\frac{e n_A}{\epsilon_o \epsilon_r} l_p + \frac{e n_D}{\epsilon_o \epsilon_r} x & \text{für } 0 < x < l_n \end{cases}$$

wobei $n_A l_p = n_D l_n$



Extremum der elektrischen Feldstärke bei $x = 0$:

$$E_m = -\frac{e n_A}{\epsilon_o \epsilon_r} l_p = -\frac{e n_D}{\epsilon_o \epsilon_r} l_n$$



Berechnung des Potentialverlaufs in der RLZ aus $\nabla \Phi = -\mathbf{E}$

$$\Phi(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -l_p \\ \frac{e n_A}{2\epsilon_o \epsilon_r}(x + l_p)^2 & \text{für } -l_p < x < 0 \\ U_D - \frac{e n_D}{2\epsilon_o \epsilon_r}(x - l_n)^2 & \text{für } 0 < x < l_n \\ U_D & \text{für } x > l_n \end{cases}$$

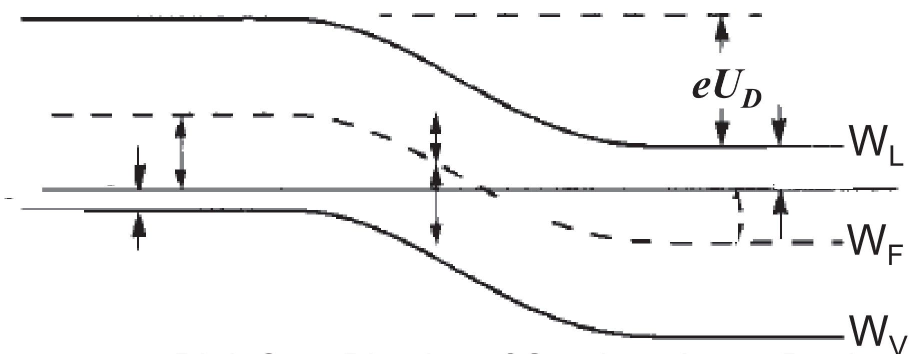


Bild: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Längen der RLZ im n- und p-Bereich

Die Längen der RLZ im p- und n-Gebiet ergeben sich aus der Stetigkeit des Potenzials bei $x = 0$:

$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0}{e} U_D \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D}\right)}$$

$$l_p = l\frac{n_D}{n_A + n_D}$$

$$l_n = l\frac{n_A}{n_A + n_D}$$

$$E_m = -\sqrt{\frac{2e}{\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{U_D}{\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D}\right)}}$$

Parameter von pn-Übergängen in Ge, Si und GaAs bei verschiedenen Dotierungen

$T = 300$ K	Ge	Si	GaAs
ε_r	16	11,9	13,1
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
U_D/V	0,18	0,56	1,0
$l_p/\mu\mathrm{m}$	0,4	0,6	0,85
$l_n/\mu\mathrm{m}$	0,4	0,6	0,85
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,36	0,73	1,18
$l_p/\mu\mathrm{m}$	0,8	1	1,3
$l_n/\mu\mathrm{m}$	0,0008	0,001	0,0013
n_A/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,53	0,9	1,35
$l_p/\mu\mathrm{m}$	0,02	0,02	0,03
$l_n/\mu\mathrm{m}$	0,02	0,02	0,03

Ladungsträgerverteilung und Bandverlauf im pn-Übergang

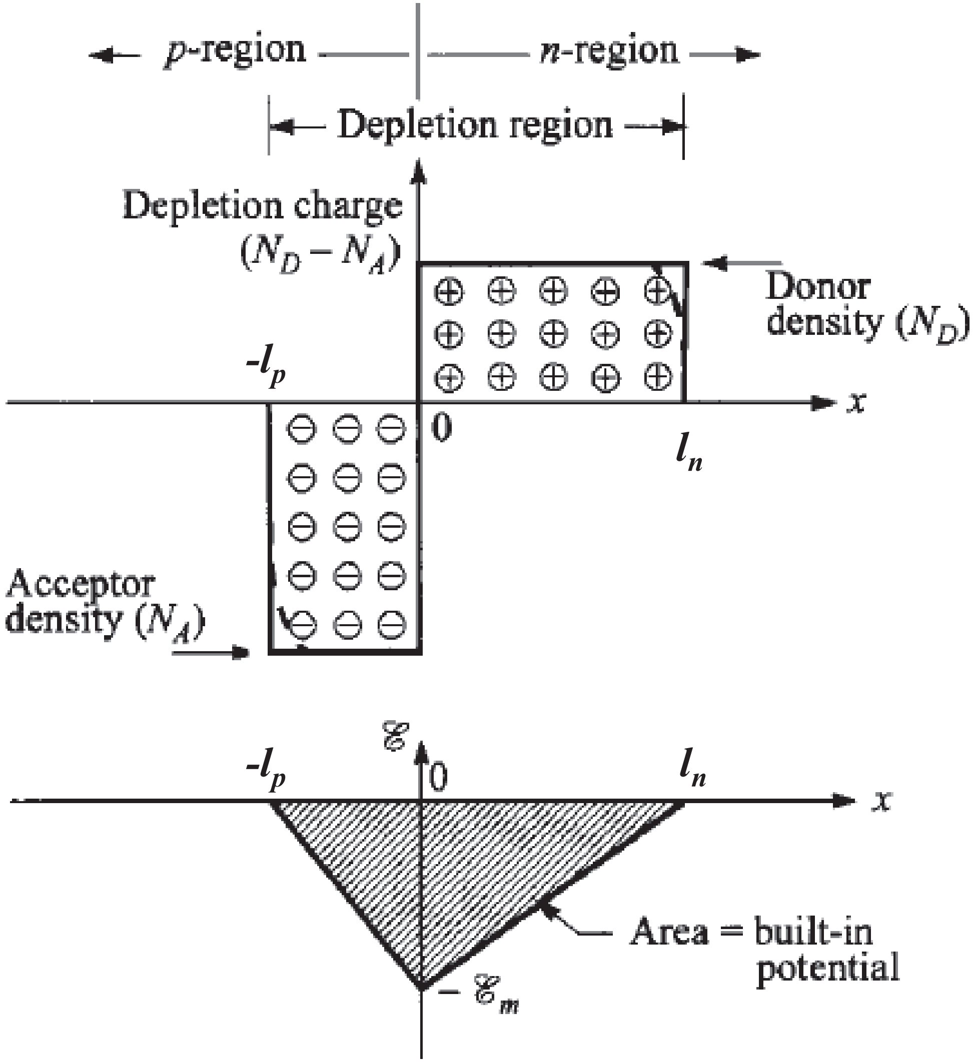
Vereinfachende Annahmen:

- Störstellenerschöpfung weit entfernt vom Übergang
- Schottky-Näherung: Keine beweglichen Ladungsträger in den Raumladungszonen (RLZ) („Verarmung"), d.h.,

$$n(x) = p(x) = 0 \quad \text{für} \quad -l_p < x < l_n$$

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -l_p \vee x > l_n \\ -en_A & \text{für } -l_p < x < 0 \\ en_D & \text{für } 0 < x < l_n \end{cases}$$

Anmerkung: Die Länge der RLZ beträgt typischerweise mehrere Debye-Längen! Das lokale Potential ändert sich aber bereits über eine Debye-Länge um U_T, was zu einer sehr abrupten Änderung der Trägerverteilung auf einer linearen Skala führt. Die Schottky-Näherung sollte daher zu einem sehr zuverlässigen Ergebnis führen!

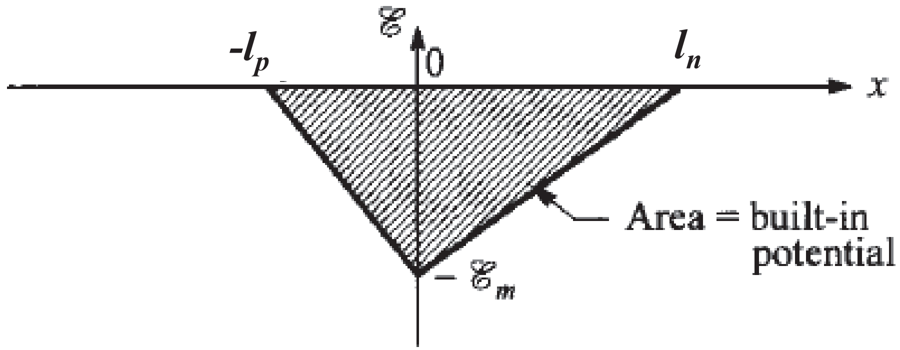


Bils: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Berechnung des elektrischen Feldes in der RLZ aus Maxwell-Gleichung $\nabla\cdot(\epsilon_o\epsilon_r\mathbf{E})=\rho$

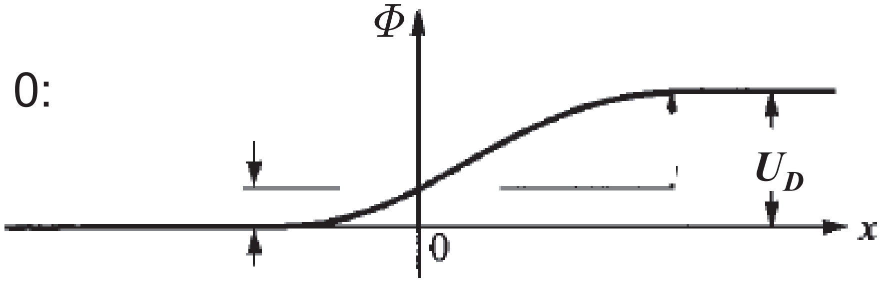
$$E_x(x)=\begin{cases}0 & \text{für } x<-l_p\vee x>l_n\\ -\frac{en_A}{\epsilon_o\epsilon_r}(x+l_p) & \text{für } -l_p<x<0\\ -\frac{en_A}{\epsilon_o\epsilon_r}l_p+\frac{en_D}{\epsilon_o\epsilon_r}x & \text{für } 0<x<l_n\end{cases}$$

wobei $n_Al_p=n_Dl_n$



Extremum der elektrischen Feldstärke bei $x = 0$:

$$E_m=-\frac{en_A}{\epsilon_o\epsilon_r}l_p=-\frac{en_D}{\epsilon_o\epsilon_r}l_n$$



Berechnung des Potentialverlaufs in der RLZ aus $\nabla\Phi=-\mathbf{E}$

$$\Phi(x)=\begin{cases}0 & \text{für } x<-l_p\\ \frac{en_A}{2\epsilon_o\epsilon_r}(x+l_p)^2 & \text{für } -l_p<x<0\\ U_D-\frac{en_D}{2\epsilon_o\epsilon_r}(x-l_n)^2 & \text{für } 0<x<l_n\\ U_D & \text{für } x>l_n\end{cases}$$

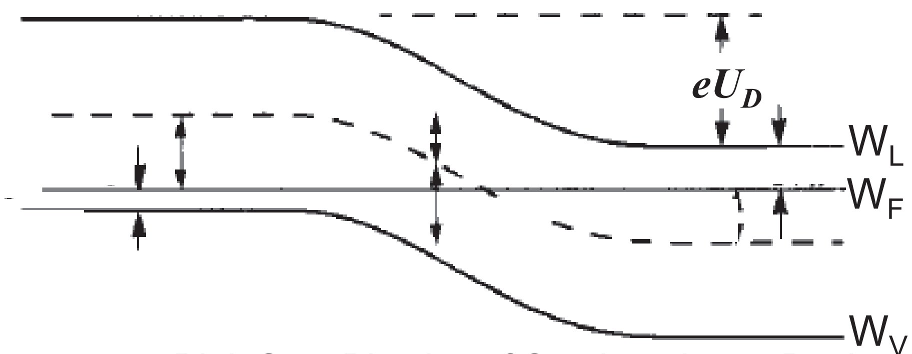


Bild: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Längen der RLZ im n- und p-Bereich

Die Längen der RLZ im p- und n-Gebiet ergeben sich aus der Stetigkeit des Potenzials bei $x = 0$:

$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0}{e} U_D \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D}\right)}$$

$$l_p = l\frac{n_D}{n_A + n_D}$$

$$l_n = l\frac{n_A}{n_A + n_D}$$

$$E_m = -\sqrt{\frac{2e}{\varepsilon_r\varepsilon_0} \frac{U_D}{\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D}\right)}}$$

Parameter von pn-Übergängen in Ge, Si und GaAs bei verschiedenen Dotierungen

$T = 300$ K	Ge	Si	GaAs
ε_r	16	11,9	13,1
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
U_D/V	0,18	0,56	1,0
$l_p/\mu\mathrm{m}$	0,4	0,6	0,85
$l_n/\mu\mathrm{m}$	0,4	0,6	0,85
n_A/cm^{-3}	10^{15}	10^{15}	10^{15}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,36	0,73	1,18
$l_p/\mu\mathrm{m}$	0,8	1	1,3
$l_n/\mu\mathrm{m}$	0,0008	0,001	0,0013
n_A/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
n_D/cm^{-3}	10^{18}	10^{18}	10^{18}
U_D/V	0,53	0,9	1,35
$l_p/\mu\mathrm{m}$	0,02	0,02	0,03
$l_n/\mu\mathrm{m}$	0,02	0,02	0,03

Ladungsträgerverteilung in der Raumladungszone

Anmerkung: Die Berechnung der Trägerverteilung im der RLZ steht auf den ersten Blick im Widerspruch zur Schottky-Näherung, da dort angenommen wurde, dass in der RLZ keine freie Ladungsträger vorliegen. Diese Annahme stellt aber nur eine Näherungslösung dar und ist daher nicht selbstkonsistent. Unter Verwendung des aus der Schottky-Näherung gewonnen Potenzials lässt sich deshalb eine nichtverschwindende Ladungsträgerdichte in der RLZ abschätzen, die jedoch sehr klein sein sollte (um Größenordnungen kleiner als die Dotierungsdichte!). Damit lässt sich die Gültigkeit der Schottky-Näherung überprüfen!

$$n(x) = N_L e^{-\frac{W_L(x)-W_F}{kT}}, \; p(x) = N_V e^{-\frac{W_F-W_V(x)}{kT}}$$

⇒ Verlauf der Löcherdichte in der RLZ des p-Halbleiters nahe bei x = $-l_p$:

$$p_p(x) = n_A e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-l_p}{L_{Dp}}\right)^2} \quad \text{wobei} \quad L_{Dp} = \sqrt{\frac{\varepsilon U_T}{e n_A}}$$

Debye-Länge im *p*-Halbleiter

Verlauf der Elektronendichte in der RLZ des p-Halbleiters nahe bei x = l_n :

$$n_n(x) = n_D e^{--\frac{1}{2}\left(\frac{x-l_n}{L_{Dn}}\right)^2} \quad \text{wobei} \quad L_{Dn} = \sqrt{\frac{\varepsilon U_T}{e n_D}}$$

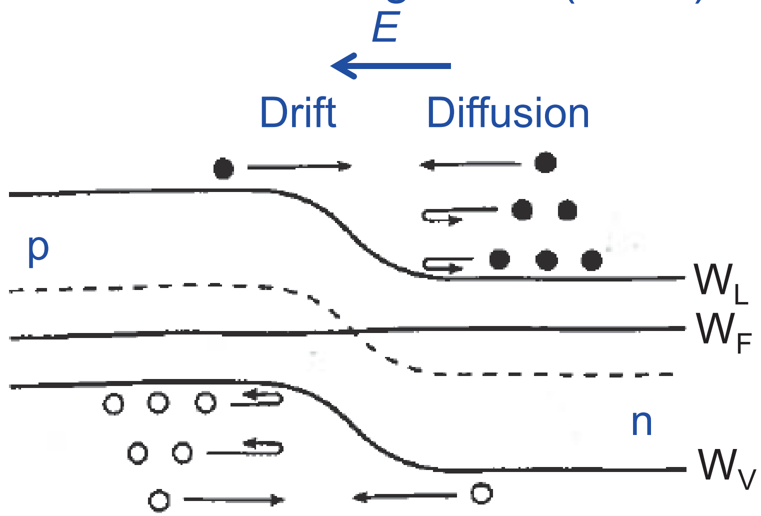
Debye-Länge im *n*-Halbleiter

⇒ „Gauß-förmiger" Abfall der Ladungsträgerdichte an der Kante der RLZ über eine Strecke, die durch die Debye-Länge gegeben ist und typischerweise nur wenige nm beträgt

⇒ Annahme einer vollständig verarmten RLZ (Schottky Näherung) gerechtfertigt!

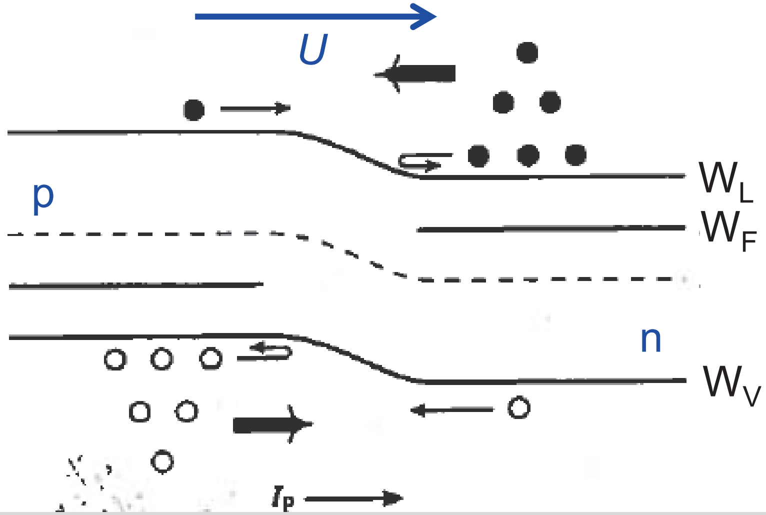
Der pn-Übergang im Nichtgleichgewicht: Qualitative Beschreibung

Thermisches Gleichgewicht ($U = 0$):



Diffusions- und Driftströme kompensieren sich gegenseitig

Spannung in Durchlassrichtung (U > 0; „Vorwärts“)



Externe Spannung U > 0 verkleinert die Potentialstufe zwischen p- und n-Seite

$\Rightarrow$ Mehr Elektronen (Löcher) aus dem n-Hableiter (p-Halbleiter) gelangen in den p-Halbleiter (n-Halbleiter)

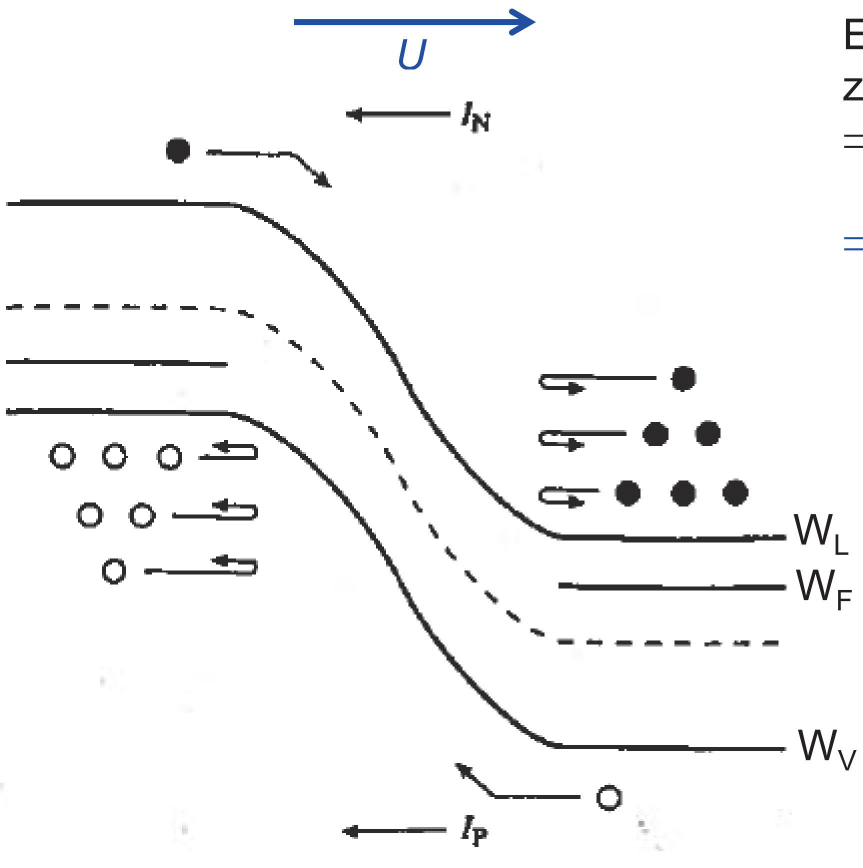
$\Rightarrow$ Diffusionsströme überwiegen

$\Rightarrow$ Starker Stromfluss in Vorwärtsrichtung

Bilder: Pierret, Semiconductor Device Fundamentals

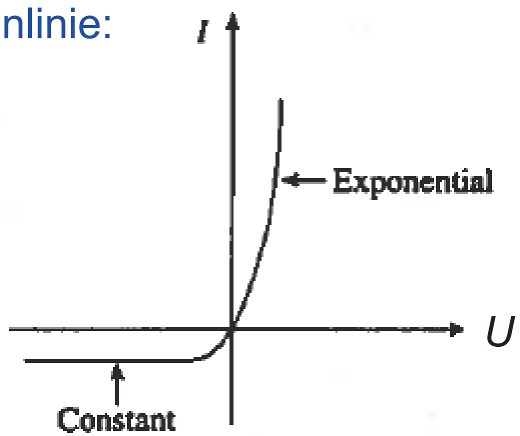
Der pn-Übergang im Nichtgleichgewicht: Qualitative Beschreibung

Spannung in Sperrrichtung (U < 0; „Rückwärts“)



Externe Spannung U < 0 erhöht die Potentialstufe zwischen p- und n-Seite
⇒ Verringerung der Diffusionsströme; es bleiben die verhältnismäßig kleinen Feldströme
⇒ Schwacher Stromfluss in Rückwärtsrichtung

Kennlinie:



Bilder: Pierret, Semiconductor Device Fundamentals

Der pn-Übergang im Nichtgleichgewicht: Quantitative Analyse

Breite der Raumladungszone wird durch die Gesamtspannung (U_D-U) bestimmt

$\Rightarrow$ Ersetzen von U_D durch (U_D-U) in den Formeln für die Breite der RLZ im Gleichgewichtsfall

$$l = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}(U_D - U)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D}\right)}$$

$$E_m = -\sqrt{\frac{2e}{\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{U_D - U}{\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_D}\right)}}$$

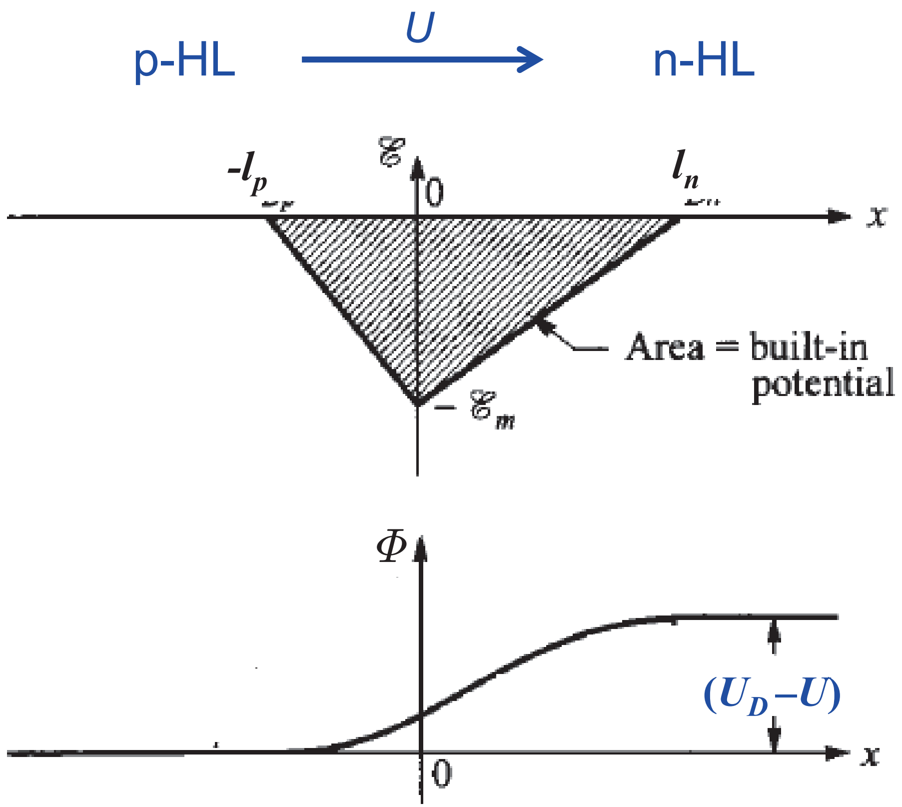


Bild: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Der pn-Übergang im Nichtgleichgewicht: Quantitative Analyse für den Fall der Vorwärtsspannung

Ergebnis der qualitativen Analyse:

Zusätzliche Elektronen gelangen in den p-Bereich, Löcher in den n-Bereich
$\Rightarrow$ Kein thermisches Gleichgewicht; Beschreibung durch Quasi-Ferminiveaus mit Separation eU.

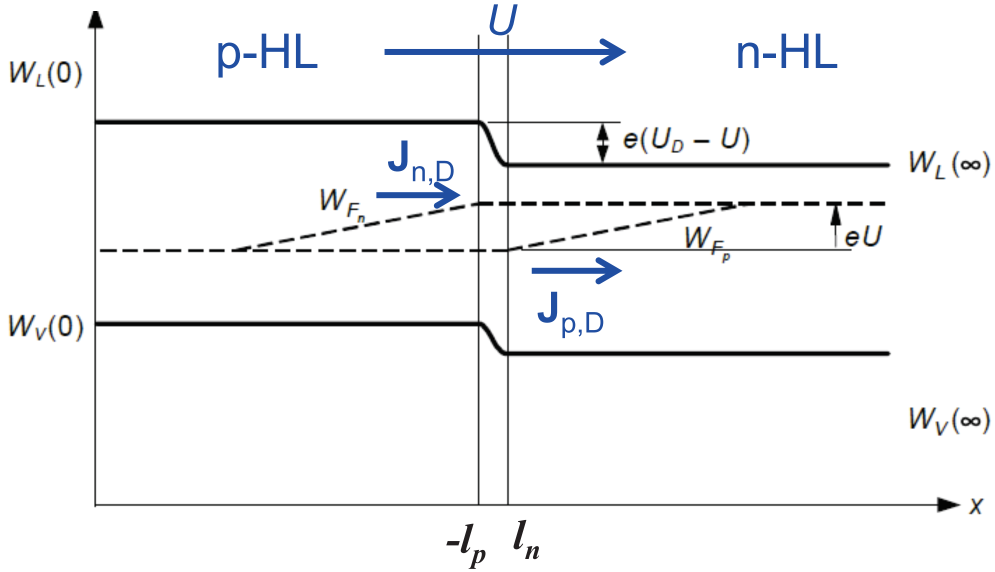
Weitere Annahmen:

- Kein Spannungsabfall in den Bahngebieten
- Die Quasi-Ferminiveaus der Elektronen (W_{Fn}) und Löcher (W_{Fp}) ändern sich in der (sehr dünnen) RLZ nicht wesentlich:

$$n_p\left(-l_p\right) = n_D e^{\frac{(U-U_D)}{U_T}} = n_{p0} e^{\frac{U}{U_T}}$$

$$p_n\left(l_n\right) = n_A e^{\frac{(U-U_D)}{U_T}} = P_{n0} e^{\frac{U}{U_T}}$$

$\Rightarrow$ Die Elektronen- und Löcherdichten am Rande der Raumladungszone erhält man, indem in den Formeln für die Gleichgewichtsdichten die geänderten Potentialdifferenz (U_{D}-U) anstelle von U_{D} eingesetzt wird.



- Es liegt schwache Injektion vor
- Die Ladungsträgerrekombination in der Raumladungszone ist vernachlässigbar; die Gesamtstromdichte kann also berechnet werden aus

$$\mathbf{J} \approx \mathbf{J}_n\left(-l_p\right) + \mathbf{J}_p\left(l_n\right)$$

Der pn-Übergang im Nichtgleichgewicht: Quantitative Analyse

Gesamter Strom durch die Diode:
Annahme: Lange Diffusionszonen

$$I = I_S\left(e^{U_0/U_T} - 1\right)$$

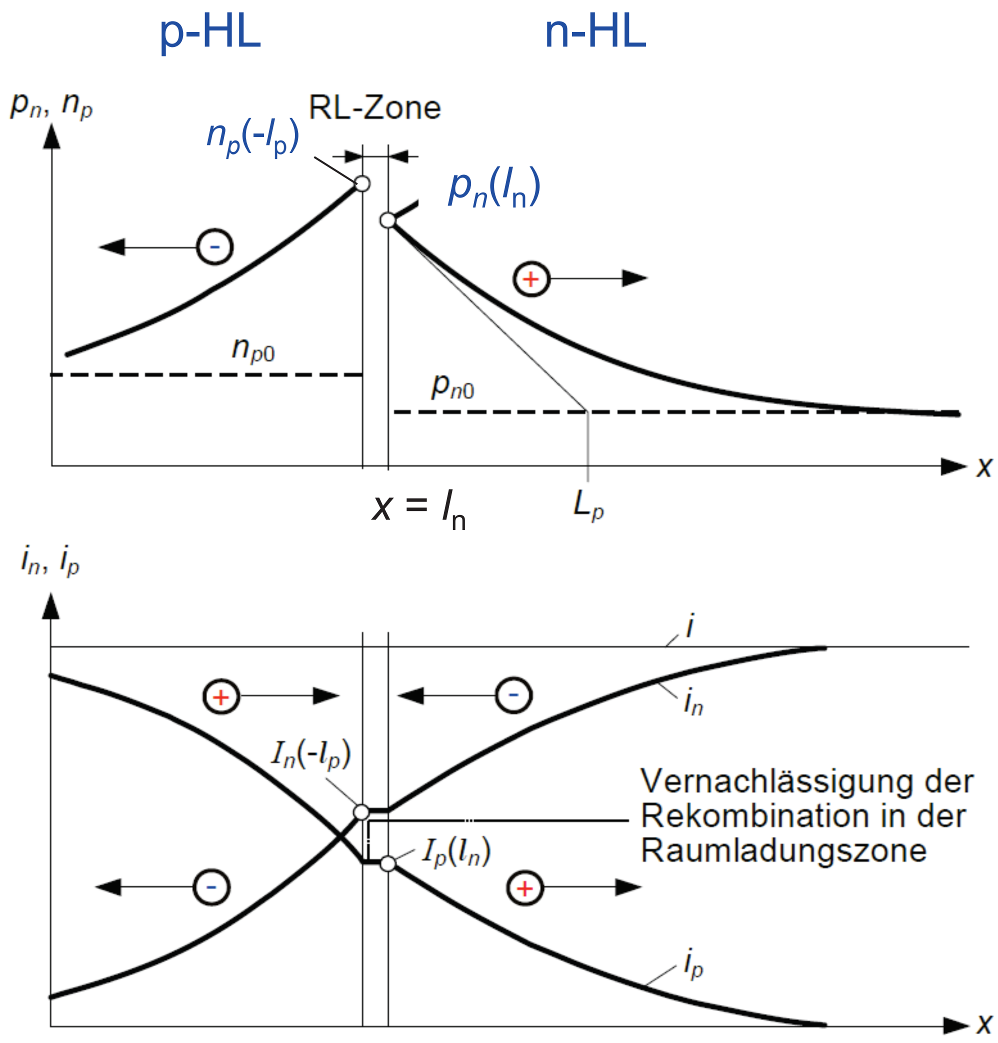
$$I_S = I_{Sn} + I_{Sp}$$

$$I_{Sp} = Ae\frac{D_p p_{n0}}{L_p} = Ae\frac{D_p n_i^2}{L_p n_D}$$

$$I_{Sn} = Ae\frac{D_n n_{p0}}{L_n} = Ae\frac{D_n n_i^2}{L_n n_A}$$

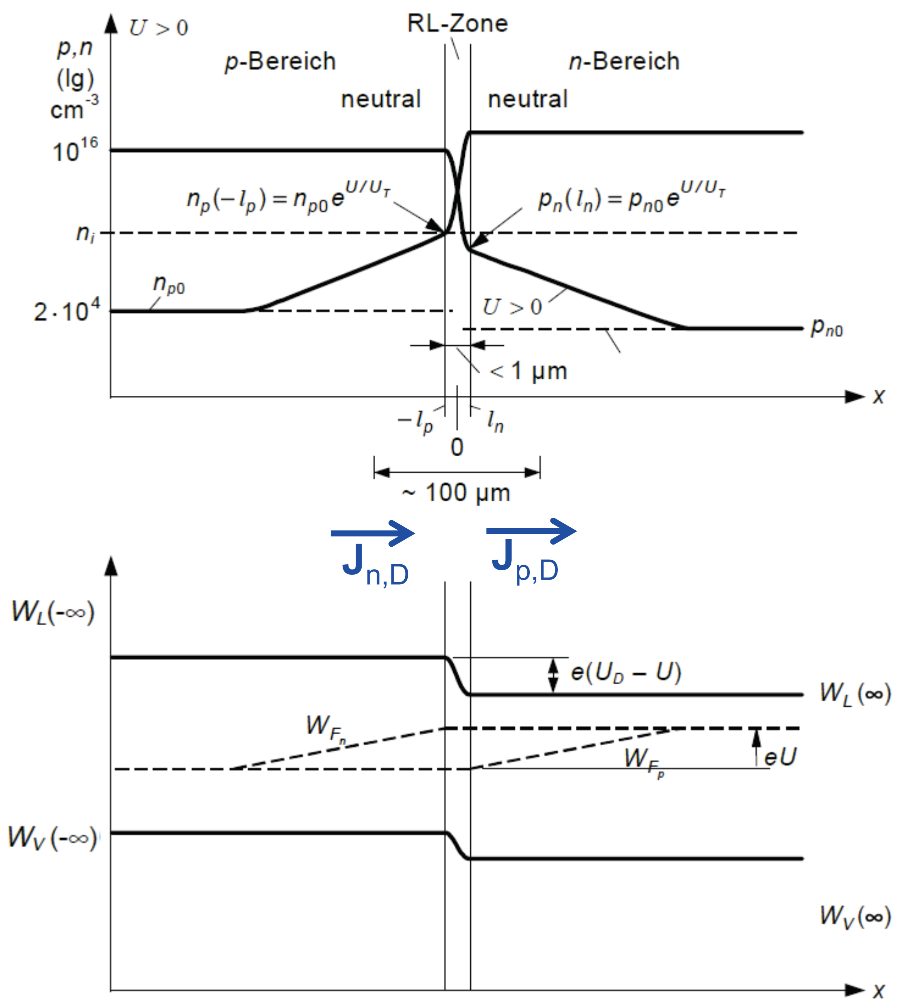
$$I_S = Aen_i^2\left(\frac{D_n}{L_n n_A} + \frac{D_p}{L_p n_D}\right)$$

Dieselbe Beziehung gilt auch für Spannung in Sperrrichtung!

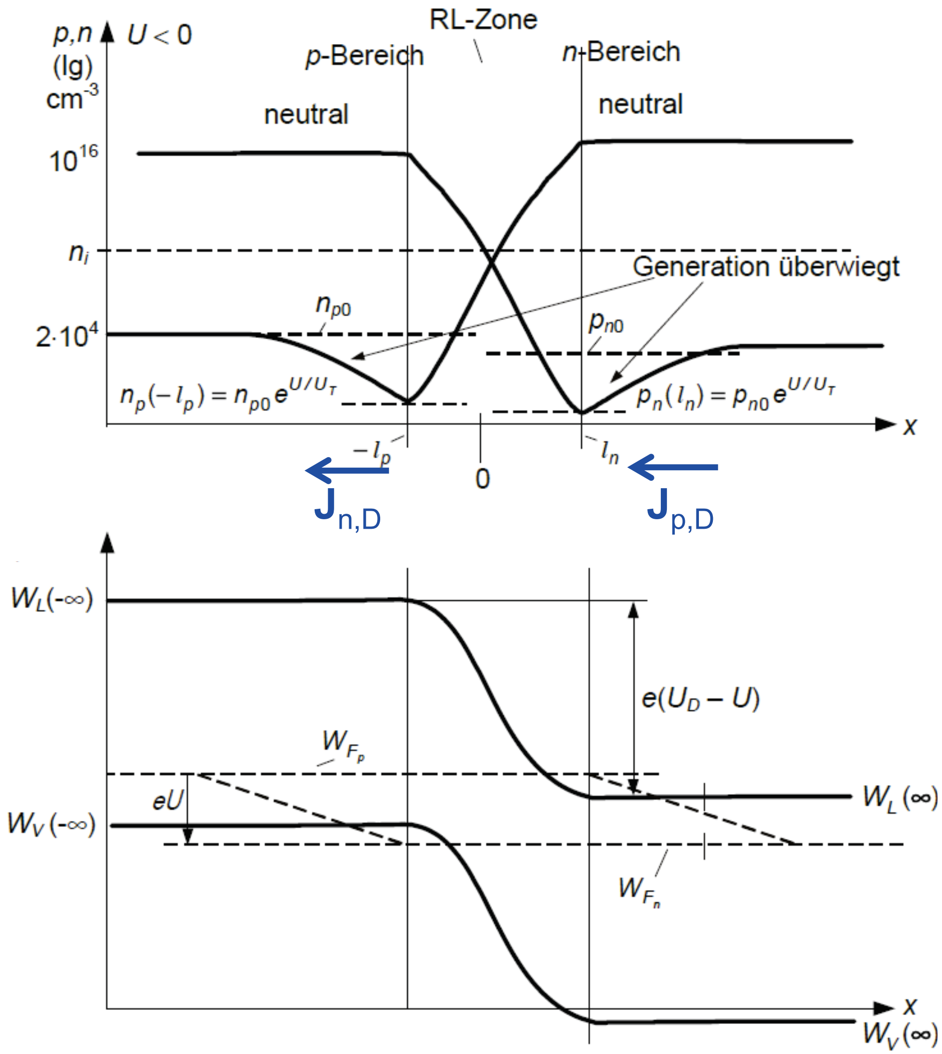


Der pn-Übergang bei Vorwärts- und Rückwärtsspannung

Spannung in Durchlassrichtung (U > 0)



Spannung in Sperrrichtung (U < 0)



Reale Diodenkennlinien

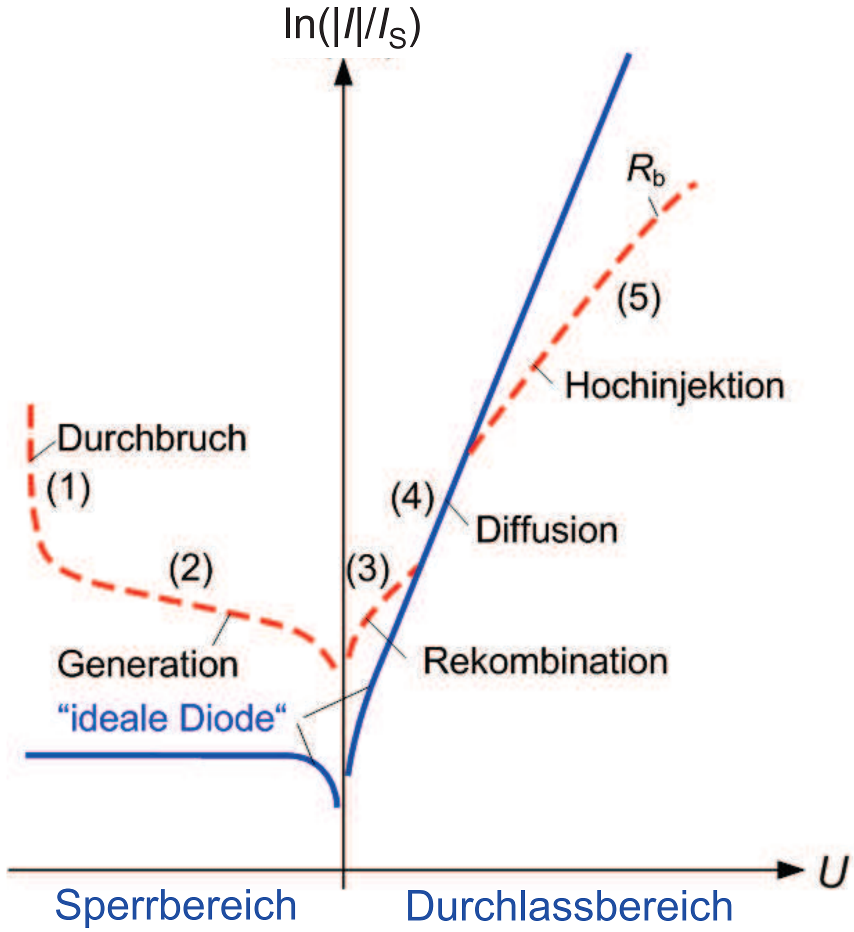
Das bisher besprochene ideale Modell, auch Shockley-Modell genannt, gilt in recht guter Näherung für Germanium-Dioden. Bei Si- und noch stärker bei GaAs- Dioden ergeben sich jedoch Abweichungen der realen gegenüber der idealen Kennlinie:

(1) Durchbruch bei großen Sperrspannungen
- Thermischer Durchbruch
- Tunnel-Effekt (Zener-Effekt)
- Lawinendurchbruch

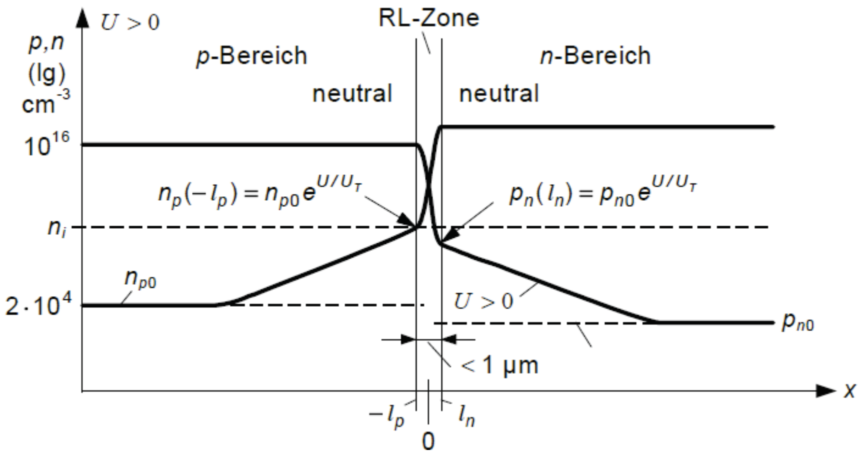
(2) Realer Sperrstrom ist spannungsabhängig und wesentlich größer als vom Shockley-Modell vorhergesagt
- Leckströme am Rand des pn-Überganges
- Trägergeneration in der RLZ

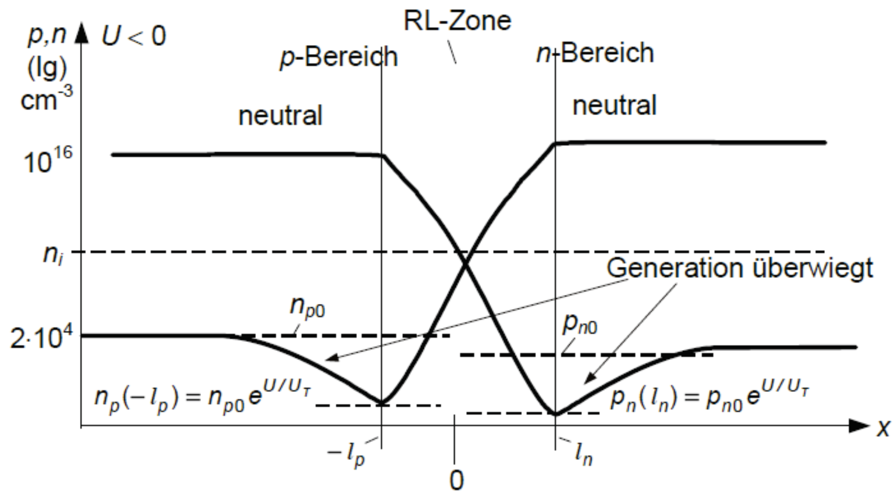
(3) Realer Durchlassstrom ist bei kleinen Spannungen größer als im Shockley-Modell und stimmt nur im mittleren Bereich (4) mit der Theorie überein
- Rekombination in der RLZ

(4) Realer Durchlassstrom ist bei großen Spannungen kleiner als im Shockley-Modell
- Hochinjektion (HLI) in den Diffusionszonen
- Spannungsabfall in den Bahngebieten



Generation und Rekombination in der Raumladungszone





Spannung in Durchlassrichtung:

Erhöhte Trägerdichte in der RLZ: $n\,p > n_i^2$

⇒ Rekombinationsüberschuss; die dadurch vernichteten Ladungsträger müssen zusätzlich nachgeliefert werden

⇒ Zusätzlicher Rekombinationsstrom in Durchlassrichtung

Spannung in Sperrrichtung:

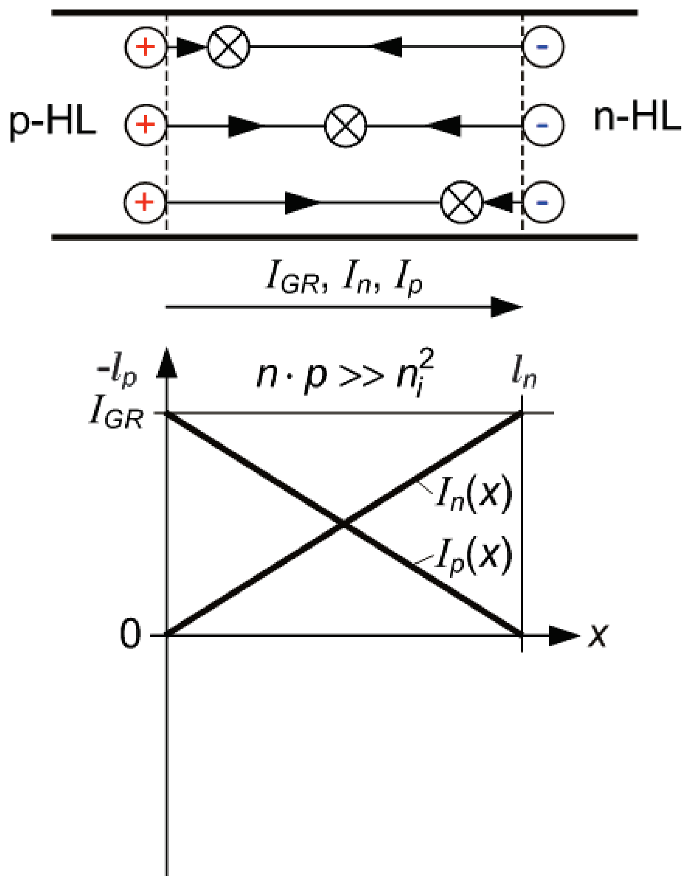
Verringerte Trägerdichte in der RLZ: $n\,p < n_i^2$

⇒ Generationsüberschuss; die dadurch erzeugten Ladungsträger werden aus der RLZ abgezogen

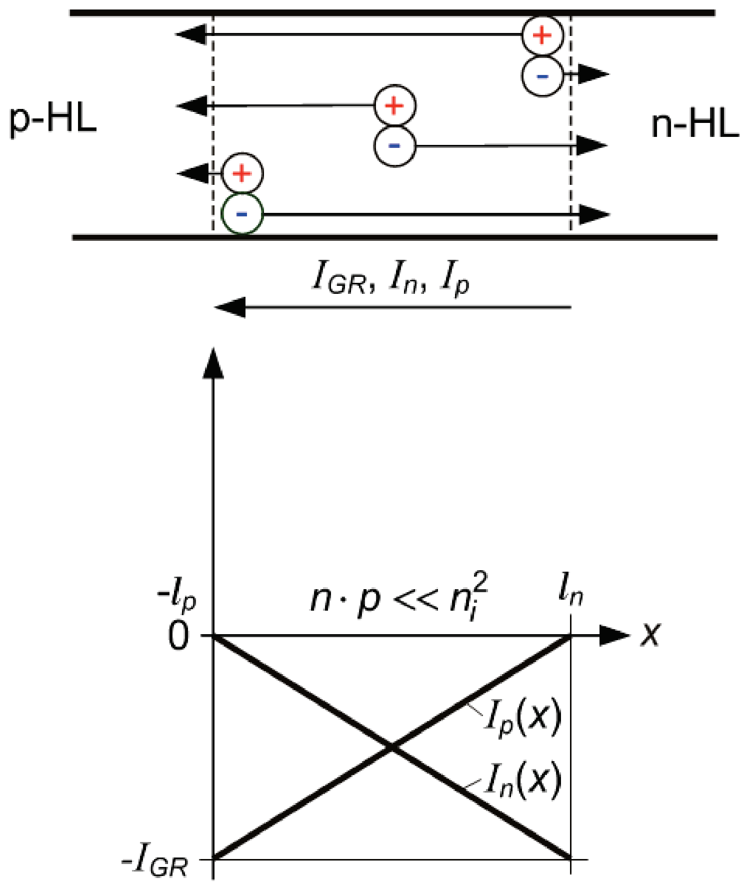
⇒ Zusätzlicher Generationsstrom in Sperrrichtung

Generations- und Rekombinationsströme

Spannung in Durchlassrichtung
(Rekombinationsüberschuss)



Spannung in Sperrrichtung
(Generationsüberschuss)



Generations- und Rekombinationsströme – quantitative Analyse

Betrachte Generation und Rekombination nach dem Shockley-Read-Hall-Modell:

$$g - r = \frac{n_i^2 - np}{(n + n'_{th})\tau_p + (p + p'_{th})\tau_n} \quad \text{wobei} \quad n'_{th} = n_{th} \exp\left(\frac{W_T - W_F}{kT}\right)$$

$$p'_{th} = p_{th} \exp\left(\frac{W_F - W_T}{kT}\right)$$

Ladungsträgerkonzentration in der RLZ: $np = n_i^2 e^{\frac{U}{U_T}}$

Für $\tau_n = \tau_p = \tau_0$ lässt sich eine obere Grenze für den Betrag der Netto-Generation abschätzen:

$$|g - r| \leq \begin{cases} \frac{n_i}{2\tau_0} & \text{für } \frac{U}{U_T} \ll -1 \\ \frac{n_i}{2\tau_0}\left(e^{\frac{U}{2U_T}} - 1\right) & \text{für } \frac{U}{U_T} > 1 \end{cases}$$

Zugehörige Generations- und Rekombinationsströme:

$$I_{GR} = -e \int (g - r)\ dV \begin{cases} \geq -e\frac{n_i}{2\tau_0}Al & \text{für } \frac{U}{U_T} \ll -1 \\ \leq e\frac{n_i}{2\tau_0}Al\left(e^{\frac{U}{2U_T}} - 1\right) & \text{für } \frac{U}{U_T} > 1 \end{cases}$$

Reale Diodenkennlinien

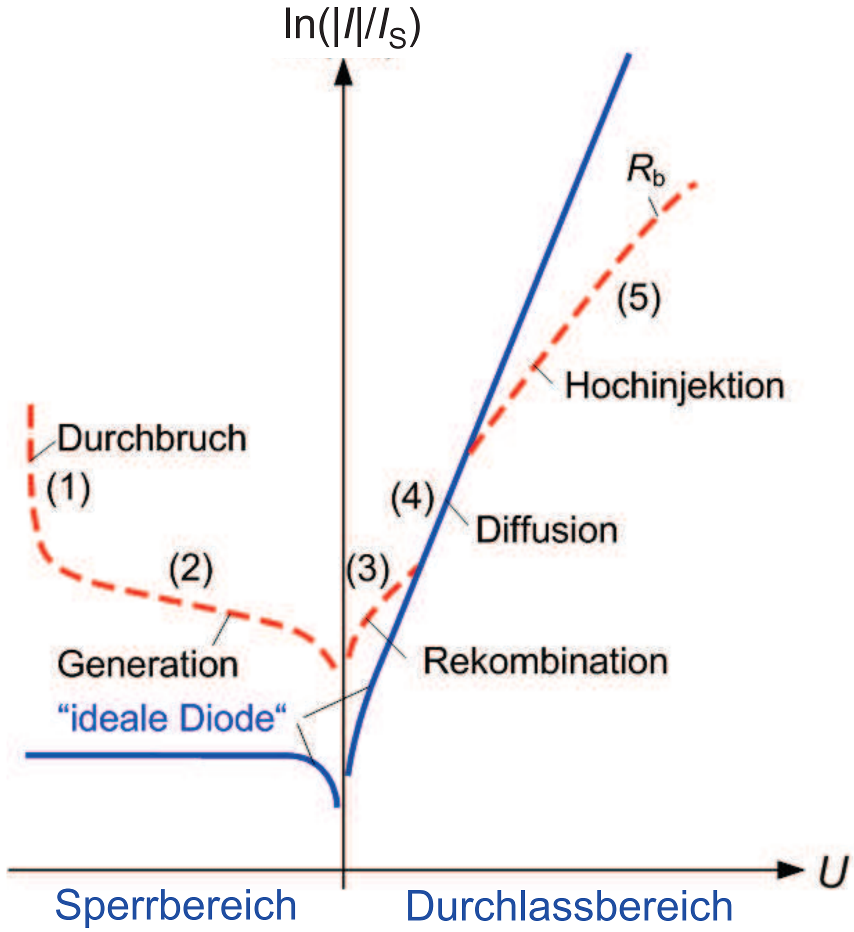
Das bisher besprochene ideale Modell, auch Shockley-Modell genannt, gilt in recht guter Näherung für Germanium-Dioden. Bei Si- und noch stärker bei GaAs- Dioden ergeben sich jedoch Abweichungen der realen gegenüber der idealen Kennlinie:

(1) Durchbruch bei großen Sperrspannungen
- Thermischer Durchbruch
- Tunnel-Effekt (Zener-Effekt)
- Lawinendurchbruch

(2) Realer Sperrstrom ist spannungsabhängig und wesentlich größer als vom Shockley-Modell vorhergesagt
- Leckströme am Rand des pn-Überganges
- Trägergeneration in der RLZ

(3) Realer Durchlassstrom ist bei kleinen Spannungen größer als im Shockley-Modell und stimmt nur im mittleren Bereich (4) mit der Theorie überein
- Rekombination in der RLZ

(5) Realer Durchlassstrom ist bei großen Spannungen kleiner als im Shockley-Modell
- Hochinjektion (HLI) in den Diffusionszonen
- Spannungsabfall in den Bahngebieten



Generations- und Rekombinationsströme – quantitative Analyse

Unter der Annahme, dass die Dotierungsdichten im n- und im p-Teil etwa gleich groß sind ($n_A = n_D = n_{dot}$), lässt sich der Generations-/Rekombinationsstrom schreiben als:

$$I_{GR} = \begin{cases} -k_{GR} I_S & \text{für } \frac{U}{U_T} \ll -1 \\ k_{GR} I_S \left(e^{\frac{U}{2U_T}} - 1 \right) & \text{für } \frac{U}{U_T} > 1 \end{cases}$$

wobei $k_{GR} = \dfrac{n_{dot} l}{4 n_i L_0}$

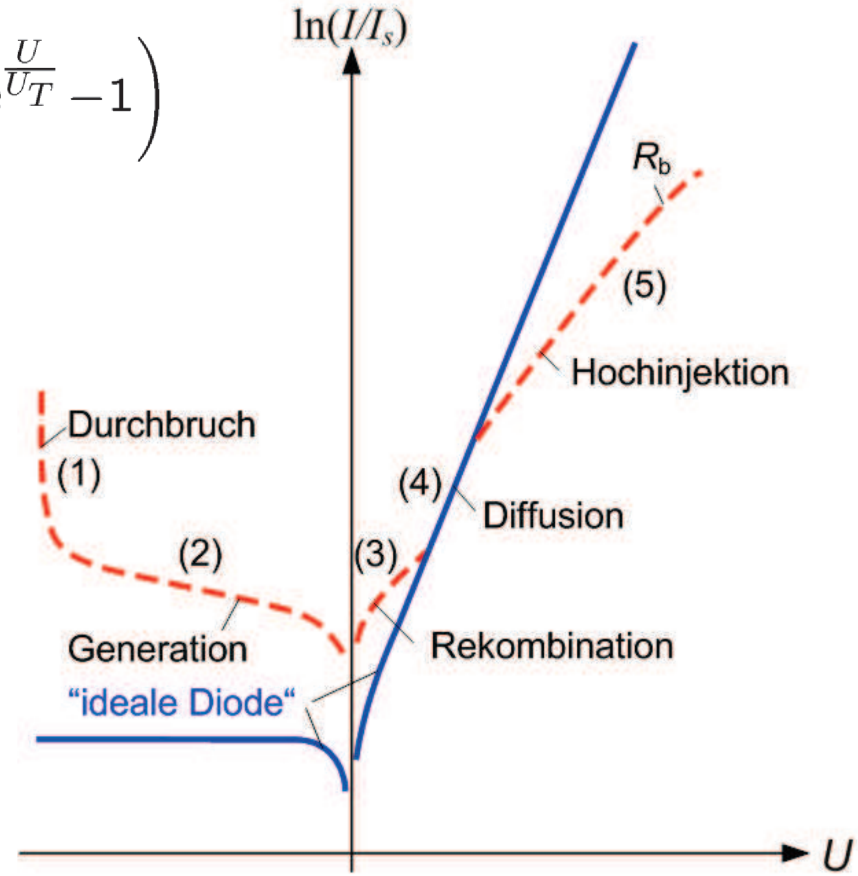
Vergleich mit der idealen Diode: $I = I_S \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right)$

- Sperrstrom um den Faktor k_{GR} erhöht
- Keine Sättigung in Sperrrichtung

$$I_{GR} \propto \sqrt{U_D - U}$$

- In Durchlassrichtung dominiert zunächst der Rekombinationsanteil I_{GR}. Dieser wird bei einer bestimmten Spannung U gerade so groß sein, wie ideale Diodenstrom:

$$\frac{U}{U_T} = 2 \ln k_{GR}$$



Reale Diodenkennlinie und Emissionskoeffizient

In der Praxis wird oft eine empirische Darstellung der realen Diodenkennlinie verwendet, die sowohl Diffusions- als auch Rekombinationsströme berücksichtigt:

$$I = I_0 \left(e^{\frac{U}{mU_T}} - 1 \right)$$

m = 1 … 2

Emissionskoeffizient („Ideality Factor")

wobei $I_0 = k_{GR} I_S;\ m \approx 2$ für dominierende Generations- und Rekombinationsströme

$I_0 = I_S;\ m \approx 1$ für dominierende Diffusionsströme

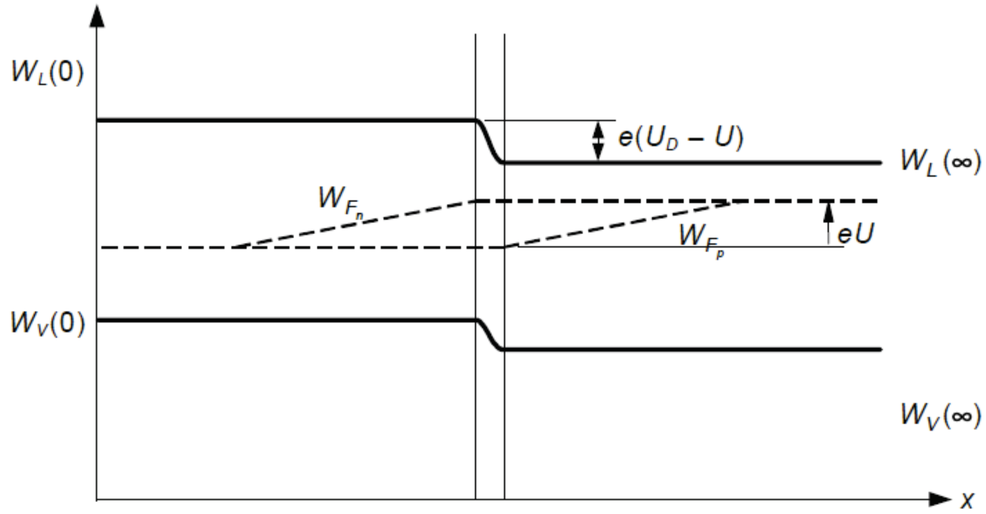
Institute of Photonics and Quantum Electronics

Hochinjektion

Trägerdichte am Rand der RLZ für große Spannungen in Vorwärtsrichtung:

$$np = n_i^2 e^{\frac{U}{U_T}}$$

$$n \approx p \approx n_i e^{\frac{U}{2U_T}}$$



$\Rightarrow$ Die Minoritätsträgerdichte am Rand der RLZ wächst nur noch mit exp(U/(2U_T))
$\Rightarrow$ Damit verlangsamt sich auch die Zunahme des Diffusionsstromes.
$\Rightarrow$ Der Diodenstrom wird für große Vorwärtsspannungen angenähert durch

$$I = I_0 e^{\frac{U}{mU_T}}$$

m = 1 … 2 Emissionskoeffizient („Ideality Factor“)

$\Rightarrow$ Ähnliche Näherung wie im Falle dominierender Generations- und Rekombinationsströme!

Thermischer Durchbruch in pn-Übergängen

- Verlustleistung in der Diode: $P=UI$

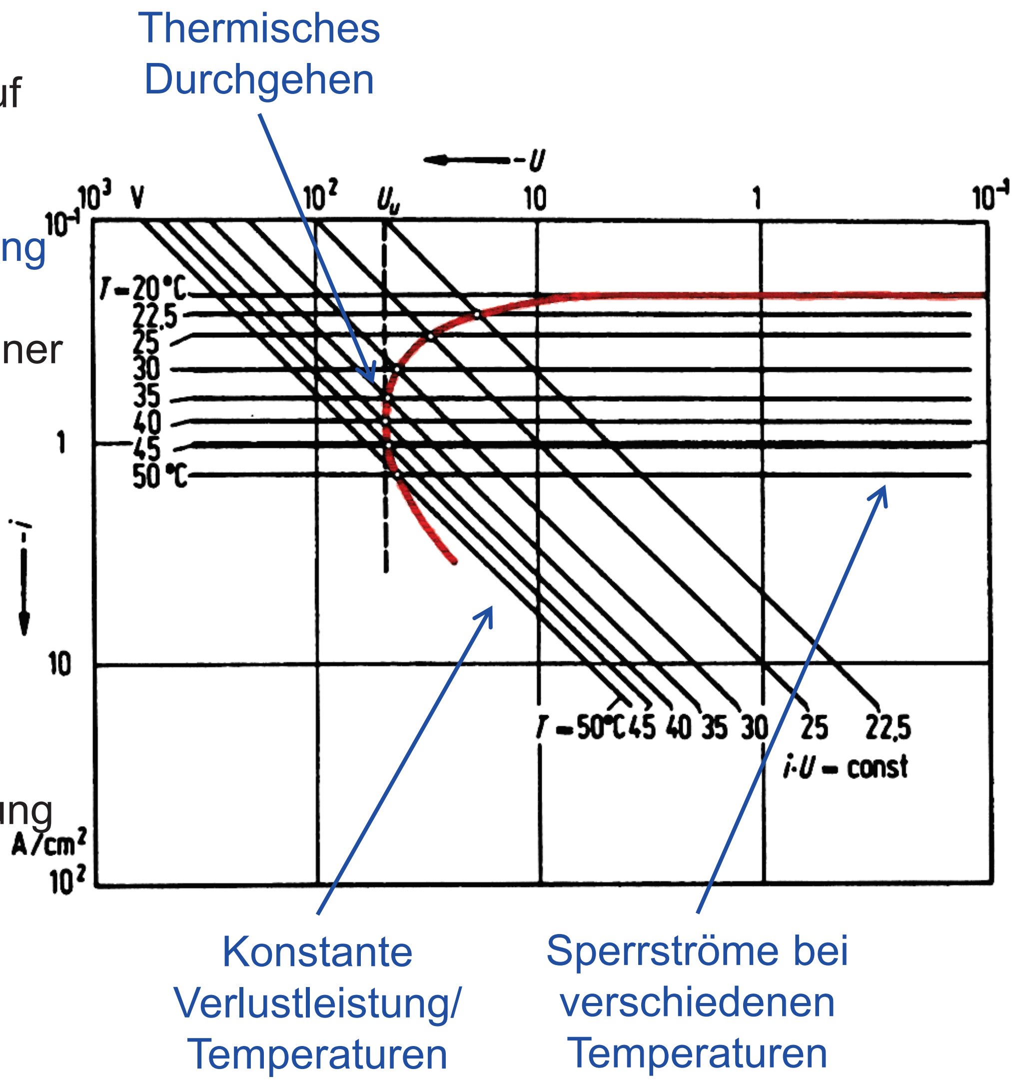
⇒ Führt zu Erwärmung pn-Überganges auf eine Temperatur T, die vom Wärmewiderstand zur Wärmesenke abhängt.

- Gleichzeitig: Sperrstrom und Verlustleistung nehmen mit der Temperatur zu.

⇒ Positive Rückkopplung: Ab Erreichen einer gewissen Spannung U_U (Umkehrspannung, engl. „Turnover Voltage") erhöht sich der Strom bei gleicher oder gar abnehmender Spannung (Thermisches Durchgehen, „Thermal Runaway")

⇒ Irreversible Zerstörung der Diode (Thermischer Durchbruch), wenn der Strom nicht durch die äußere Beschaltung begrenzt wird.

Besonders anfällig: Halbleiter mit kleiner Bandlücke, z.B. Ge



Tunnel-Effekt

- Bei starker Sperrspannung: Elektronen im VB des *p*-Halbleiter (Löcher im LB des *n*-Halbleiters) auf gleicher energetischer Höhe wie das LB im *n*-Halbleiter (das VB im *p*-Halbleiter)

$\Rightarrow$ Ladungsträger können durch die Bandlücke („Potentialbarriere der Breite a“) in die jeweils freien Zustände tunneln.

- Tunnelwahrscheinlichkeit nimmt mit abnehmender Barrierenbreite (a) exponentiell zu.

$\Rightarrow$ Strom wächst stark mit der Sperrspannung

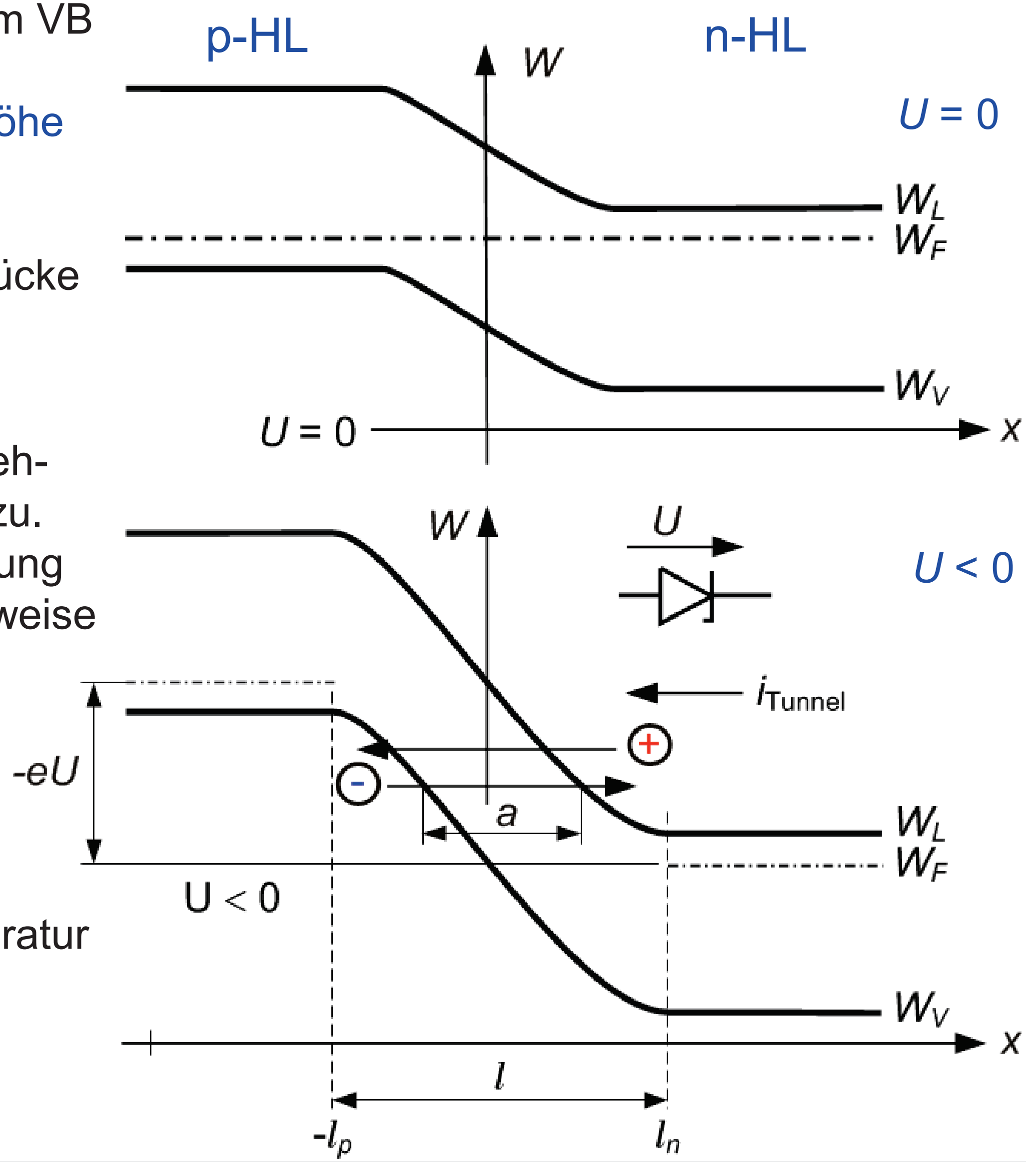
$\Rightarrow$ Tunneldurchbruch; reversibel typischerweise für $|eU| < 4W_G$

- Erforderliche Feldstärken in Si typischerweise ca. 100 V/µm

$\Rightarrow$ Kurze RLZ / hohe Dotierung

- Bandlücke wird mit zunehmender Temperatur kleiner

$\Rightarrow$ Durchbruchspannung nimmt mit zunehmender Temperatur ab

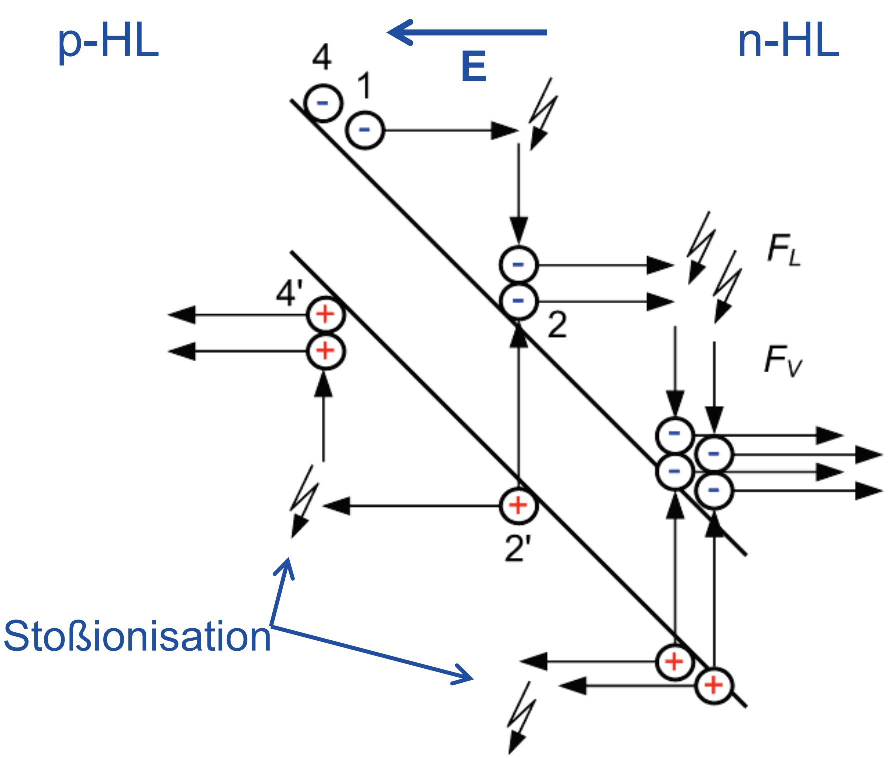


Lawinendurchbruch

Lawineneffekt:

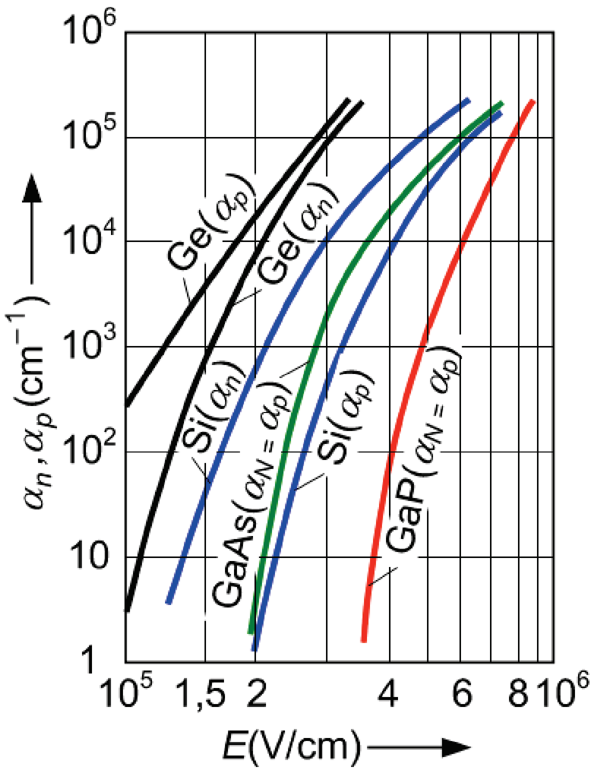
- Ladungsträger nehmen bei hoher Feldstärke *E* zwischen zwei Stößen so viel Energie auf, dass damit ein Elektron-Loch-Paar erzeugt werden kann (Stoßionisation)

$\Rightarrow$ Lawinenartiges Anwachsen der freien Ladungsträger:



Ionisierungskoeffizienten α_n und α_p:

- Ein primäres Elektron (Loch) erzeugt auf der Laufstrecke dx im Mittel α_n dx ($\alpha_p$dx) Trägerpaare.
- Die Ionisierungskoeffizienten α_n und α_p nehmen mit Feldstärke zu und nähern sich bei hohen Feldstärken einander an.



Lawinendurchbruch

Silizium bei 30 V/µm: Nur Elektronen ionisieren

$\alpha_n \approx 1$ µm^{-1}, $\alpha_p \approx 0$

Vergleich mit Tunneleffekt (relevant ab ca. 100 V/µm in Si):

- Einfluss des Lawineneffektes hängt vom Produkt aus Ionisierungskoeffizient α_n und Sperrschichtdicke *l* ab
- Bei kurzen RLZ dominiert der Tunneleffekt, bei langen RLZ der Lawineneffekt, d.h. schwach dotierte Dioden mit breiter Sperrschicht und Sperrspannungen $|eU| \geq 6\ W_G$ zeigen Lawinendurchbrüche.

Temperaturabhängigkeit:

Steigende Temperatur führt zu einem Absinken der freien Weglänge (Beweglichkeit) und damit zu einer Abnahme der Ionisierungskoeffizienten

$\Rightarrow$ Beim Lawinendurchbruch nimmt die Durchbruchsspannung nimmt mit der Temperatur zu!

Lawinenmultiplikationsfaktor M_0

Annahme: Elektronen und Löcher weisen die gleichen Ionisierungskoeffizienten auf, $\alpha_n \approx \alpha_p \approx \alpha$

$\Rightarrow$ Generationsrate in der RLZ:

$$g = [\alpha_n |I_n| + \alpha_p |I_p|] \frac{1}{eA} = \alpha \left(|I_n| + |I_p| \right) \frac{1}{eA} = \frac{\alpha |I|}{eA}$$

Zugehöriger Stromfluss:

$$I = -I_s + I_{GR} \qquad \text{wobei} \qquad I_{GR} = -eA \int_{-l_p}^{l_n} (g - r) dx = I \int_{-l_p}^{l_n} \alpha \; dx$$

Zusätzlicher Strom infolge von Ladungsträgergeneration

Gesamtstrom und Lawinenmultiplikationsfaktor:

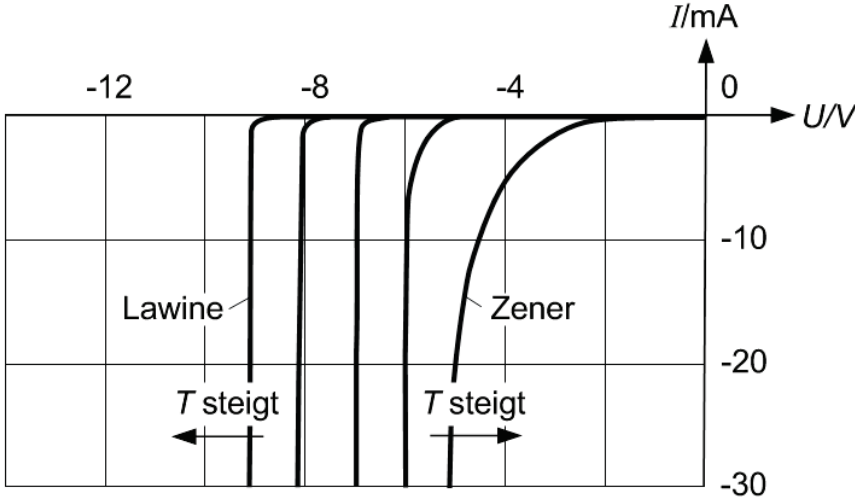
$$I = -M_0 I_S \qquad M_0 = \frac{1}{1 - \int_{-l_p}^{l_n} \alpha \, \mathrm{d}x}$$

Empirische Näherung:

$$M_0 = \frac{1}{1 - \left(\frac{|U|}{U_{BR}} \right)^n}$$

U_{BR} = Durchbruchspannung
n = 1.5 … 4 für Si-Dioden

Z-Dioden



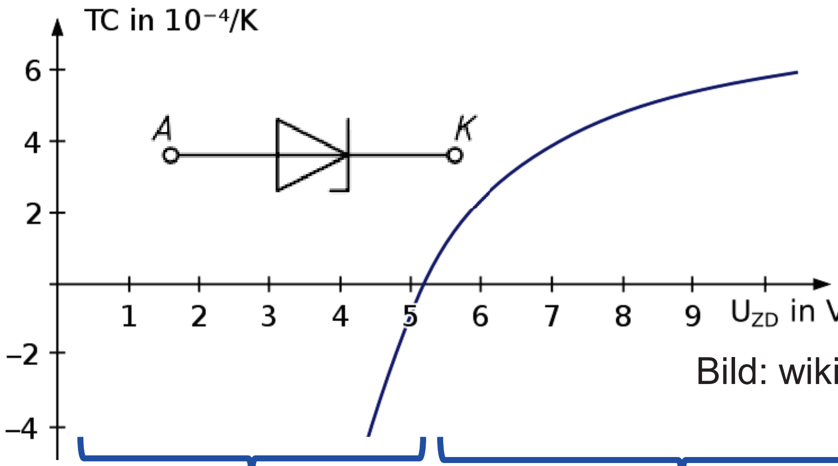


Bild: wikipedia.org

Tunnel-Effekt: TC < 0

Lawineneffekt: TC > 0

- Z-Dioden: Dioden mit genau spezifizierter Durchbruchspannung, die für den Dauerbetrieb im Durchbruchbereich ausgelegt sind (Einsatz zur Spannungsstabilisierung)
- Beruhen auf einer Kombination von Zener-Effekt („Zener-Diode", kleine Durchbruchspannungen / kurze RLZ) und Lawinen-Effekt (große Durchbruchspannungen / lange RLZ)
- Durchbruchspannung (Z-Spannung): U_Z = 3 … 300 V
- Die Z-Spannung hängt stark von der Temperatur ab: $TC = \left.\frac{dU_Z}{dT}\right|_{T=300\,\mathrm{K},\, I_D=\mathrm{const.}}$ Temperaturkoeffizient
- Oft ausgelegt als besonders dotierte Si-Diode mit geringer Sperrschichtdicke; dann ergibt sich bei $U_Z \approx 5$ V eine Mischung aus Tunnel- und Lawinendurchbruch mit einer nahezu temperatur-unabhängigen Durchbruchspannung

Dynamisches Verhalten des pn-Überganges: Kleinsignalnäherung

Kleinsignalnäherung: $u(t) = U_0 + u_1(t)$ wobei $|u_1(t)| \ll |U_0|$

$i(t) = I_0 + i_1(t)$ wobei $|i_1(t)| \ll |I_0|$

Quasistationäre Näherung:

Modulation sehr viel langsamer als die Minoritätsträgerrekombination im Halbleiter; d.h. überschüssige Ladungen können problemlos im pn-Übergang rekombinieren und externe Ströme infolge von Ladungsspeichereffekten können vernachlässigt werden.

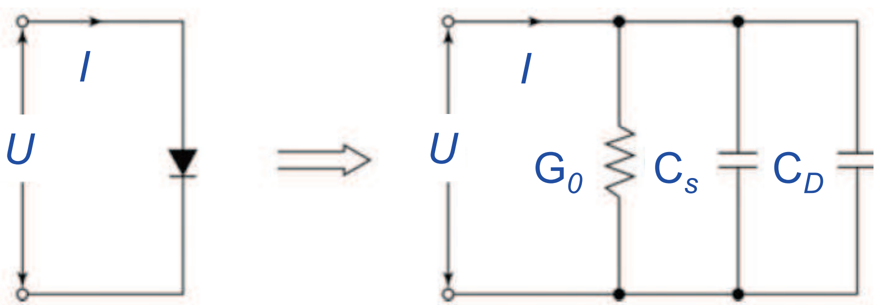
$$I_0 = I_s \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right),$$

$$i_1(t) = G_0 u_1(t) \quad \text{wobei} \quad G_0 = \left.\frac{dI}{dU}\right|_{U=U_0} = \frac{I_0 + I_S}{U_T} \quad \text{Kleinsignalleitwert}$$

$$\frac{G_0}{\Omega} \approx \frac{I/\text{mA}}{26}$$

Instationärer Fall:

- Schnelle Modulation; erfordert Berücksichtigung von Strömen, die durch Ladungsspeichereffekte im pn-Übergang hervorgerufen werden



Modellierung der Ladungsspeichereffekte durch Kapazitäten im Kleinsignal-ESB:

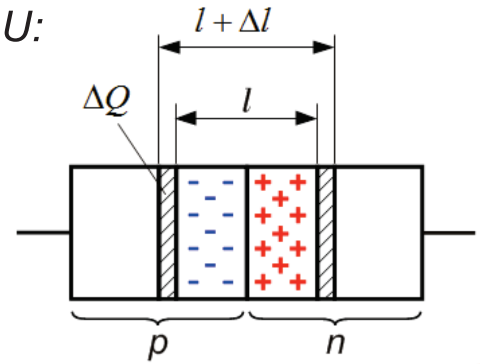
- Sperrschichtkapazität C_S: Ladungsspeicherung in der Raumladungszone
- Diffusionskapazität C_D: Ladungsspeicherung in den Diffusionszonen

Sperrschichtkapazität

Änderung der Breite der RLZ bei Änderung der angelegten Spannung *U*:

$$l = l_p + l_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}(U_D - U)\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_D}\right)}$$

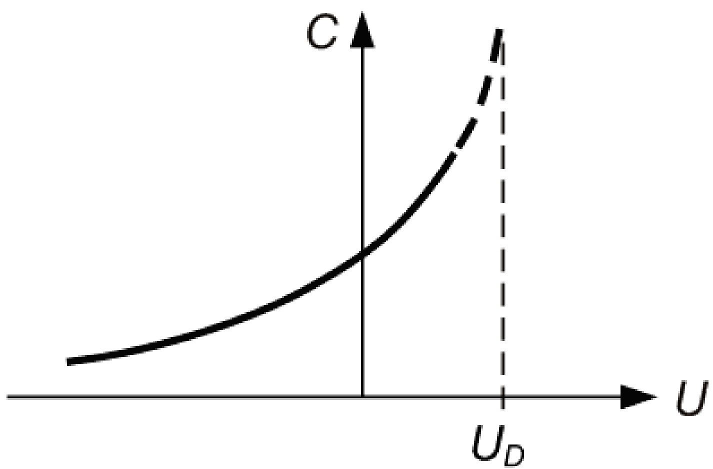
$$l_p = l\frac{n_D}{n_A + n_D}; \; l_n = l\frac{n_A}{n_A + n_D}$$

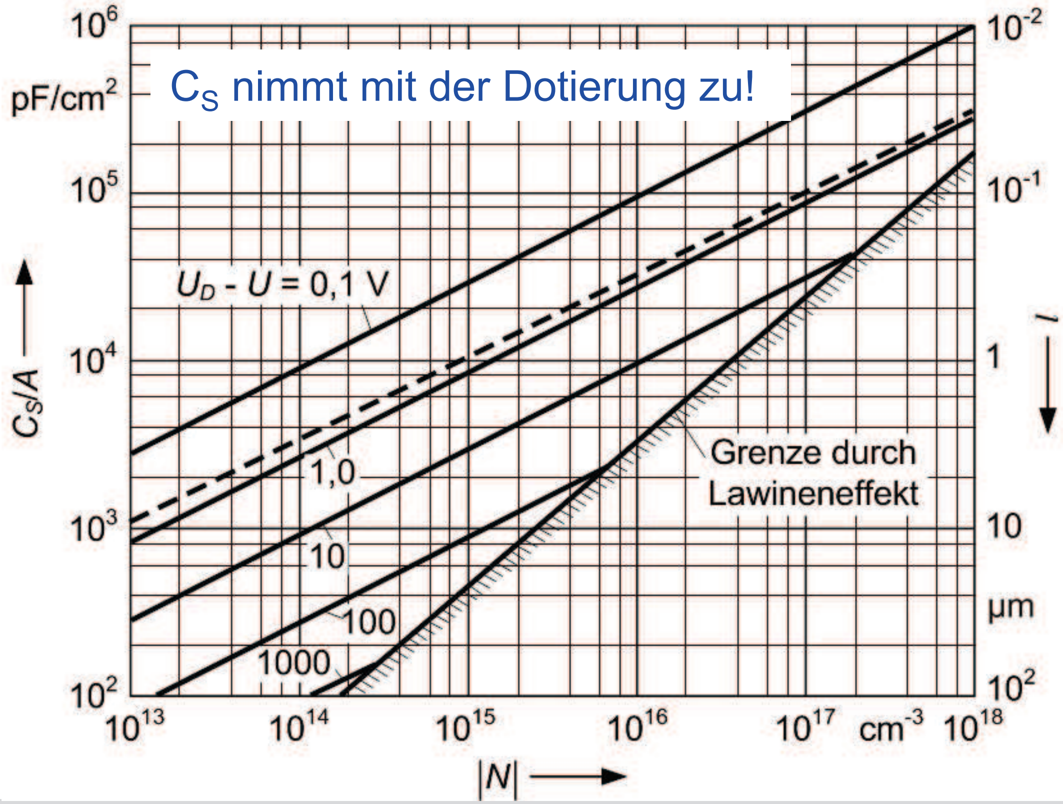


$\Rightarrow$ Zu- und Abfluss von Ladungsträgern:

$$C_S = \frac{dQ}{dU} = \varepsilon_r\varepsilon_0\frac{A}{l}$$

(„Plattenkondensator")





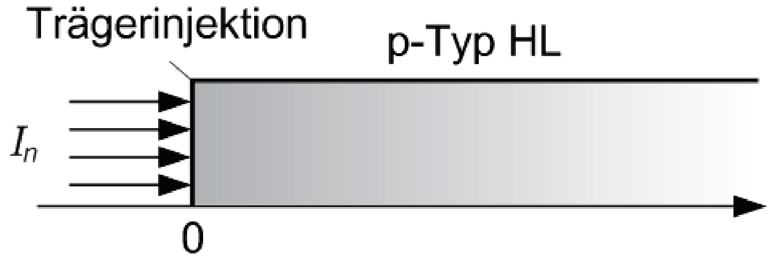
Diffusionskapazität

Erinnerung: Kleinsignalanalyse der Injektion von Minoritätsträgern in einen p-HL:

$$U(t) = \mathrm{Re}\left\{U_0 + \underline{U}_1 e^{\mathrm{j}\omega t}\right\}$$

$$I(t) = \mathrm{Re}\left\{I_0 + \underline{I}_1 e^{\mathrm{j}\omega t}\right\}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{Y} = \frac{\underline{I}_{n1}}{\underline{U}_1} = G_0 + \mathrm{j}\omega C_D$$



wobei $\omega\tau_n \ll 1$ Näherung für kleine Frequenzen

$$G_D = \frac{I_{Sn}}{U_T} e^{\frac{U_0}{U_T}}$$ Diffusionsleitwert

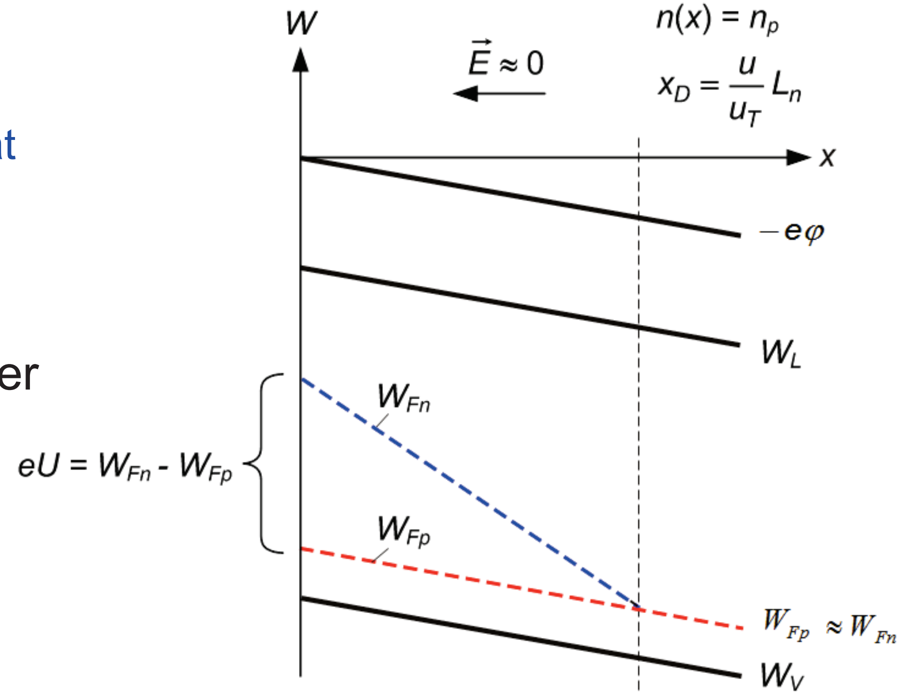
$$C_D = \frac{1}{2} G_D \tau_n$$ Diffusionskapazität

$$I_{Sn} = \frac{A e D_n n_{p0}}{L_n}$$ Sättigungsstrom

Hier: Diffusionszone im n- und im p-Halbleiter

$$\Rightarrow \quad C_D = \frac{1}{2}\left(\tau_n \left.\frac{\mathrm{d}I_n}{\mathrm{d}U}\right|_{U=U_0} + \tau_p \left.\frac{\mathrm{d}I_p}{\mathrm{d}U}\right|_{U=U_0}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\tau_n I_{Sn}}{U_T} + \frac{\tau_p I_{Sp}}{U_T}\right) e^{\frac{U_0}{U_T}}$$



Großsignalverhalten und Umschaltvorgänge

- In vielen Anwendungen: Schneller Wechsel zwischen Fluss- und Sperrpolung eines pn-Überganges

$\Rightarrow$ Entscheidend: Dynamik und Zeitkonstanten des Umschaltvorganges

- Besonders kritisch: Umschalten von Fluss- zu Sperrpolung („Turn-off transient") aufgrund von Minoritätsträgern, die in den Diffusionszonen gespeichert sind.

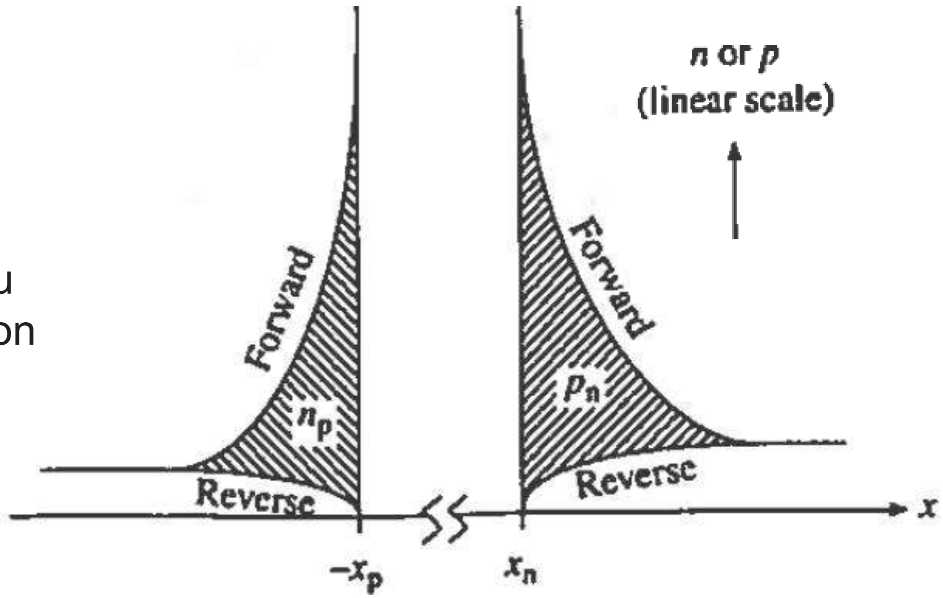
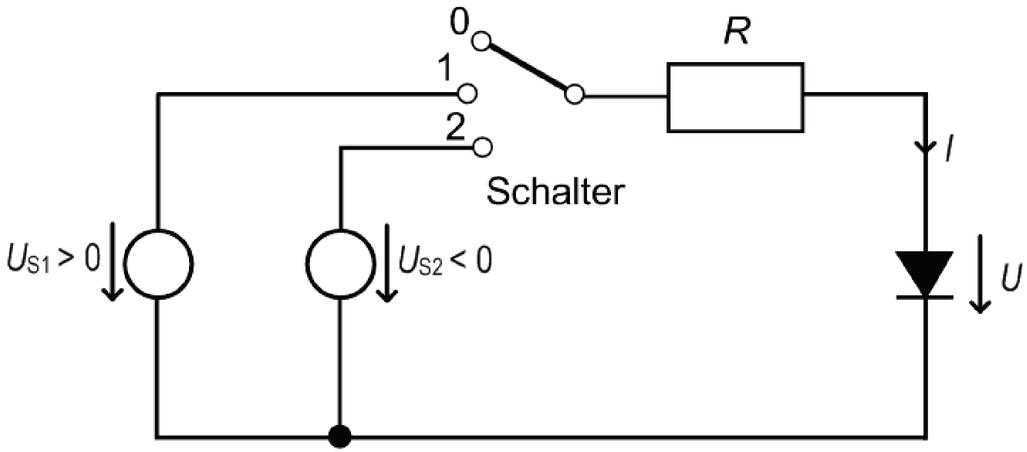


Bild: Pierret, Semiconductor Device Fundamentals

Hier: (Qualitative) Analyse des Großsignalverhaltens beim Ein- und Umschalten.

$0 \rightarrow 1$: Einschalten
$1 \rightarrow 0$: Ausschalten
$1 \rightarrow 2$: Umschalten



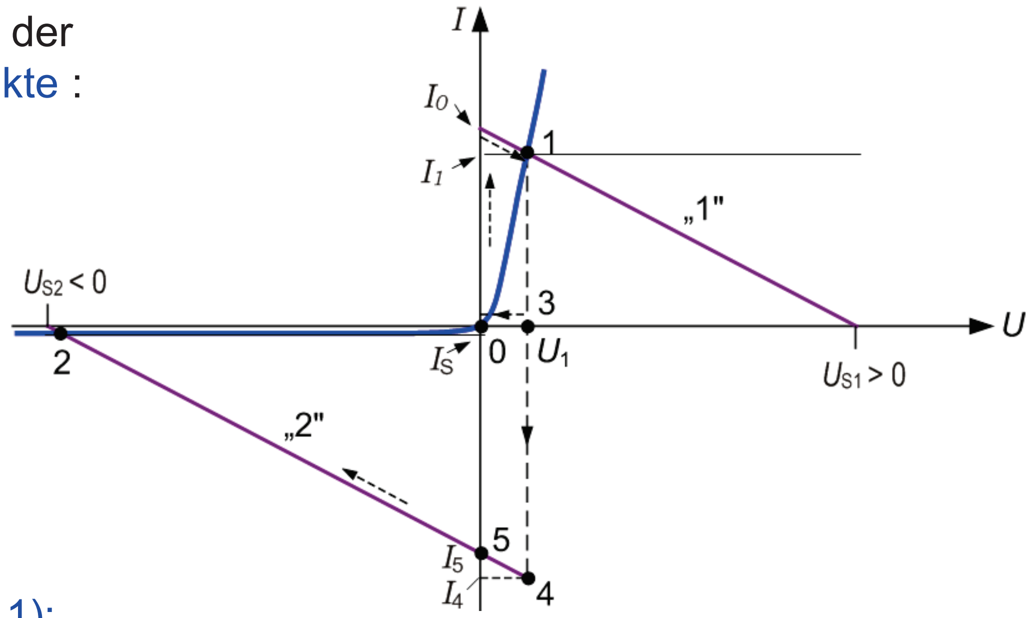
Ermittlung der stationären Arbeitspunkte:

$$\frac{U_{s1,2} - U}{R} = I_S \left(e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right)$$

Großsignalverhalten und Umschaltvorgänge

Karlsruhe Institute of Technology

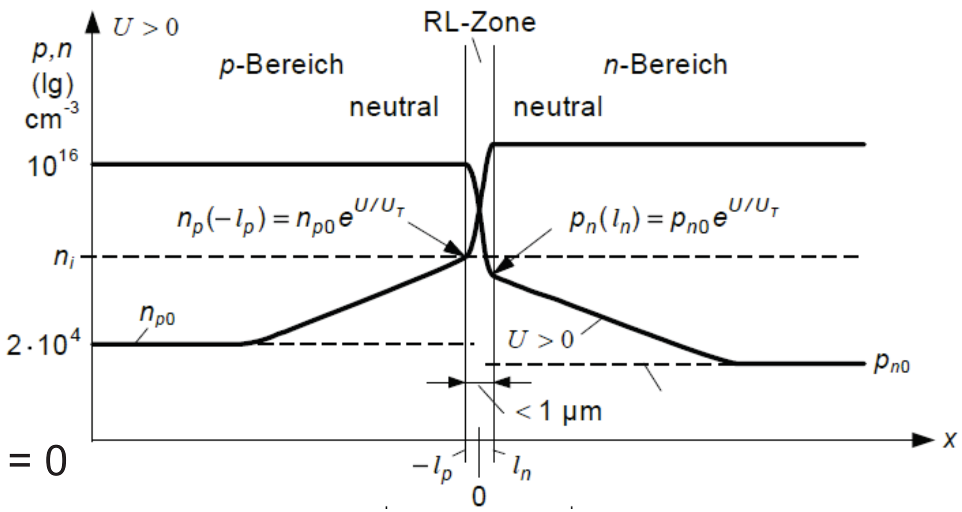
Graphische Ermittlung der
stationären Arbeitspunkte :



Einschaltvorgang (0 → 1):

- Dominanter Effekt bei Vorwärtsspannung: Ladungsspeicherung in den Diffusionszonen
- Spannung am pn-Übergang ist direkt mit der Ladungsträgerkonzentration in der DZ verknüpft:

$$u(t) = U_T \ln\left(\frac{p_n(l_n, t)}{p_{n0}}\right)$$

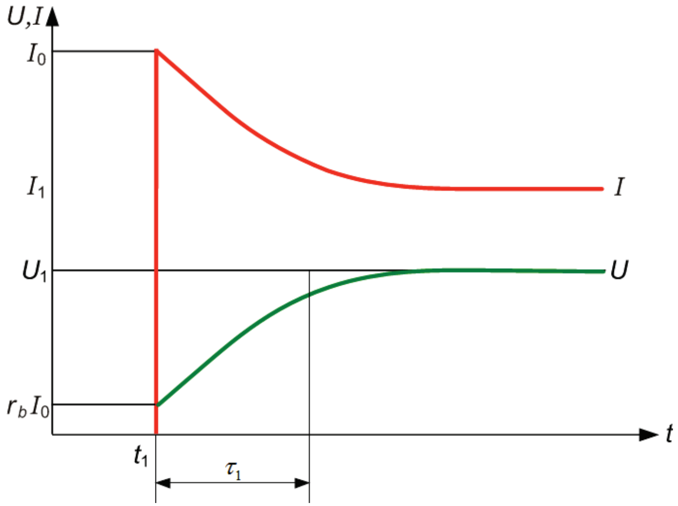


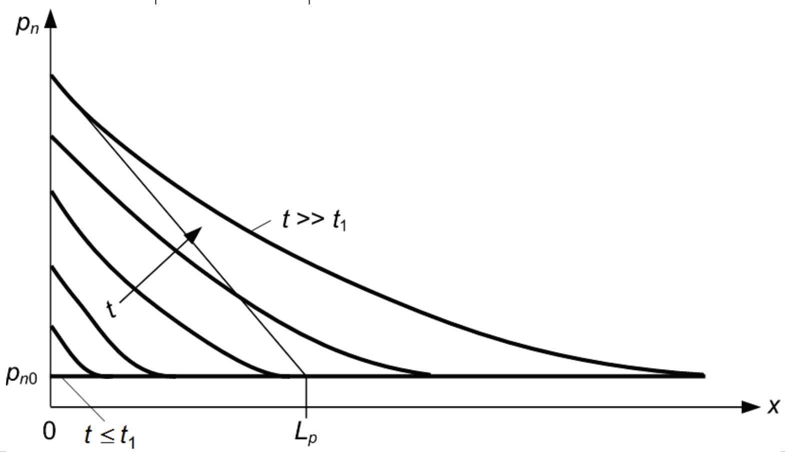
⇒ Kein Spannungsabfall am pn-Übergang bei t = 0
Aufbau einer Diffusionszone für t > 0

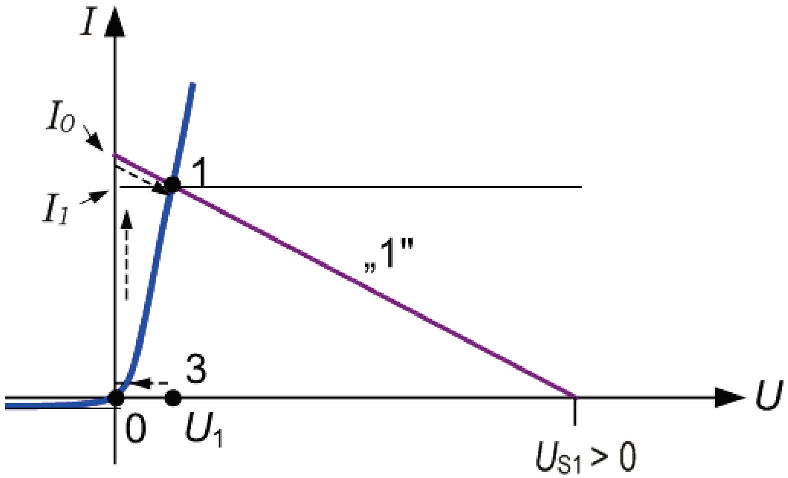
Einschaltvorgang

Spannungsansteuerung:

⇒ Überschwingen des Stromes am Anfang (kein Spannungsabfall am pn-Übergang); dann allmählicher Aufbau der DZ

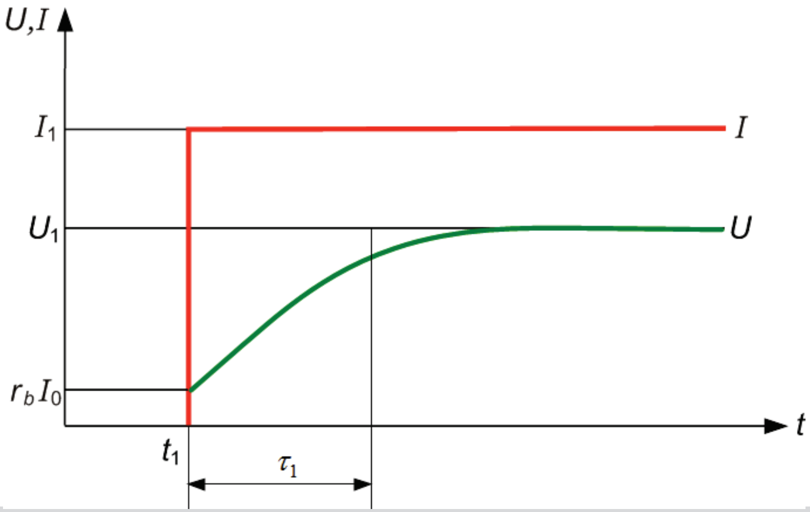






Alternativ: Ansteuerung mit einer Stromquelle

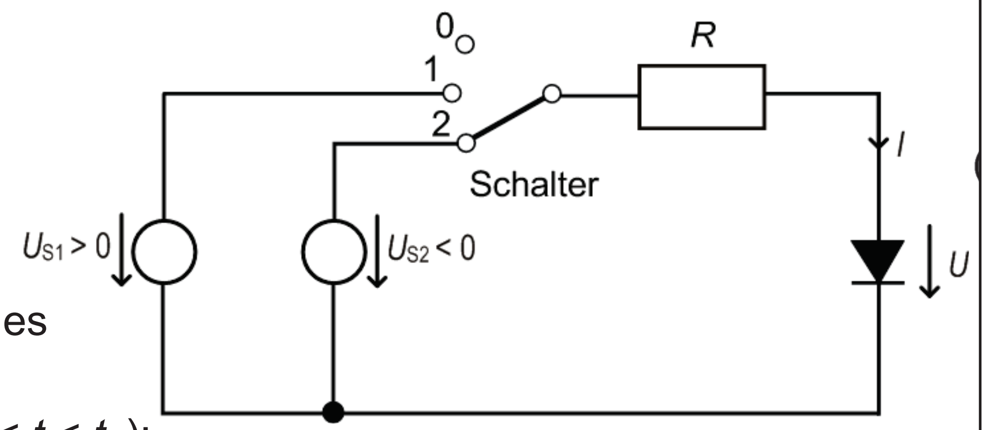
⇒ Konstanter Stromfluss; Spannung an der Diode nähert sich asymptotisch an ihren Grenzwert an.



Aus- und Umschaltvorgang

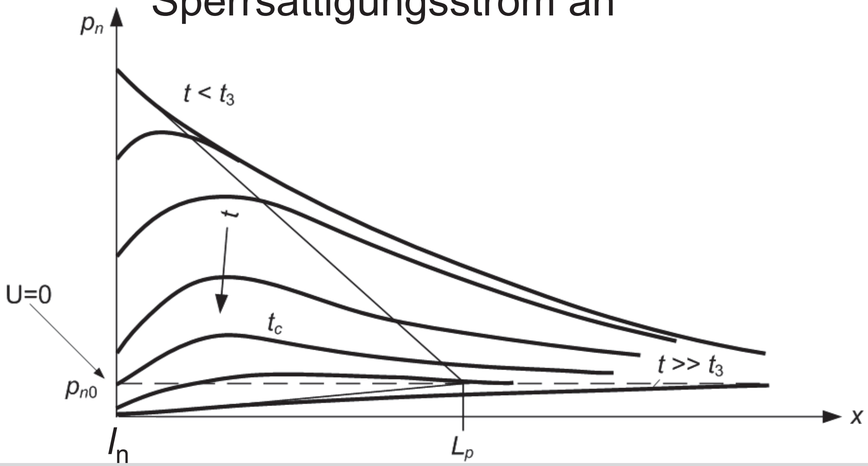
Ausschalten 1 → 0 bei t = t_2:

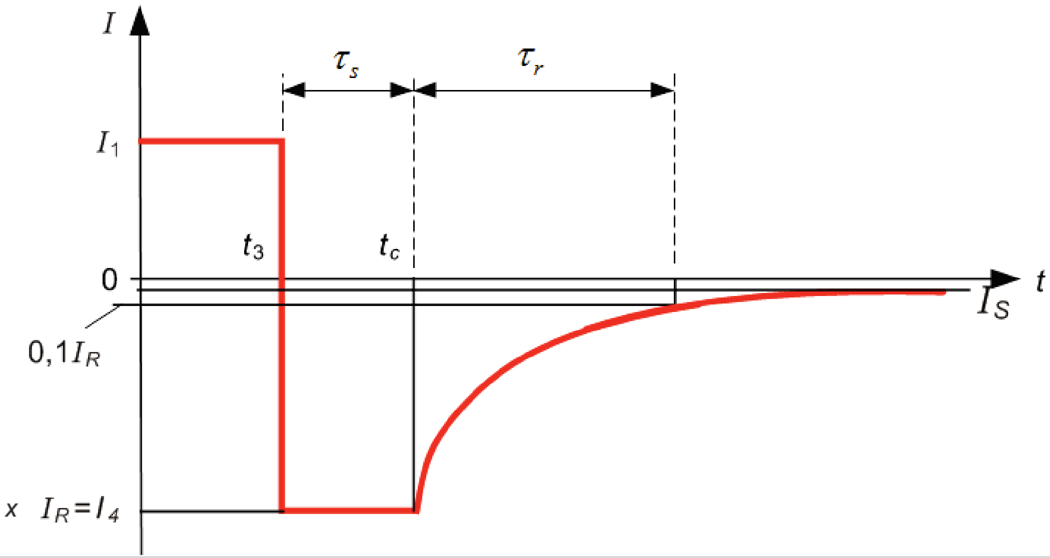
Öffnen des Schalters ⇒ $I = 0$ ⇒ Minoritätsträger in der Diffusionszone verschwinden innerhalb der Minoritätsträgerlebensdauer τ_n bzw. τ_p.



Umschalten 1 → 2 bei t = t_3: Umkehr / Abfall des Stromes in zwei Phasen

1. Konstanter Strom in Rückwärtsrichtung ($t_3 < t < t_C$):
   Abbau der Raumladungen in den Diffusionszonen durch einen Stromfluss in Rückwärtsrichtung
2. Stromabfall ($t_C < t < t_C + \tau_r$):
   Diode sperrt; Strom nähert sich dem Sperrsättigungsstrom an





Dynamik des Umschaltvorgangs

Für $t < t_3$: Konstanter Stromfluss I_1 in Vorwärtsrichtung

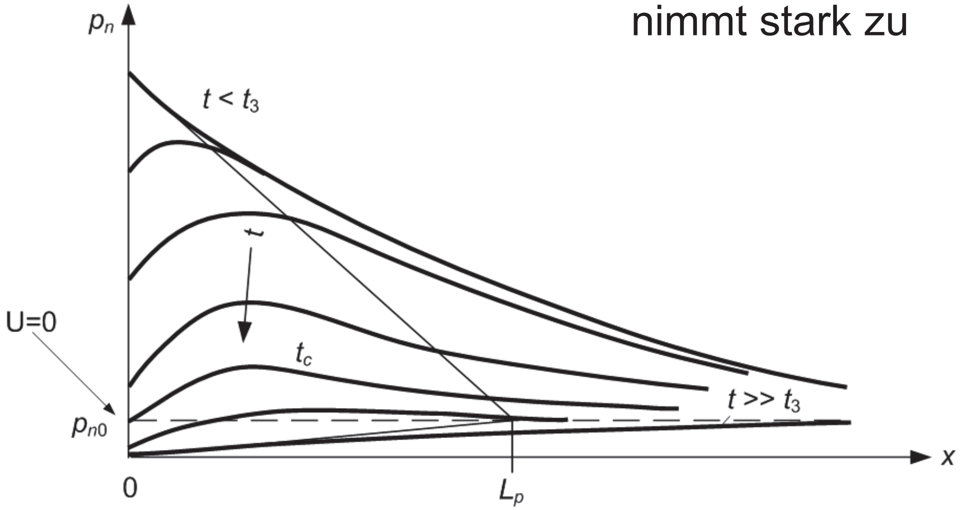
Für $t_3 < t < t_C$: $p_n(l_n,t) \geq p_{n0}$: Konstanter Strom

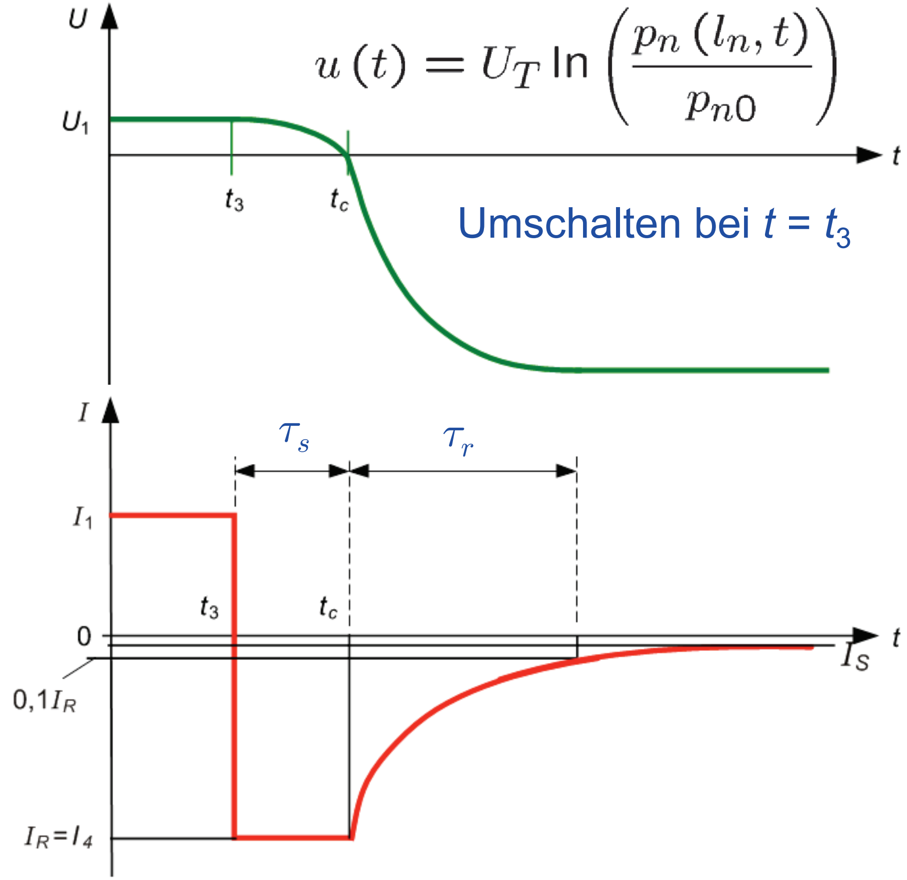
- Spannung am pn-Übergang ändert sich kaum mit abklingendem Minoritätsträgerüberschuss!
- Rückwärtsstrom wird durch die Gegenspannung $U_2 < 0$ und durch den Widerstand R bestimmt.

$\Rightarrow$ Näherungsweise konstanter Stromfluss I_R in Rückwärtsrichtung während einer Dauer τ_s („Storage Delay Time“); dabei allmählicher Abfall der Spannung am pn-Übergang

Für $t > t_C$: $p_n(l_n,t) \leq p_{n0}$: Stromabfall

- Diode sperrt und Stromfluss nimmt stark ab mit Zeitkonstante τ_r („Recovery Time“)
- Spannungsabfall am pn-Übergang nimmt stark zu





Zeitkonstanten des Umschaltvorganges

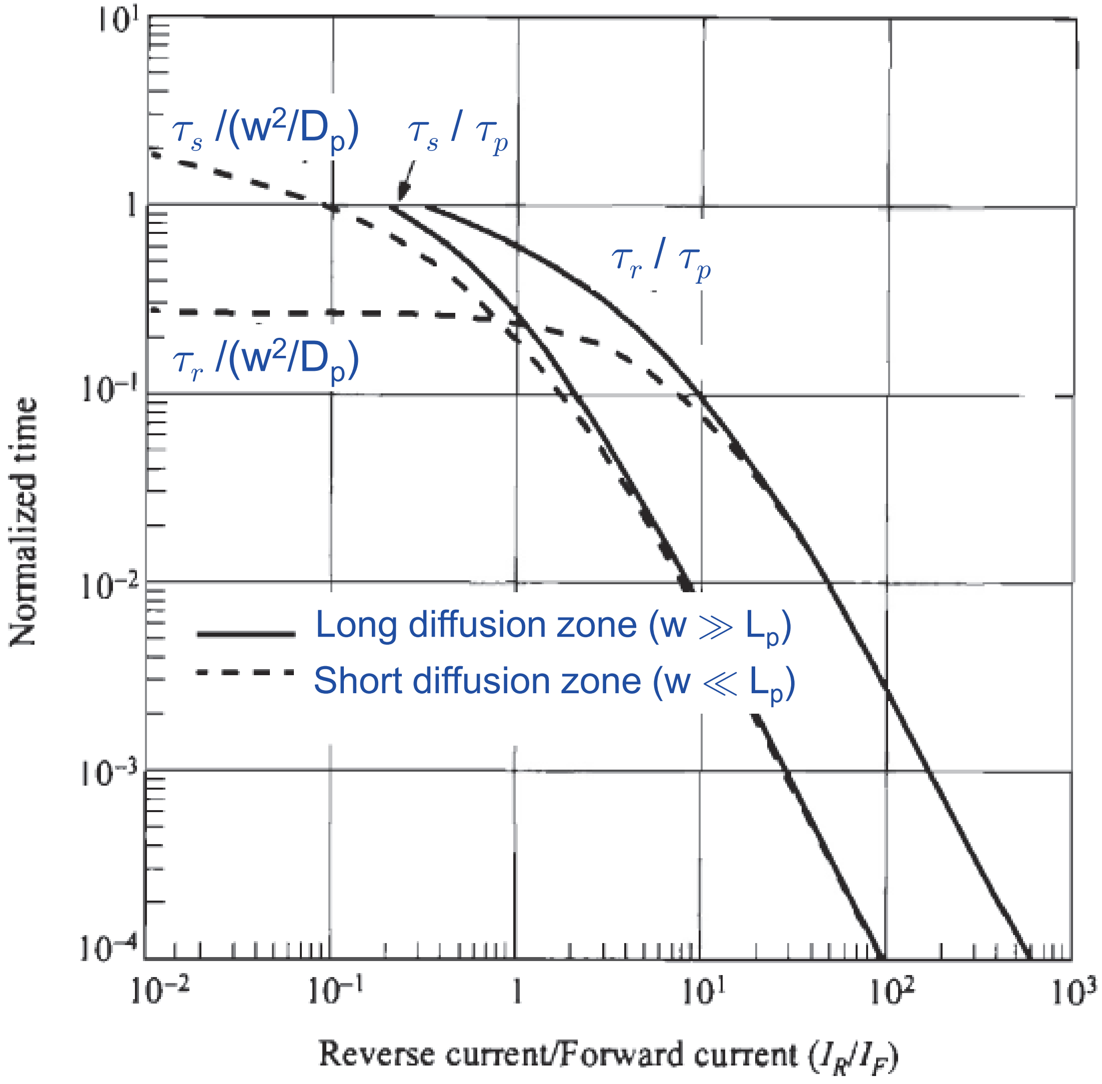


Bild: Sze, Physics of Semiconductor Devices

Numerische Berechnung der Zeitkonstanten τ_r und τ_s

p^+-n-Übergang: $n_A \gg n_D$

$\Rightarrow$ Löcher-Diffusionsstrom dominiert den Gesamtstrom durch die Diode

- Zeitkonstanten nehmen mit wachsendem Rückwärtsstrom stark ab (schnellerer Abzug der verbleibenden Minoritätsträger)
- Die Zeitkonstanten sind für kurze Diffusionszonen kleiner als für lange Diffusionszonen (kleinere Diffusionszonen; außerdem Abbau von Minoritätsträgern durch Rekombination an den Rändern)

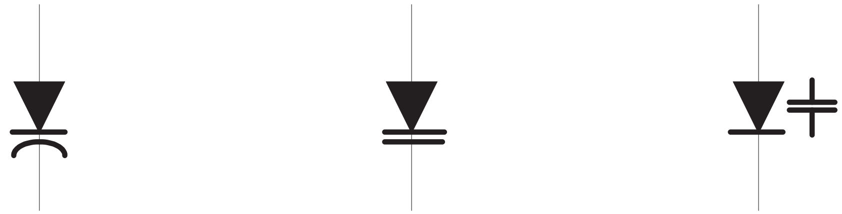
Kapitel 7:
Spezielle pn-Dioden

Varaktor-Dioden („Kapazitätsdioden“)

- Varactor = Variable Reactance

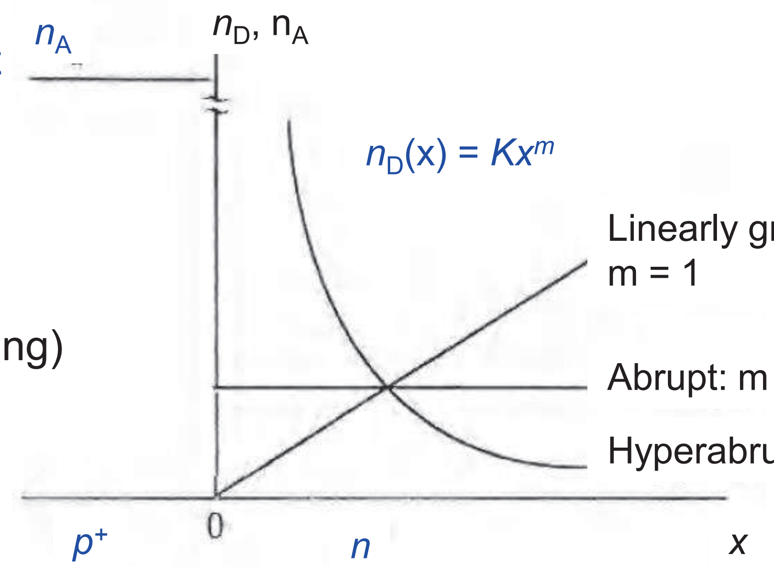
$\Rightarrow$ Änderungen der kapazitiven Eigenschaften mit der DC-Vorspannung

- Spannungs-Kapazitäts-Charakteristik lässt sich über das Dotierprofil einstellen



Die spannungsabhängige Sperrschicht-Kapazität C_S ergibt sich (auch für beliebige Dotierprofile) aus der Formel für den Plattenkondensator:

$$C_S = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{l(U)}$$

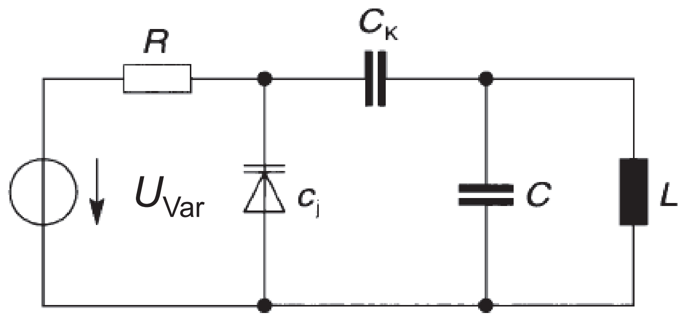


Für eine einseitig-abrupte Dotierung (p^+n-Übergang) mit $n_D(x) = Kx^m$ ergibt sich :

$$l(U) \approx l_n(U) = \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_r (m+2)}{eK}(U_D - U)\right)^{\frac{1}{m+2}}$$

Für m = - 3/2 (hyperabrupte Dotierung) lässt sich damit die Resonanzfrequenz eines LC-Schwingkreises proportional zur angelegten Spannung verändern:

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \propto (U_D - U)$$



Bilder: Reisch, Halbleiter-Bauelemente / Streetman, Solid-State Electronic Devices

Leistungsgleichrichter: p^+-s-n^+- und p^+-n-n^+-Strukturen

Anforderungen an Dioden in Leistungsgleichrichtern:

- Hohe Durchbruchfestigkeit $\Rightarrow$ Schwache Dotierung, lange Raumladungszone!
- Kleiner Sperrstrom $\Rightarrow$ Starke Dotierung!
- Geringer Spannungsabfall in den Bahngebieten $\Rightarrow$ Starke Dotierung!

Konventioneller *p*-*n*-Übergang:

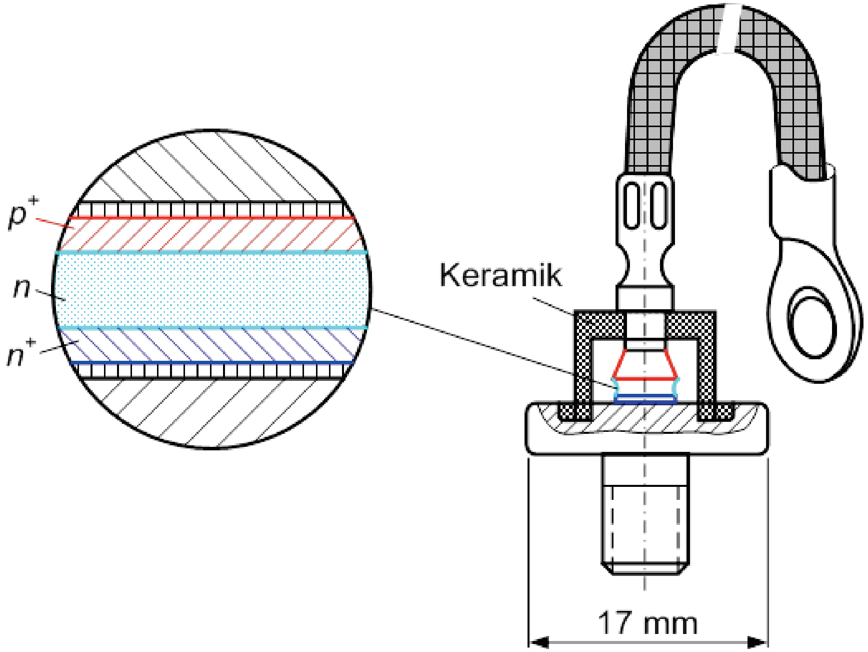
$$I_S = Aen_i^2\left(\frac{D_n}{L_n n_A}+\frac{D_p}{L_p n_D}\right), \quad l=\sqrt{\frac{2\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}(U_D-U)\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_D}\right)}, \quad E_m=-\sqrt{\frac{2e}{\varepsilon_r\varepsilon_0}\frac{U_D-U}{\left(\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_D}\right)}}$$

Lösung der widersprüchlichen Anforderungen durch Einführen einer undotierten oder schwach dotierten Schicht zwischen hochdotierten p^+- und n^+-Gebieten

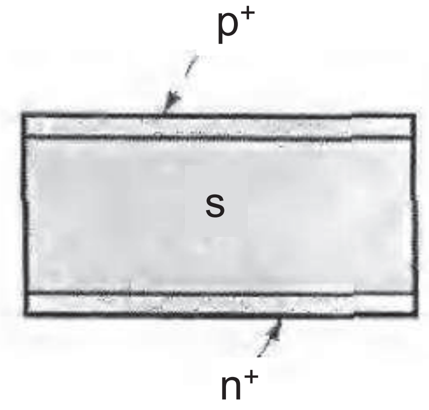
$\Rightarrow$ p^+-s-n^+- bzw. p^+-n-n^+-Strukturen

↑

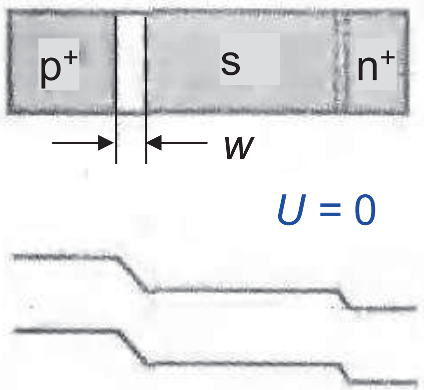
schwache Dotierung / „soft“ doping level

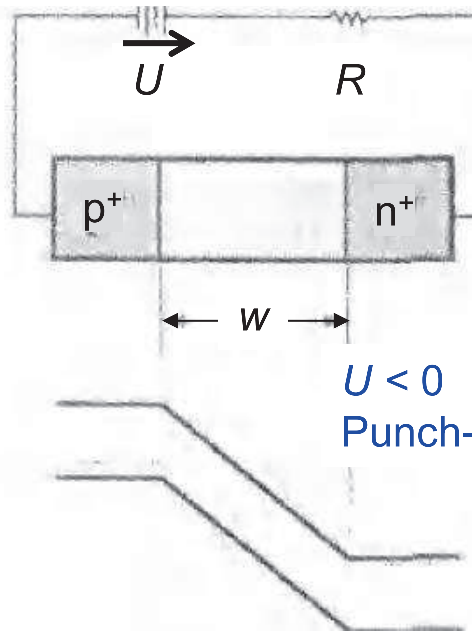


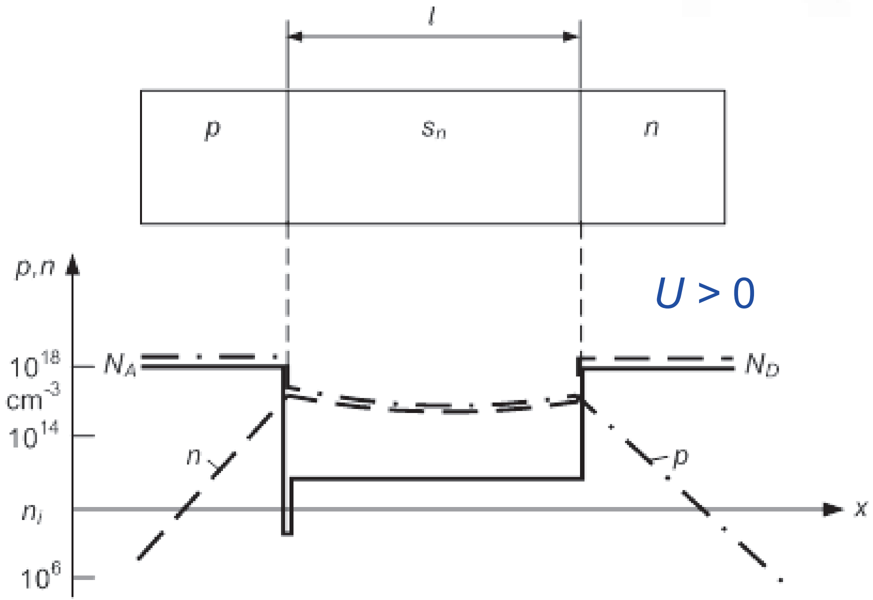
Wirkungsweise der *p-i-n* bzw. *p^+-s-n^+*-Strukturen



Bilder nach Streetman,
Solid-State Electronic Devices







- Sperrspannung: Schwach dotiertes Gebiet wird hochohmig; gleichzeitig kleine Minoritätsträgerdichte am Rand der RLZ

⇒ Kleine Sperrströme
- Hohe Sperrspannungen: Schwach dotierte Zone komplett ausgeräumt („Punch-Through“)

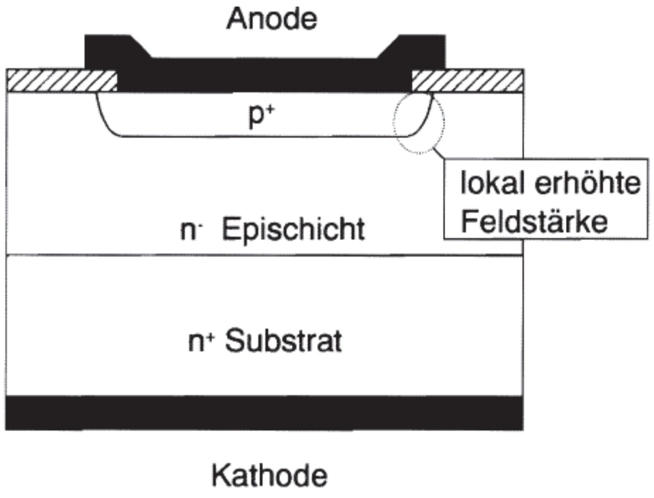
⇒ Sperrspannung fällt über breite Schicht ab

⇒ Geringe Feldstärke, hohe Durchbruchfestigkeit
- Flusspolung: Ladungsträger werden aus n^+ und p^+-Gebieten in schwach dotiertes Gebiet injiziert

⇒ Hohe Leitfähigkeit, kleiner Bahnwiderstand

Vermeidung von Durchbrüchen am Rand

Problem bei praktischen Bauteilen: Krümmung des p-n-Überganges am Rand führt zu inhomogenen elektrischen Feldern und lokalen überhöhten Feldstärken
⇒ „Randdurchbruch“



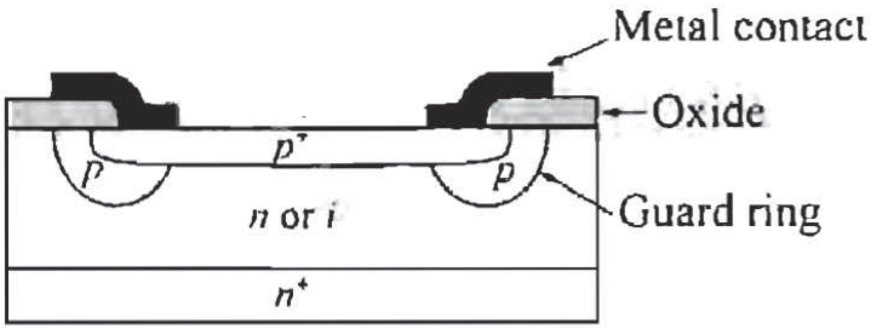
Lösungen:

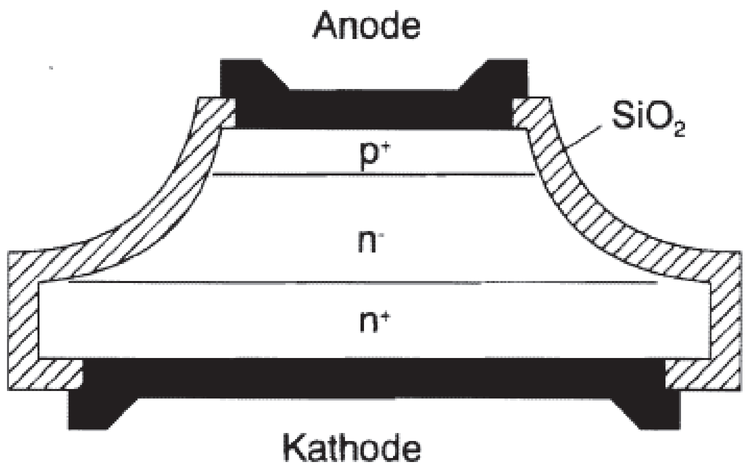
- Guard-Band: Ringförmiges p-Gebiet, das den p-n-Übergang umschließt

⇒ Verringerung der Feldstärke am Rand

- Mesa-Struktur mit abgeschrägten Seiten und Oxid-Passivierung

⇒ Geringe Feldstärken und geringere Zahl an Rekombinationszentren im Randbereich





Bilder: Reisch, Halbleiter-Bauelemente / Sze, Physics of Seminconductor Devices

p-i-n-Dioden

p-n-Übergang mit undotierter Zone zwischen dem *p*- und dem *n*-Gebiet

- Geringe Feldstärke bei gegebener Potentialdifferenz

⇒ Hohe Durchbruchspannung; geeignet für Leistungsgleichrichter (oft als p⁺-s-n⁺, s.o.)

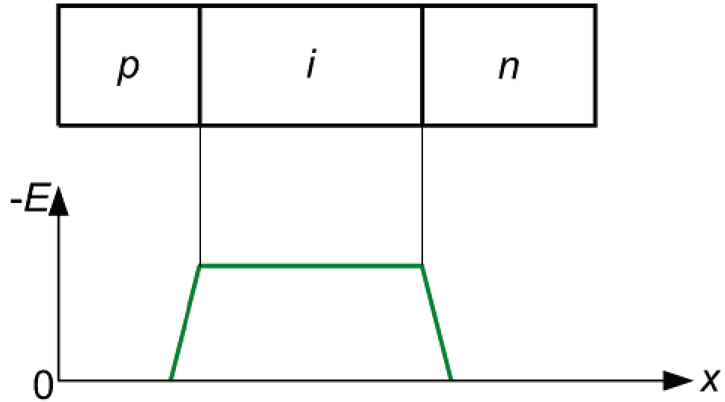
- Geringe Sperrschichtkapazität; diese ist praktisch spannungsunabhängig

⇒ Verwendung für HF-Anwendungen!

- Bei Betrieb mit Vorspannung in Vorwärtsrichtung mit sehr hohen Frequenzen :
  - Träger in der i-Zone werden während einer Periode nicht vollständig ausgeräumt
  - *p-i-n*-Diode verhält sich wie ein ohmscher Widerstand, dessen Wert durch den Gleichstrom in Vorwärtsrichtung definiert ist (ohne Herleitung):

$$G_0 = \frac{I_0 \tau (\mu_n + \mu_p)}{w^2}$$

⇒ Verwendung in einstellbaren HF-Dämpfungsgliedern!



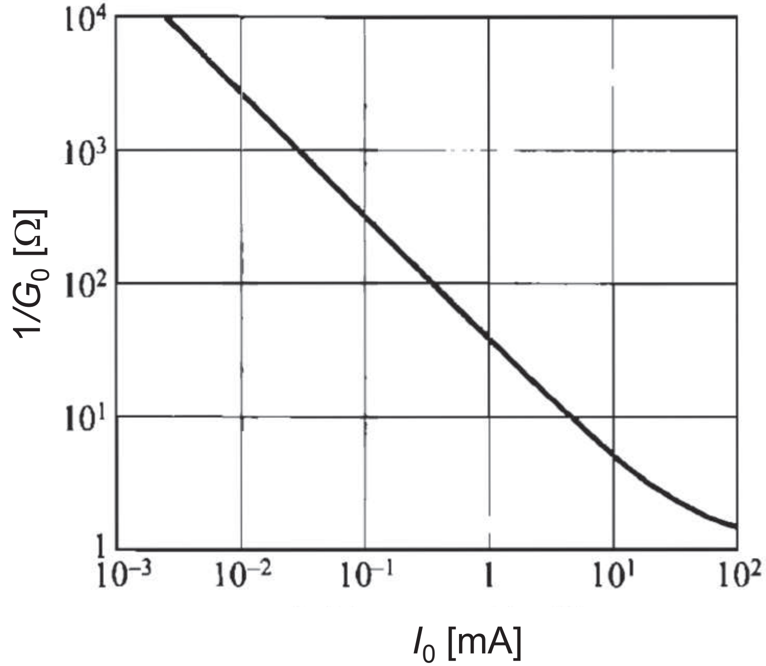
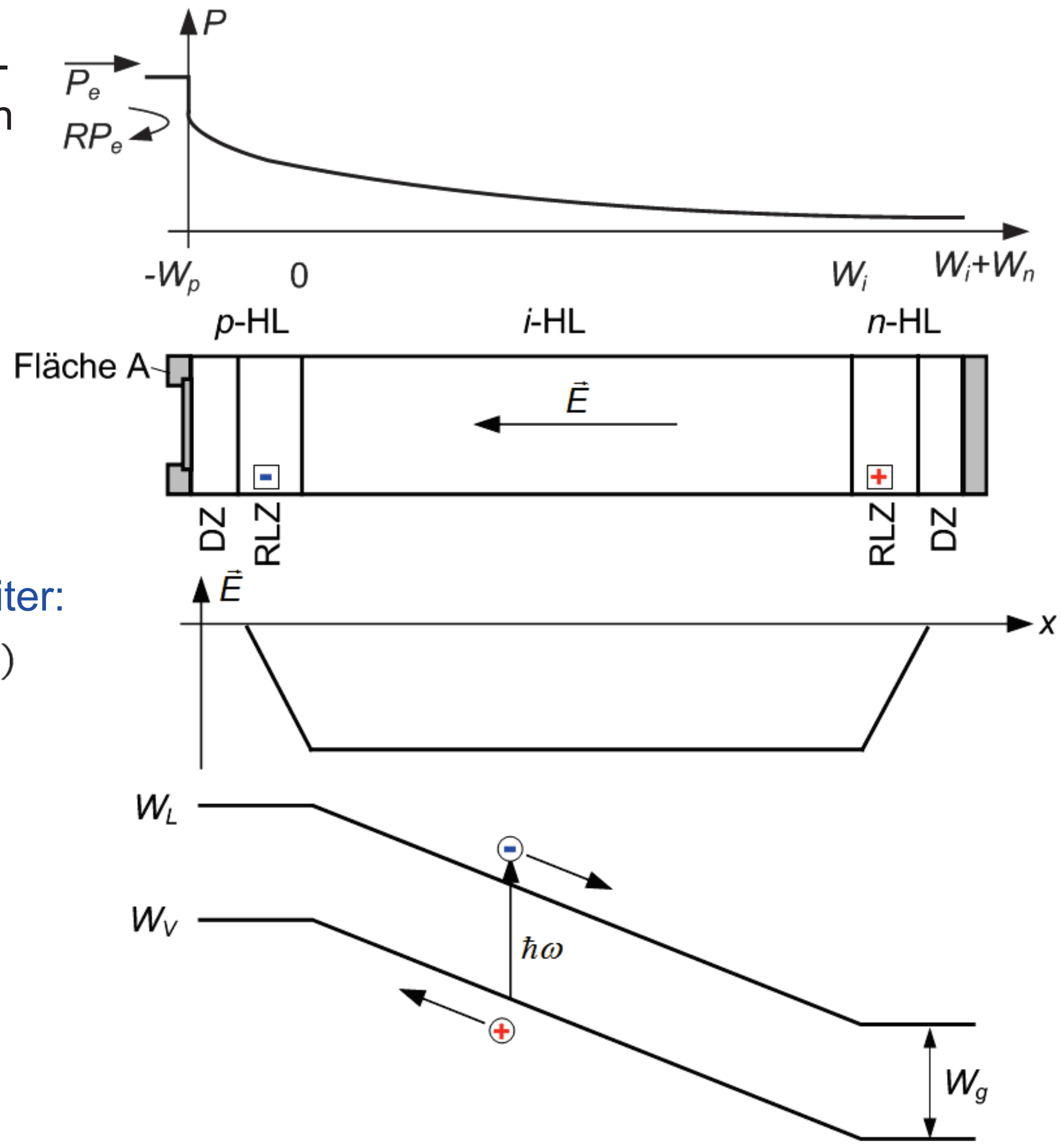


Bild: Sze, Physics of Seminconductor Devices

p-i-n-Photodiode

Funktionsprinzip:

- Photonen werden in der RLZ eines *p-i-n*-Überganges absorbiert und erzeugen ein Elektron-Loch-Paar.
- Das interne elektrische Feld trennt die Ladungsträger und führt damit zu einem (negativen) Strom im Außenkreis.
- Vorteil der *p-i-n*-Struktur: Ausgedehnte RLZ, in der Photonen mit hoher Wahrscheinlichkeit absorbiert werden.



Quantitative Analyse:

Verlauf der optischen Leistung im Halbleiter:

$$P(x,t) = P_e(t)(1-R)\,e^{-\alpha(x+w_p)}$$

Zugehörige Generationsrate:

$$g(x,t) = \frac{1}{A}\frac{\alpha}{\hbar\omega}P(x,t)$$

Weitere Vereinfachungen:

- Stationärer Zustand ($\partial/\partial t = 0$)
- Eindimensionale Rechnung
- Vernachlässigung der Rekombination

p-i-n-Photodiode

Photostrom im Außenkreis:

$$\begin{aligned} I_P &= A J_n(w_i) \\ &= -\frac{e}{\hbar\omega} P_e (1-R)\, e^{-\alpha w_p} \left(1 - e^{-\alpha w_i}\right) \\ &= -\mathcal{R} P_e \end{aligned}$$

Anmerkung: Stromfluss in Sperrrichtung, daher $I < 0$

wobei $$\mathcal{R} = \frac{e}{\hbar\omega}(1-R)\, e^{-\alpha w_p}\left(1 - e^{-\alpha w_i}\right) = \frac{e}{\hbar\omega}\eta$$

Empfindlichkeit (engl. Responsivity)

$$\eta = \frac{|I_P|/e}{P_e/\hbar\omega} = (1-R)\, e^{-\alpha w_p}\left(1 - e^{-\alpha w_i}\right)$$

Quantenwirkungsgrad (Anzahl der Elektronen im Außenkreis pro eingestrahltem Photon)

p-i-n-Photodiode

Absorption von Photonen und Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren in verschiedenen Abschnitten der *p-i-n*-Photodiode:

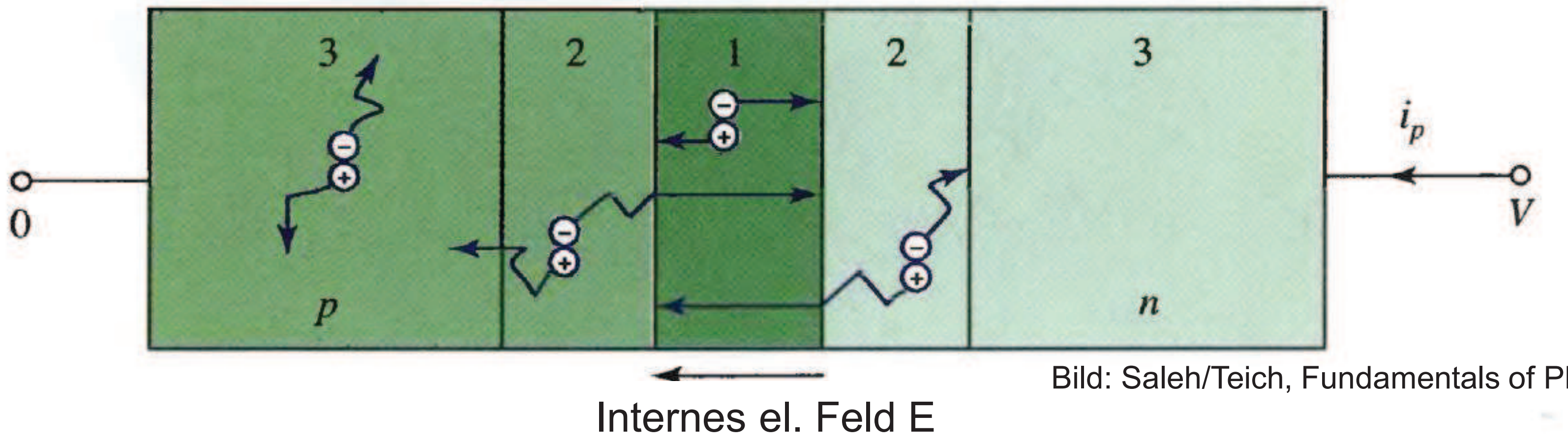


Bild: Saleh/Teich, Fundamentals of Photonics

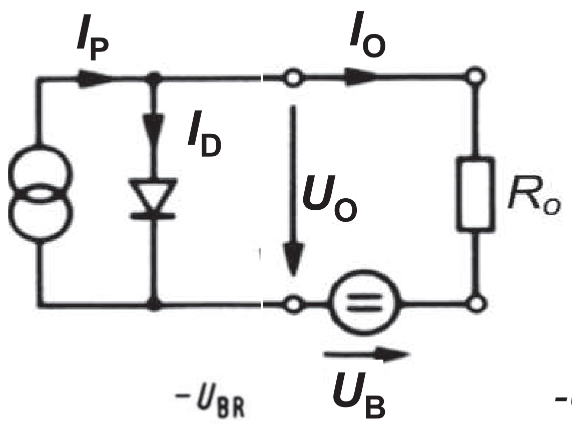
(1) Absorption in der Raumladungszone
- ⇒ Trennung durch internes elektrisches. Feld
- ⇒ Photostrom im Außenkreis

(3) Absorption weit entfernt von der Raumladungszone
- ⇒ Kein elektrisches Feld, Vernichtung des Elektron-Loch-Paares durch Rekombination
- ⇒ Kein Strombeitrag im Außenkreis

(2) Absorption in der Nähe der Raumladungszone
- ⇒ Minoritätsträger kann durch Diffusion in die RLZ gelangen; wird dort vom elektrischen Feld erfasst und trägt zum externen Photostrom bei
- ⇒ Verlangsamt die Antwort der Photodiode

Abhilfe: Heteroübergang; Lichteinfall durch Material mit einer Bandlücke $W_G > \hbar\omega$

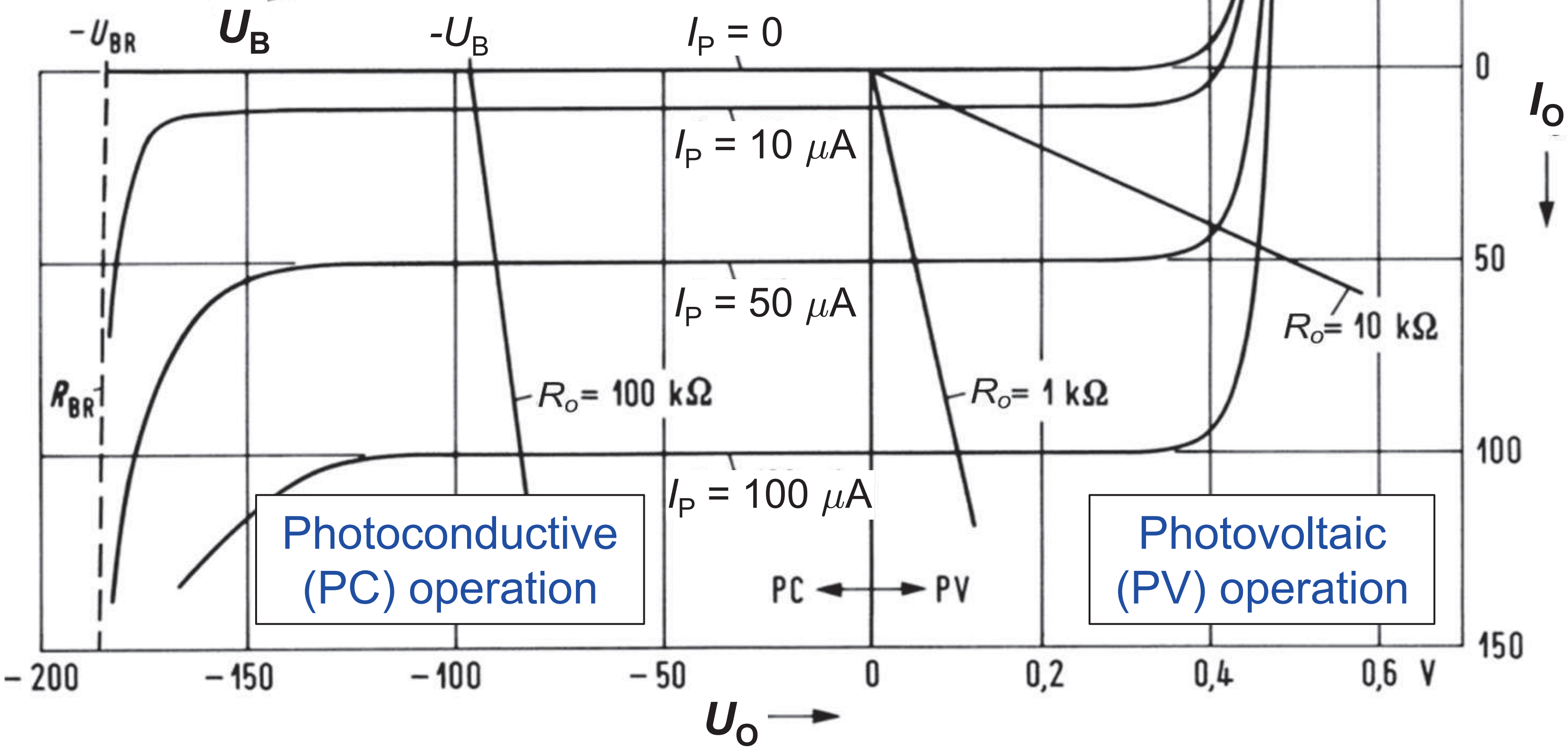
Kennlinienfeld der *p-i-n*-Photodiode



$$I_O = -I_D\,(U_O) + I_P\,(P_e)$$

$I_D\,(U_O)$ Diodenkennlinie

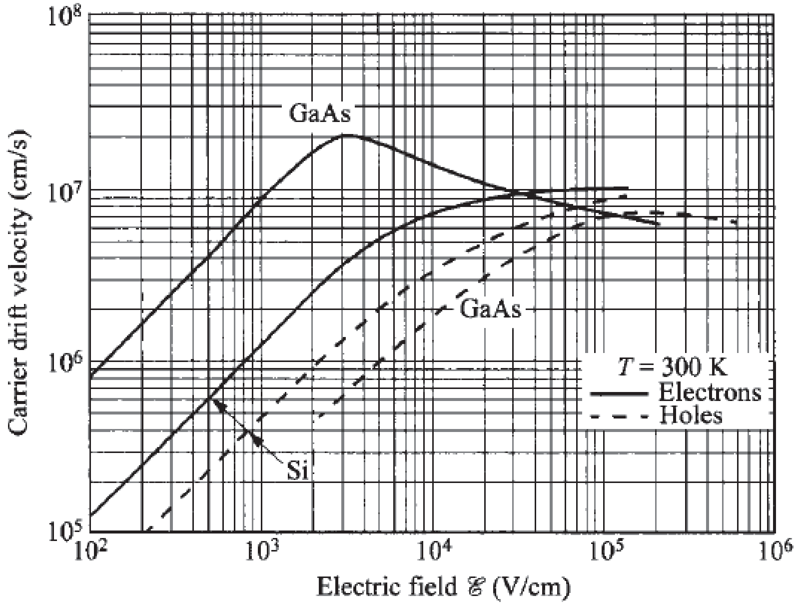
$I_P = \mathcal{R} P_e$ Photostrom

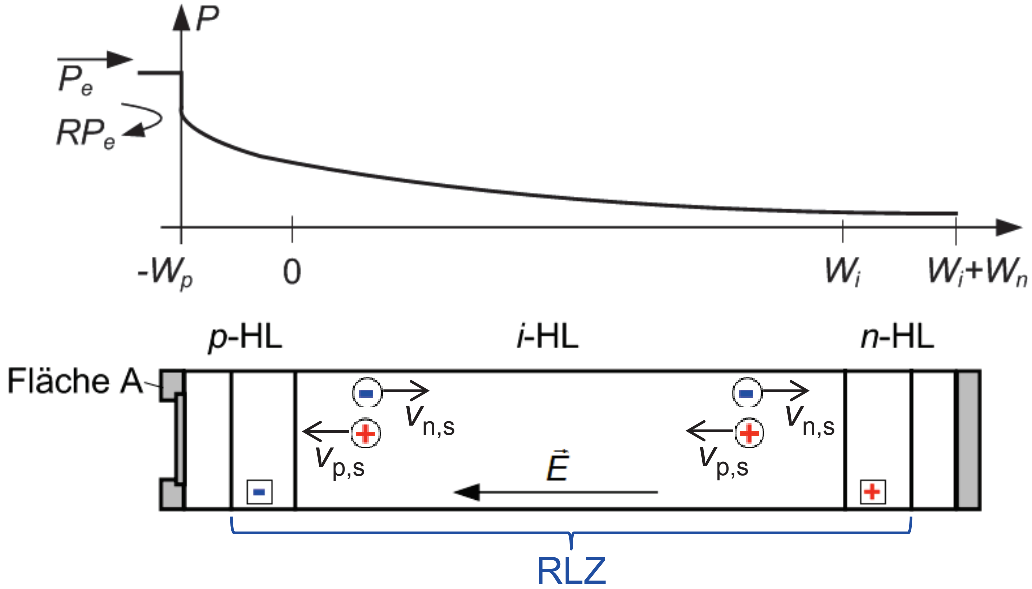


Dynamisches Verhalten der *p-i-n*-Photodiode

Karlsruhe Institute of Technology

Bandbreitenbegrenzung durch Transitzeit τ_{tr} der Elektronen und Löcher in der RLZ:





- Annahme: Starke Sperrspannung, so dass Elektronen und Löcher in der RLZ mit der jeweiligen Sättigungsdriftgeschwindigkeit v_{sn} bzw v_{sp} propagieren.
  ⇒ Driftzeiten von Elektronen und Löchern in der RLZ: $\tau_n = \frac{w_i}{v_{sn}}, \ \tau_p = \frac{w_i}{v_{sp}}$
- Laufzeitbedingte Bandbreitenbegrenzung der p-i-n-Photodiode:

$$f_{3\,\mathrm{dB}} = \begin{cases} 0.44/\tau_n & \text{für } \alpha w_i \to \infty, \\ 0.55/\tau & \text{für } \alpha w_i \to 0, \ \tau_n \approx \tau_p \approx \tau. \end{cases}$$

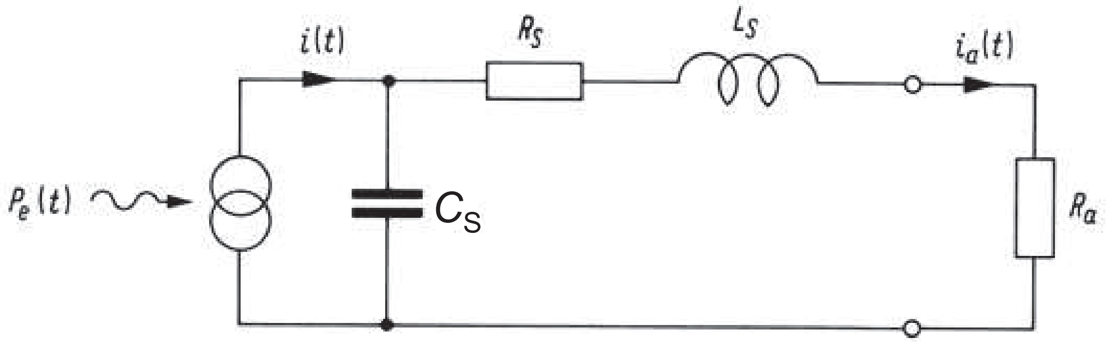
(starke Absorption)
(schwache Absorption)

⇒ Kurze RLZ verringert die Laufzeit und erhöht die Bandbreite
Bei starker Absorption: Lichteinstrahlung in Richtung der sich schneller bewegenden Trägersorte

Dynamisches Verhalten der *p-i-n*-Photodiode

RC-Bandbreitebegrenzung infolge der Sperrschichtkapazität C_S:

$$C_S = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{w_i}$$



⇒ Lange RLZ verringert C_S!
⇒ Zielkonflikt mit Verringerung der Transitzeit durch kurze RLZ.

Diffusion von Minoritätsträgern in die RLZ:

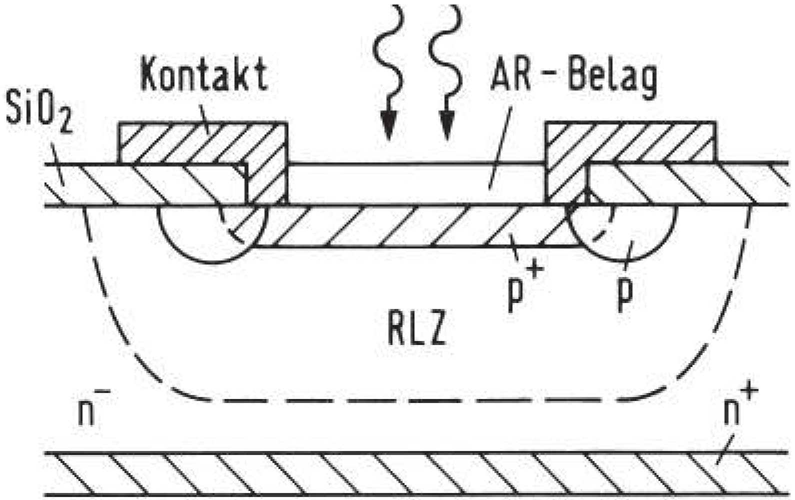
Diffusionsbewegung der Ladungsträger: „Random Walk"
⇒ Mittlere Distanz, die in der Zeit τ zurückgelegt wird: $\Delta x = \sqrt{D\tau}$
⇒ Bandbreitebegrenzung für eine Diffusionszone der Länge $\Delta x = w_{\mathrm{diff}}$:

$$f_{\mathrm{diff}} \propto \frac{D}{w_{\mathrm{diff}}^2}$$

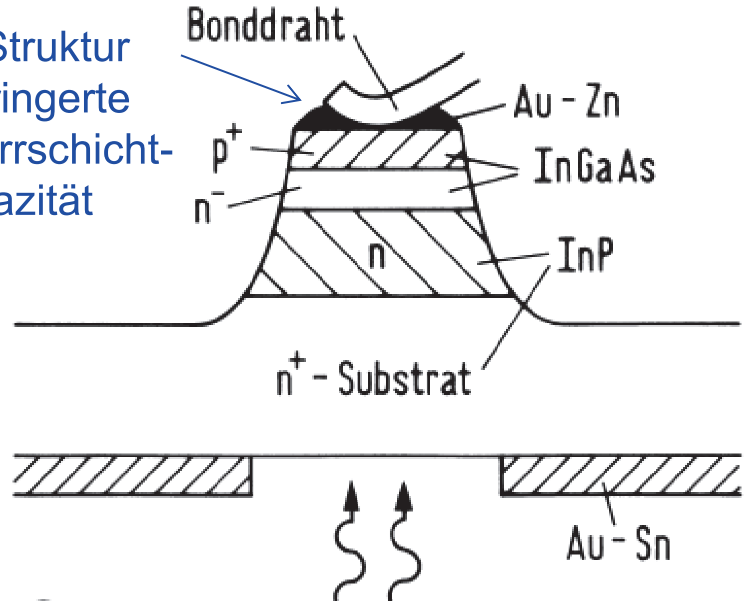
⇒ Designziel: Möglichst keine Absorption in der Nähe der RLZ-Grenze, beispielsweise durch den Einsatz von Heterostrukturen.

Institute of Photonics and Quantum Electronics

Beispiele für *p-i-n*-Photodetektoren



Mesa-Struktur
⇒ Verringerte Sperrschicht-kapazität



Planare Si-Photodiode, Einstrahlung von oben

f_{3dB} = 3 GHz, limitiert durch Transitzeit der Ladungsträger in der RLZ

Photodiode mit InGaAs/InP-Heterostruktur; Beleuchtung durch das InP-Substrat ($W_G > \hbar\omega$)

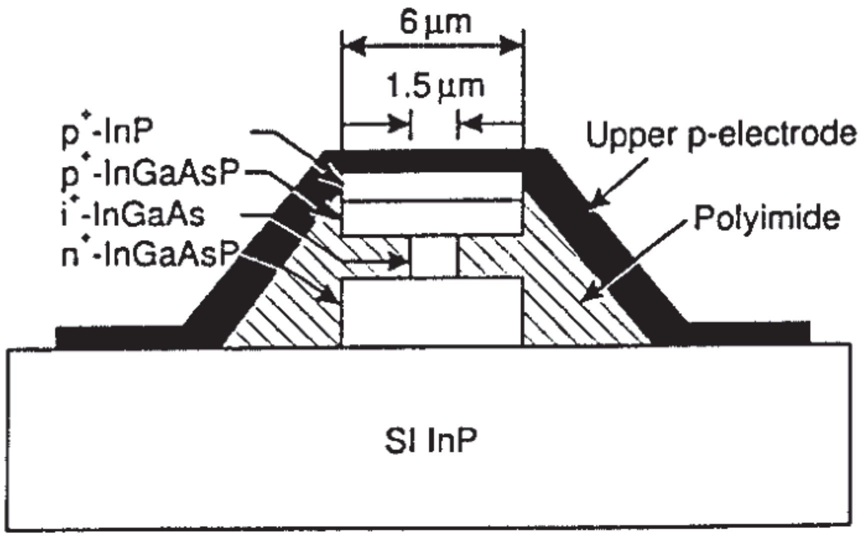
- InGaAs: Geringere Bandlücke (bei λ = 1.653µm) als InP

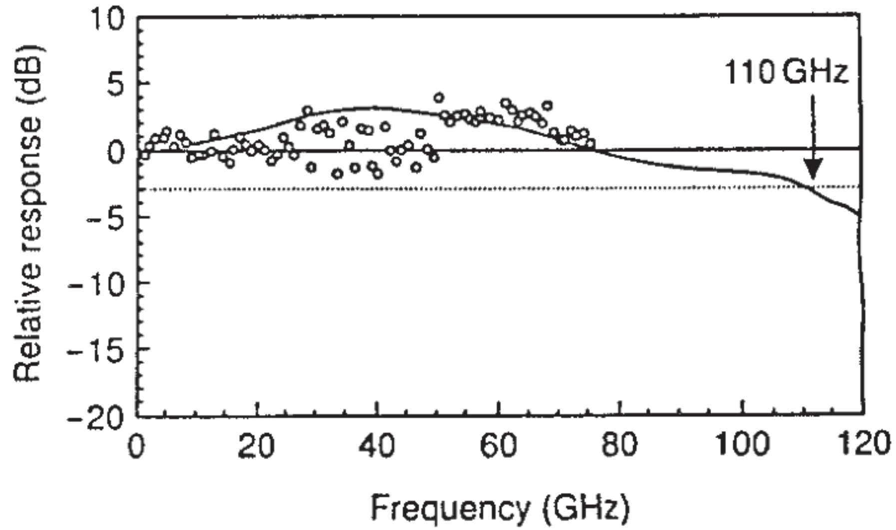
⇒ Photonen werden nicht in der Diffusionszone absorbiert

- Mesa-Struktur ermöglicht verringerte Sperrschicht-Kapazität

⇒ $f_{3dB} \approx$ 100 GHz möglich, begrenzt durch RC-Effekte; allerdings mit geringer Quanteneffizienz (kurze Absorptionszone)

Wellenleiter-basierte Photodioden





Wellenleiter-basierte Struktur; Einkopplung über die Chipkante

$\Rightarrow$ Ermöglicht dünne *i*-InGaAs Absorptionsschicht mit kleinen Transit-Zeiten

InGaAsP:InP-Heterostruktur wobei $W_G > \hbar\omega$ in InP

$\Rightarrow$ Keine Absorption in den Diffusionszonen

Schmaler *i*-InGaAs Absorptionsbereich (1.5 µm breit) + Polyimid (isolierend, kleines ϵ_r)

$\Rightarrow$ Kleine Sperrschichtkapazität

Breite Bahngebiete aus hochdotiertem InGaAsP

$\Rightarrow$ Kleiner Serienwiderstand

$\Rightarrow$ Sehr große 3 dB-Bandbreite: 110 GHz

Bildquelle: Agrawal, Fiber-Optic Communication Systems

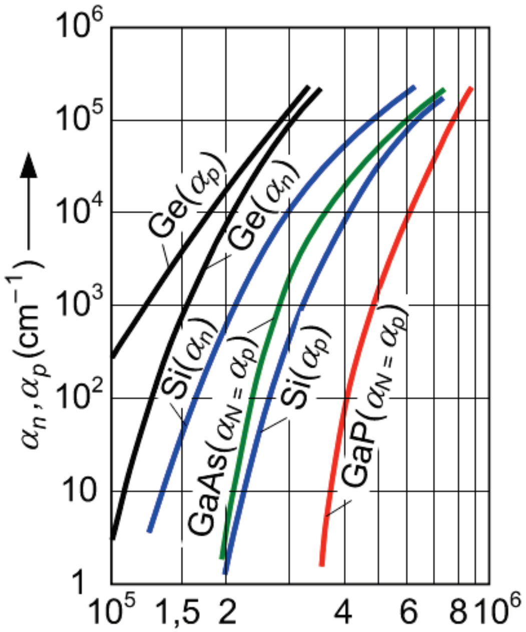
Lawinenphotodiode (Avalanche Photodiode, APD)

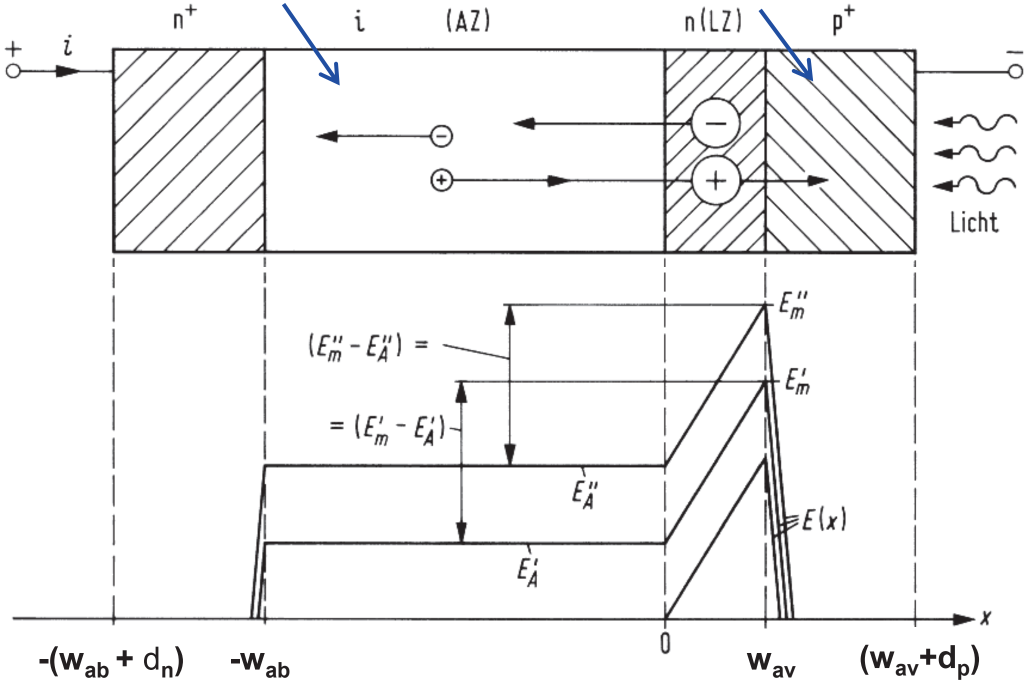
- Dotierungsprofil erzeugt Lawinenzone (LZ) mit starkem elektrischen Feld
- Durch Lichteinstrahlung erzeugte Primärträger werden in die Lawinenzone injiziert und erzeugen dort neue Elektron-Loch-Paare, die den Photostrom um ein Vielfaches verstärken (Lawinenmultiplikationsfaktor M_0)

$\Rightarrow$ Höhere Empfindlichkeit, allerdings auch geringere Bandbreite und stärkeres Rauschen

- Wünschenswert: Stoßionisierung nur durch eine Trägersorte (vermeidet selbsterhaltende Lawine durch Rückkopplung!)
- Häufig verwendet: Silizium-APD; hier dominiert die Stoßionisierung durch Elektronen

Ionisierungskoeffizienten für Elektronen und Löcher:



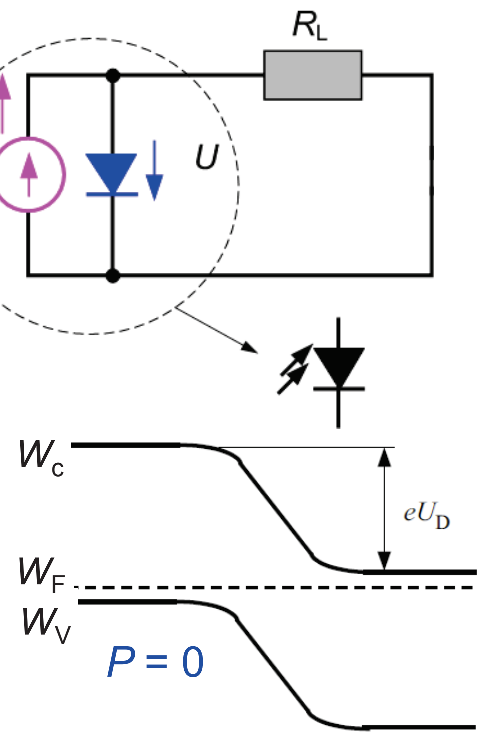


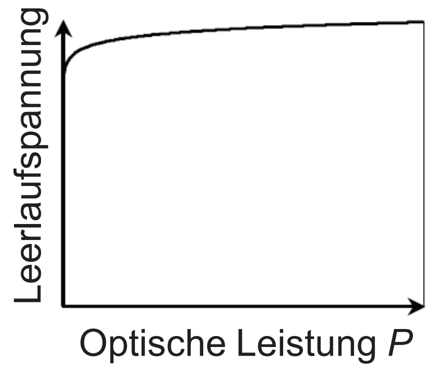
Institute of Photonics and Quantum Electronics

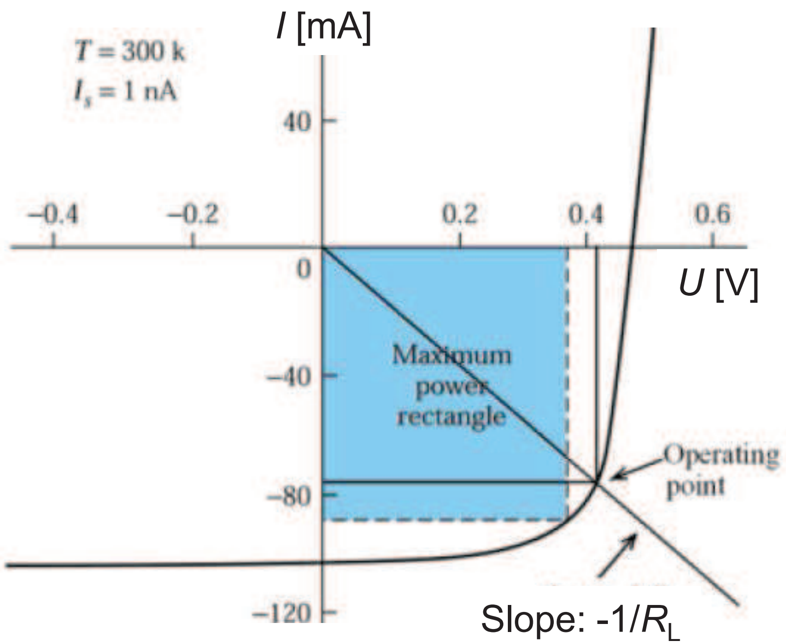
Solarzelle: Elektrisches Verhalten

Prinzip: Bestrahlung eines p-n-Überganges mit angeschlossenem Lastwiderstand R_L

$\Rightarrow$ Maximal erreichbare Leerlaufspannung $eU_{max} \approx W_G$







Maximierung der Ausgangsleistung (Produkt aus Strom und Spannung) durch Wahl eines geeigneten Lastwiderstandes R_L

Bildquelle: Sze, Semiconductor Devices – Physics and Technology / Thuselt, Physik der Halbleiterbauelemente

Solarzelle: Bandlücke und theoretischer Wirkungsgrad

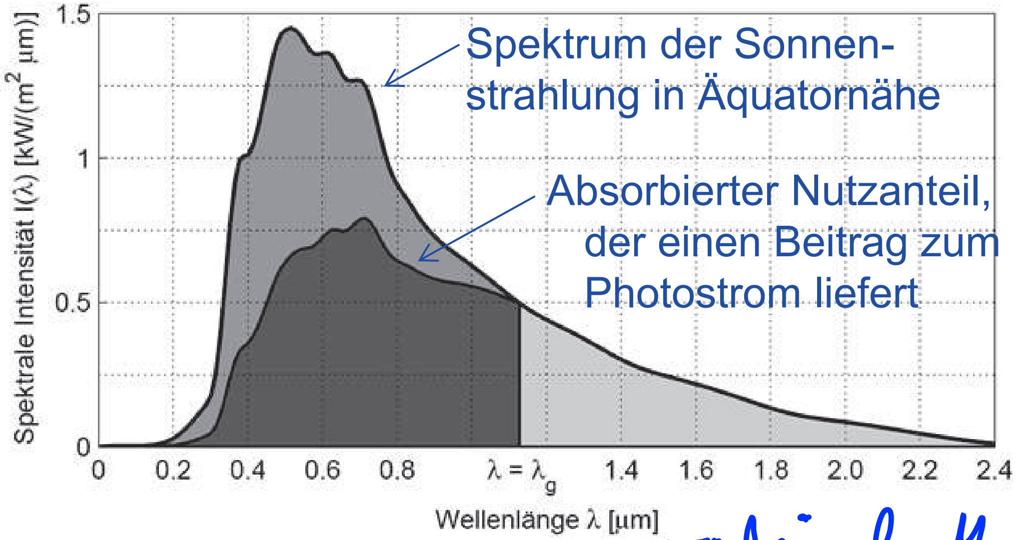
Zielkonflikt bei der Wahl der Bandlücke:

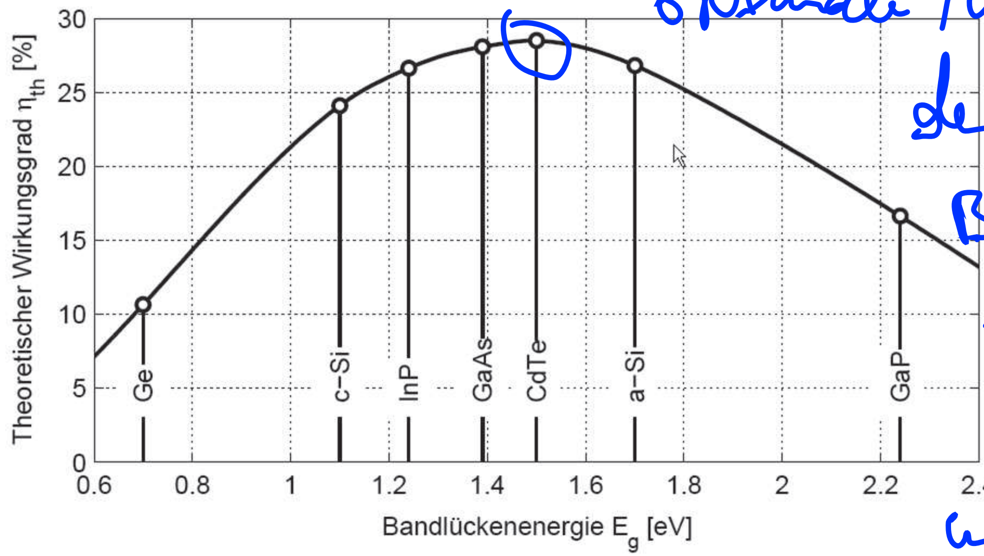
- Große Bandlücke: Große Leerlaufspannung, aber Absorption eines kleinen Anteils des Sonnenspektrums
- Kleine Bandlücke: Absorption eines großen Anteils des Sonnenspektrums, aber geringe Ausgangsspannung

⇒ Theoretisch erreichbarer Wirkungsgrad begrenzt; Maximum wird für eine optimale Bandlücke von ca. 1.5 eV erreicht

Realer Wirkungsgrad wird zusätzlich begrenzt durch:

- Rekombinationsverluste: Elektron-Loch-Paare rekombinieren in der RLZ
- Reflexionsverluste: Ein Teil des Lichtes wird an der Oberfläche reflektiert
- Ohmsche Verluste im Halbleitermaterial und in den Zuleitungen

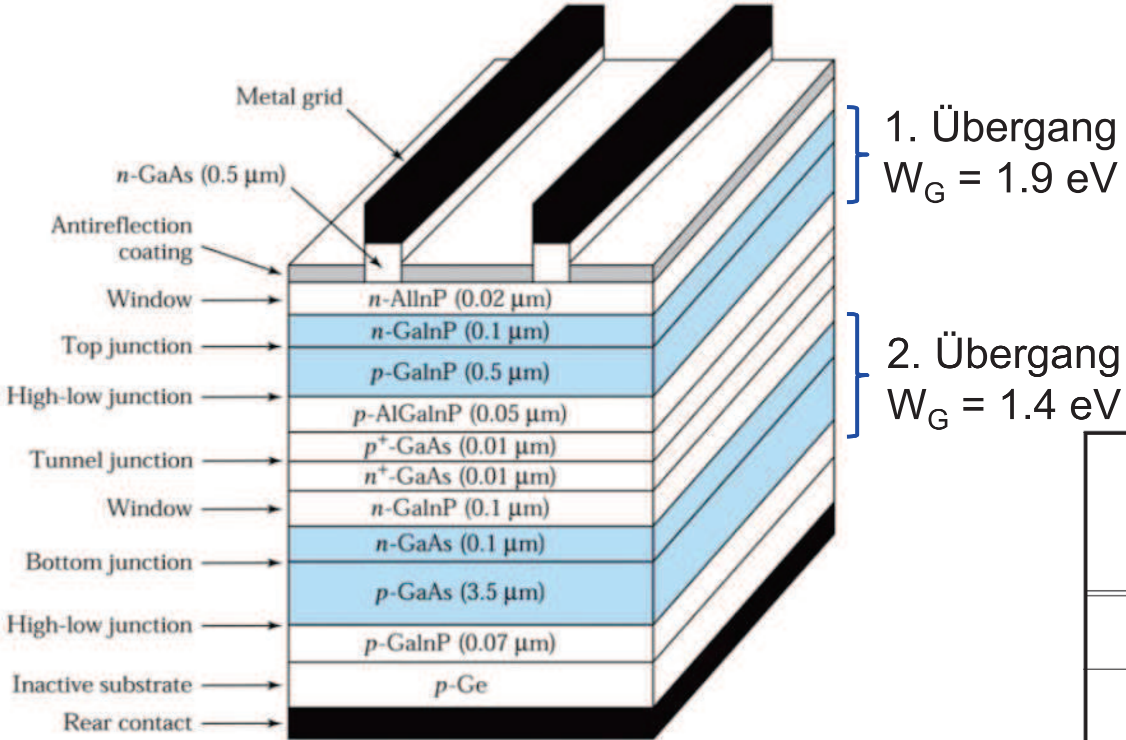




optimale Nutzung der Sonne Bandlücke nicht zu groß und Wid richtig wählen

Bildquelle: Sze, Semiconductor Devices - Physics and Technology; Jon Riatsch, Diss ETH, No. 14130

Tandemzelle und Wirkungsgrade in verschiedenen Materialsystemen

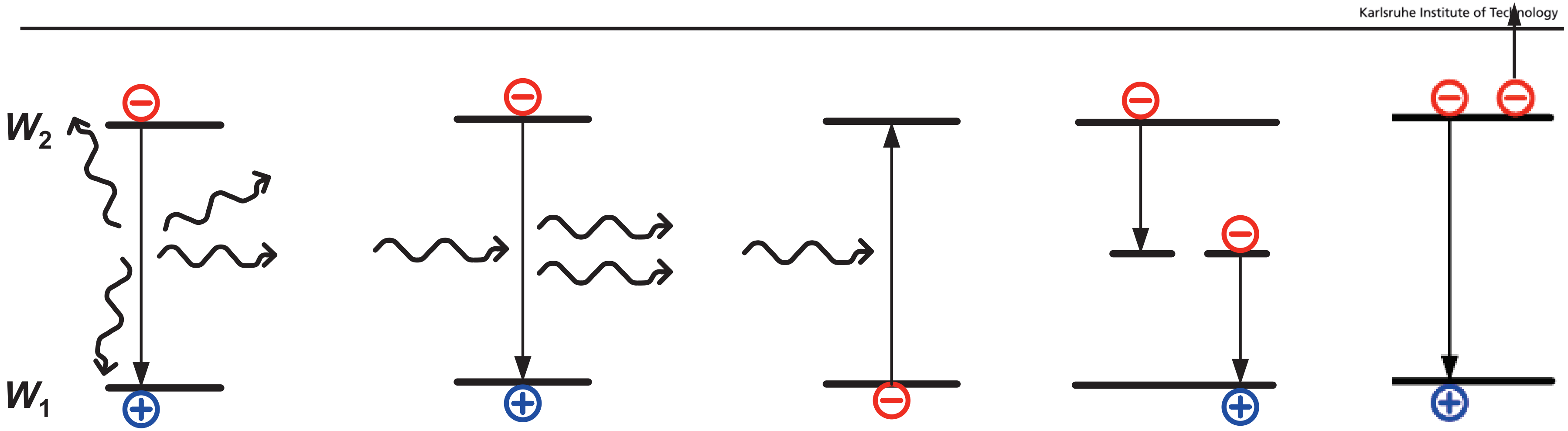


Tandem-Solarzelle: Verbindung von zwei p-n-Übergängen mit verschiedenen Bandlücken
⇒ Effizientere Nutzung des Sonnenspektrums

Material Technologie	Kommerzielle Zellen: Typischer Wirkungsgrad [%]	Kommerzielle Zellen: Maximaler Wirkungsgrad [%]	Laborzellen: Maximaler Wirkungsgrad [%]
Monokristallines Silizium	12 - 15	22.7	24.4
Multikristallines Silizium	11 - 14	15.3	19.8
Amorphes Silizium Einzelzelle	6 - 7	10.2	12.7
Cadmium-Tellurid	7 - 9	9.2	16
Kupfer-Indium-Diselenid (CIS)	8 - 12	14	20.0
Farbstoffzelle (Graetzel)	-----	-----	11
Mikromorphe Zelle (a-Si/µc-Si Tandem)	-----	-----	11.6
Amorphe Trippel Zelle (a-Si/a-SiGe/a-SiGe)	7 - 9	13	15.2

Praktisch erzielbare Wirkungsgrade von verschiedenen Solarzellen-Technologien

Strahlende und nichtstrahlende Übergänge im direkten Halbleiter



Spontane Emission r_{sp}	Stimulierte Emission r_{st}	(Stimulierte) Absorption g_{ab}	Nichtstrahlende Rekombination r_{nr}	Auger-Rekombination r_{Au}

- Leuchtdioden (Light-emitting diodes, LED)

- Laserdioden (LD)
- Optische Halbleiterverstärker (Semiconductor Optical Amplifier, SOA)
- Superlumineszenz-dioden (SLD)

- Photodioden (PD)
- Solarzellen

Übergangsraten:

$$r_{sp} \propto n(W_2)\, p(W_1)$$

$$r_{st} \propto N_p\, n(W_2)\, p(W_1)$$

$$g_{ab} \propto N_p\, p(W_2)\, n(W_1)$$

N_p = Zahl der Photonen, die mit dem Elektron-Loch-Paar interagieren können.

Optischer Gewinn in Halbleitern

Zeitliche Entwicklung der Zahl der Photonen, die mit dem Halbleiter in Wechselwirkung stehen:

Anzahl Elektronen

Zustandsdichte

$$0 < \frac{\mathrm{d}N_p}{\mathrm{d}t} \approx V\left(r_{\mathrm{st}} - r_{\mathrm{ab}}\right) \propto N_p\left(n\left(W_2\right)p\left(W_1\right) - p\left(W_2\right)n\left(W_1\right)\right)$$

$n(W_2) = \varrho_L(W_2) \cdot f_2(W_2)$

Fermiverteilung

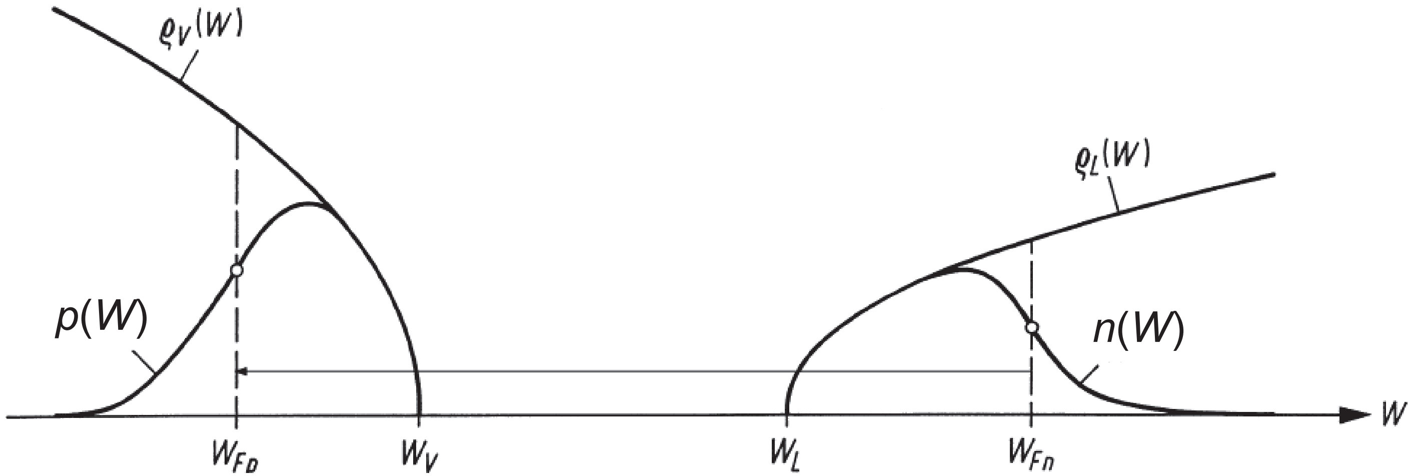
Netto-Verstärkung:

damit mehr Photonen rauskommen

$$n\left(W_2\right)p\left(W_1\right) > p\left(W_2\right)n\left(W_1\right)$$

$$W_G = W_C - W_V < \hbar\omega = W_2 - W_1 < W_{Fn} - W_{Fp}$$

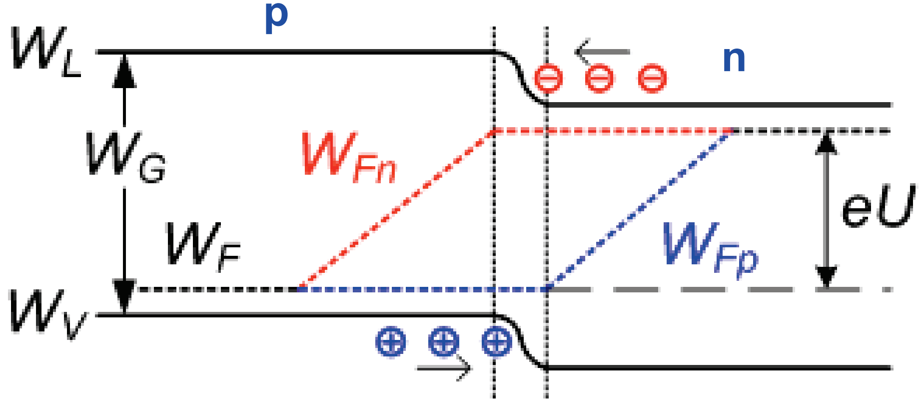
- Die Separation der Quasi-Fermi-Niveaus muss größer sein als der Bandabstand („Besetzungsinversion“)
- Mindestens ein Quasi-Fermi-Niveau muss im entsprechenden Band liegen.



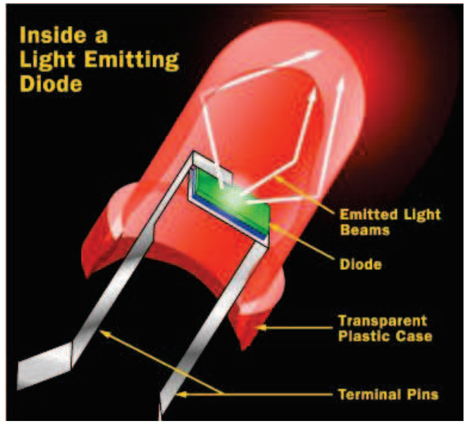
Institute of Photonics and Quantum Electronics

Einfacher pn-Übergang: Spontane Emission und Besetzungsinversion

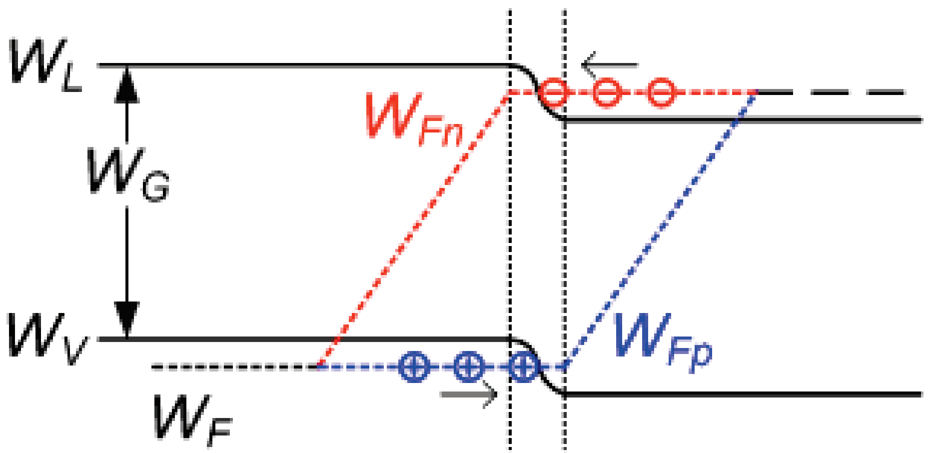
Spontane Emission: Einfache Aufspaltung der Quasi-Fermi-Niveaus genügt



- Nutzung in einfachen Leuchtdioden (LED) mit vergleichsweise geringem Wirkungsgrad



Optischer Gewinn / Überschuss an stimulierter Emission: $W_{Fn} – W_{Fp} > W_g$



Homoübergang: p- und n-Gebiet besteht aus demselben Halbleitermaterial.

- Erfordert entartete Dotierung des Halbleiters auf mindestens einer Seite

$\Rightarrow$Starke Auger-Rekombination
- Rekombination von Elektron-Loch-Paaren findet innerhalb eines breiten Bereiches statt, der durch die Diffusionslängen bestimmt wird. Nur ein kleiner Teil trägt zur Lichtemission bei!
- Absorption von Licht außerhalb des invertierten Bereichs der Diffusionszonen

$\Rightarrow$Keine technisch nutzbaren Laseremission auf Basis von Homoübergängen

Heterostrukturen und Doppelheterostrukturen

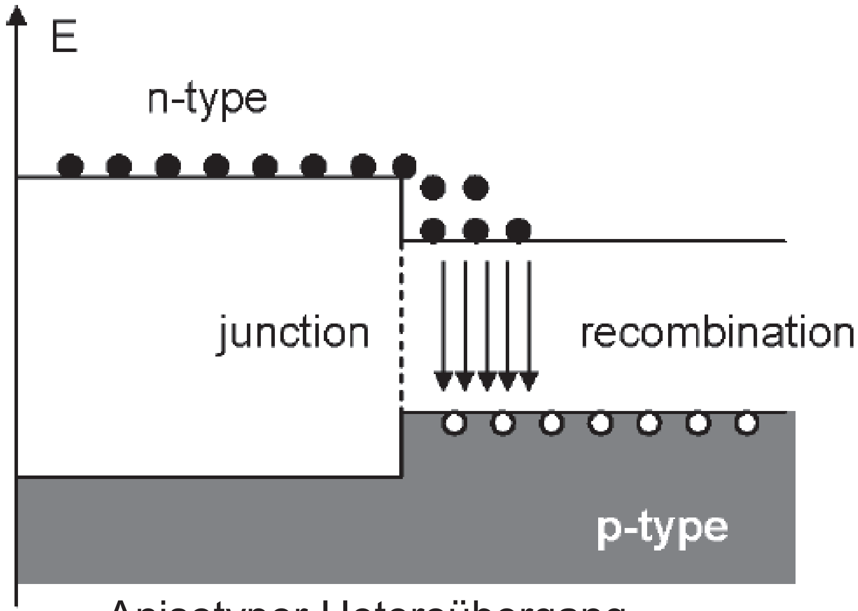
Heteroübergang / Heterostruktur: Besteht aus zwei Halbleitern mit verschiedenen Zusammensetzungen / Bandlücken

- Isotyper Heteroübergang: Gleichartige Dotierung auf beiden Seiten
- Anisotyper Heteroübergang: Verschiedenartige Dotierungen auf beiden Seiten

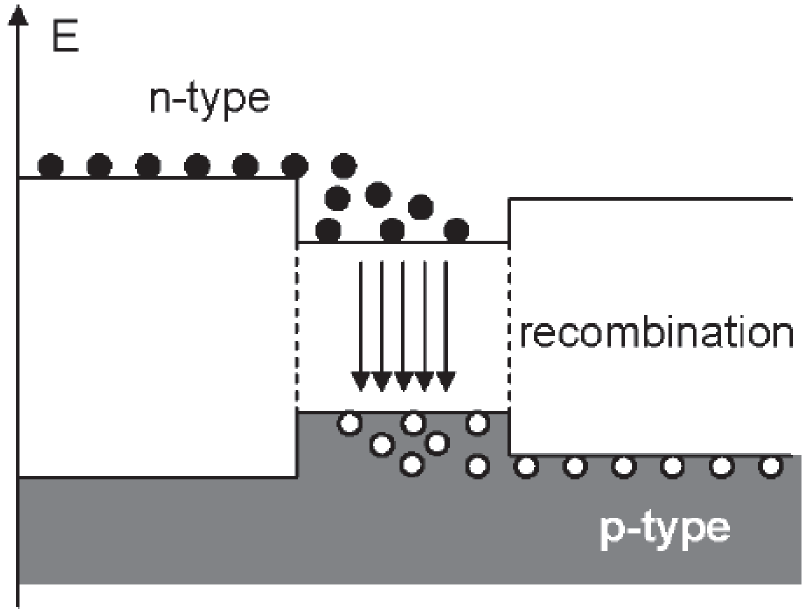
Doppelheterostruktur: Schicht mit geringer Bandlücke zwischen zwei Schichten mit großer Bandlücke

- Konzentration von Elektronen und Löchern auf denselben Raumbereich
- Inversion im Bereich kleiner Bandlücke ohne Entartung der Bahngebiete möglich

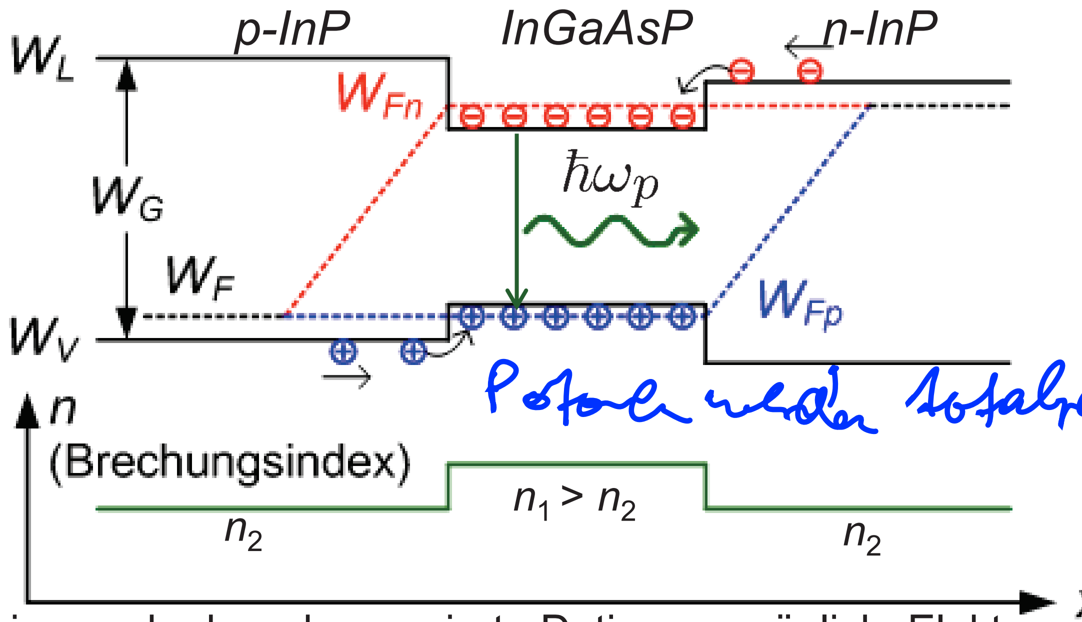
$\Rightarrow$ Erlaubt den Bau von effizienten Laserdioden und Halbleiterverstärkern!



Anisotyper Heteroübergang



Doppelheterostruktur und Besetzungsinversion

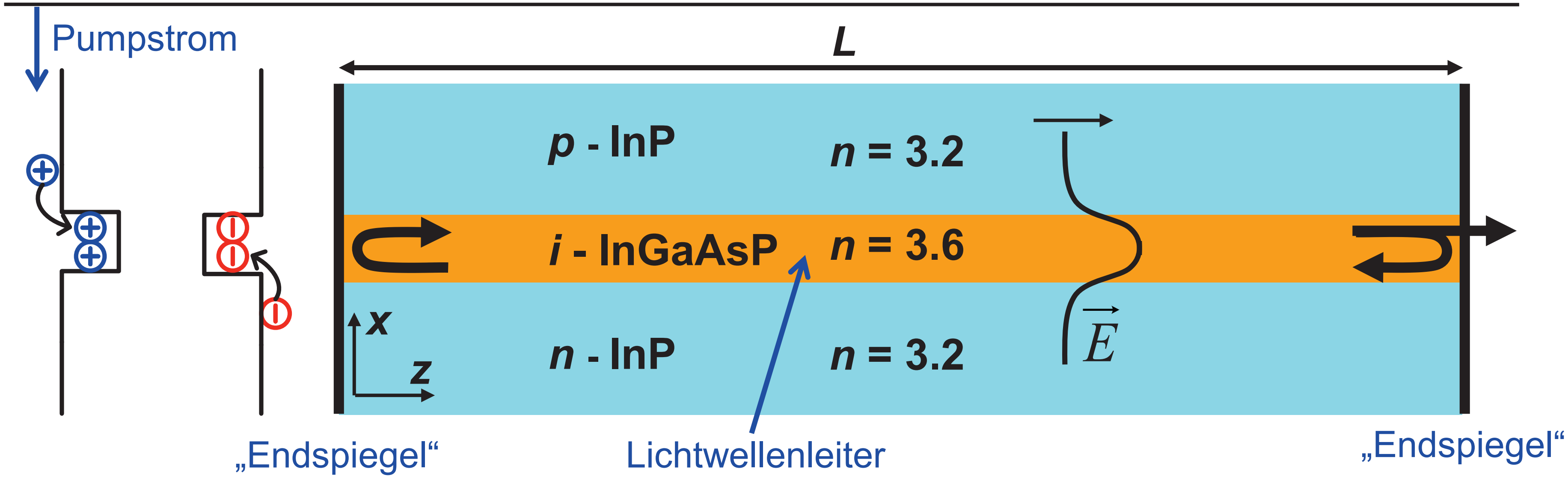


Photonen werden totalreflektiert → mehr Kohärenz → gerichtet

- Besetzungsinversion auch ohne degenerierte Dotierung möglich: Elektronen und Löcher sammeln sich im sehr kleinen InGaAsP Quantentrog ("Quantum Well")
  - ⇒ Kleine Pumpströme erzeugen große Trägerdichten, Besetzungsinversion und optische Verstärkung
- Keine Re-Absorption von Licht in den nicht-invertierten Gebieten ($W_G > \hbar\omega$)
- InGaAsP-Schicht mit kleiner Bandlücke weist gleichzeitig einen erhöhten Brechungsindex auf
  - ⇒ Fungiert als optischer Wellenleiter, der Ladungsträger und Photonen im gleichen Raumbereich konzentriert.

⇒ Effektive Verstärkung von Licht durch stimulierte Emission (LASER = light amplification by stimulated emission of radiation)

Optischer Resonator und Laser-Emission

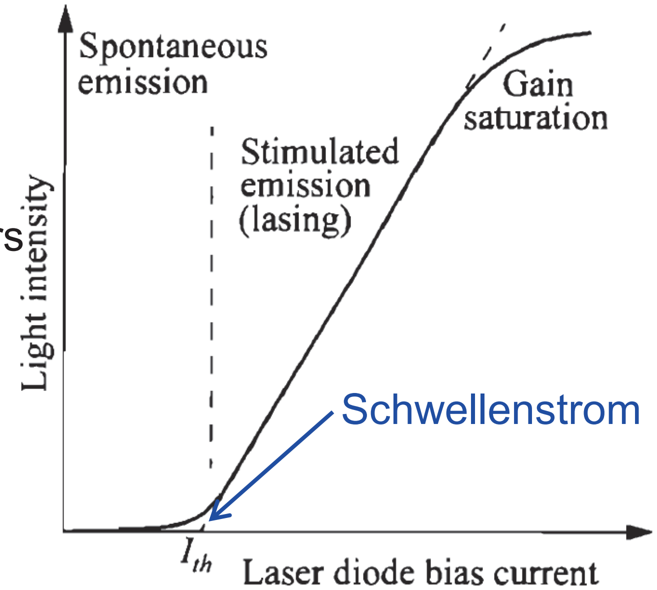


Optischer Resonator:

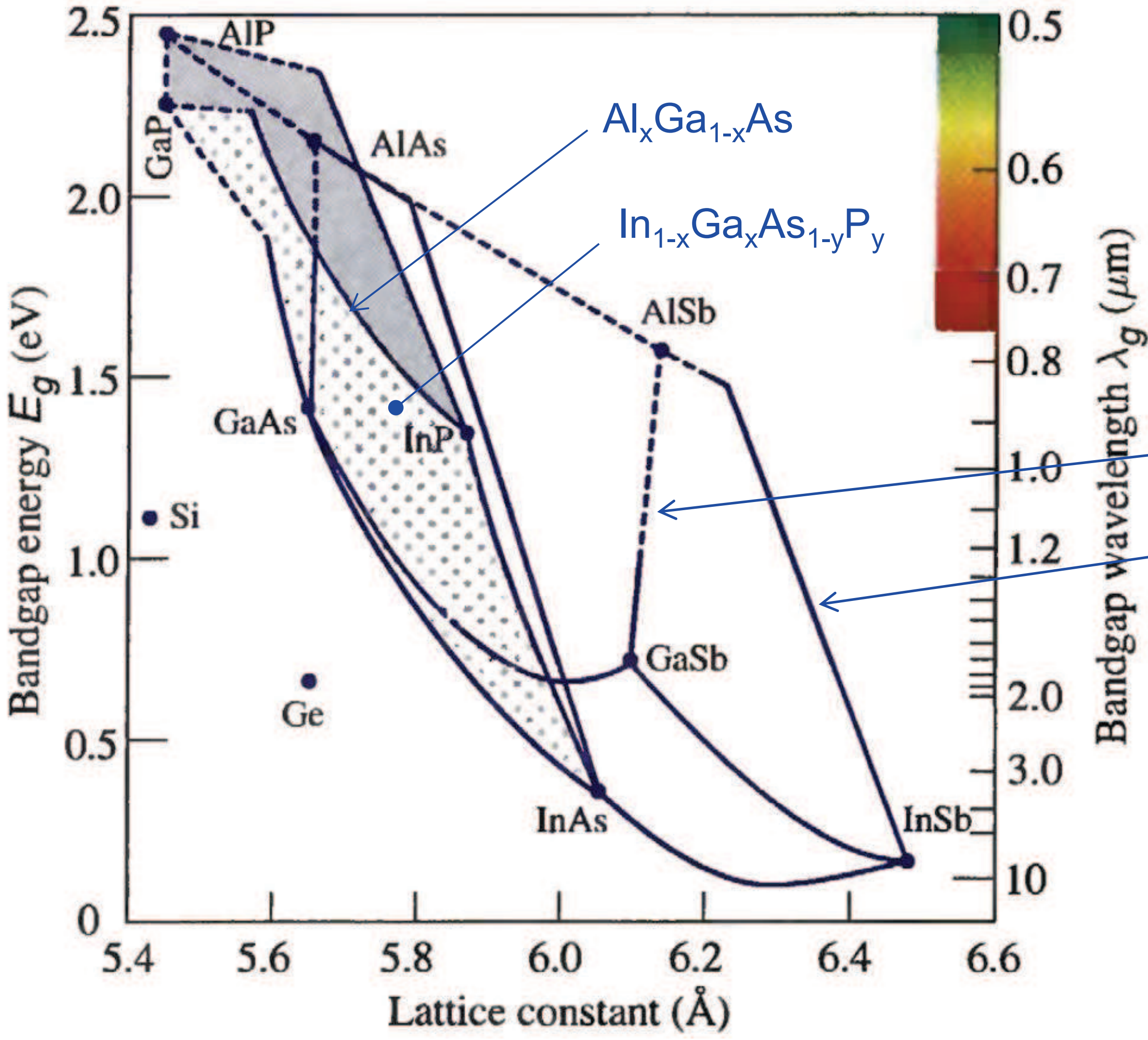
- Laterale Lichtführung (x,y) durch Wellenleitung entlang der InGaAsP-Schicht
- Longitudinale Rückkopplung durch „Endpiegel" bzw. reflektierende Halbleiterfacette am Ende des Wellenleiters

Strom-Leistungskennlinie: Schwellenstrom I_{th} kompensiert optische Verluste des Resonators; für $I = I_{th}$ dominiert die stimulierte Emission im Resonator

Entscheidend: Hohe Qualität der Halbleiterschichten zur Vermeidung von nichtstrahlender Rekombination
$\Rightarrow$ Anpassung der Gitterkonstanten



Ternäre und quaternäre Halbleiter



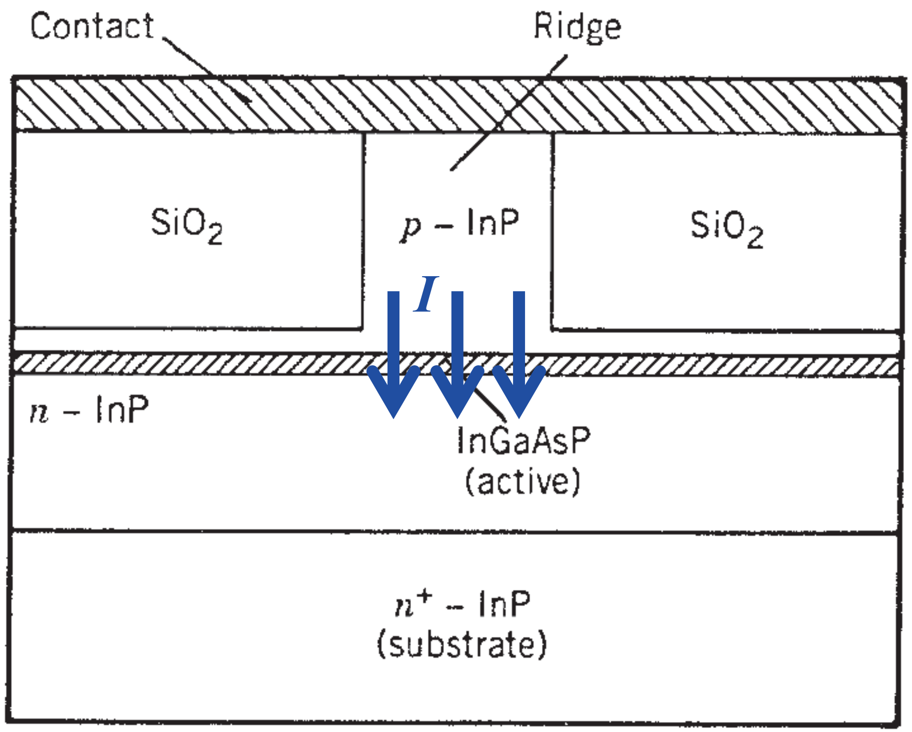
- Ternäre Verbindungen liegen auf der Linie, die die zugehörigen binären Halbleiter verbindet.
- Quaternäre Verbindungen liegen innerhalb eines flächenhaften Gebietes, dessen Ecken durch die entsprechenden binären Halbleiter definiert werden.

Gestrichelte Linien: Indirekte Bandlücke

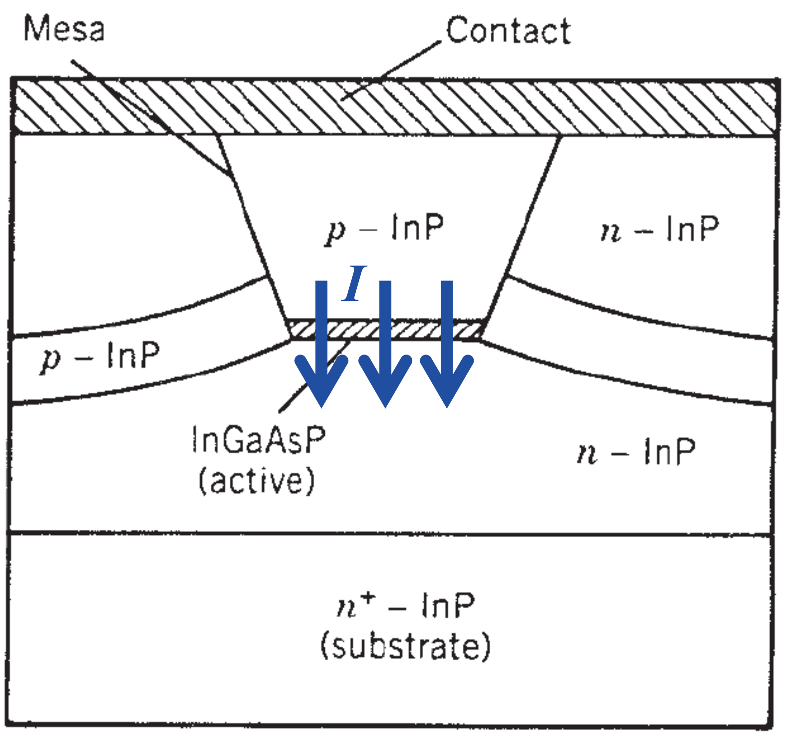
Durchgezogene Linien: Direkte Bandlücke

Bildquelle: Saleh/Teich, Fundamentals of Photonics

Laserwellenleiter



Aktiver InGaAsP/InP-Rippenwellenleiter



Vergrabene (Doppel-)Heterostruktur
(„Buried heterostructure“)

Bildquelle: Agrawal; Fiber-Optic Communication Systems

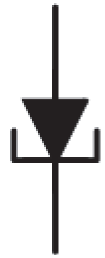
Tunneldiode

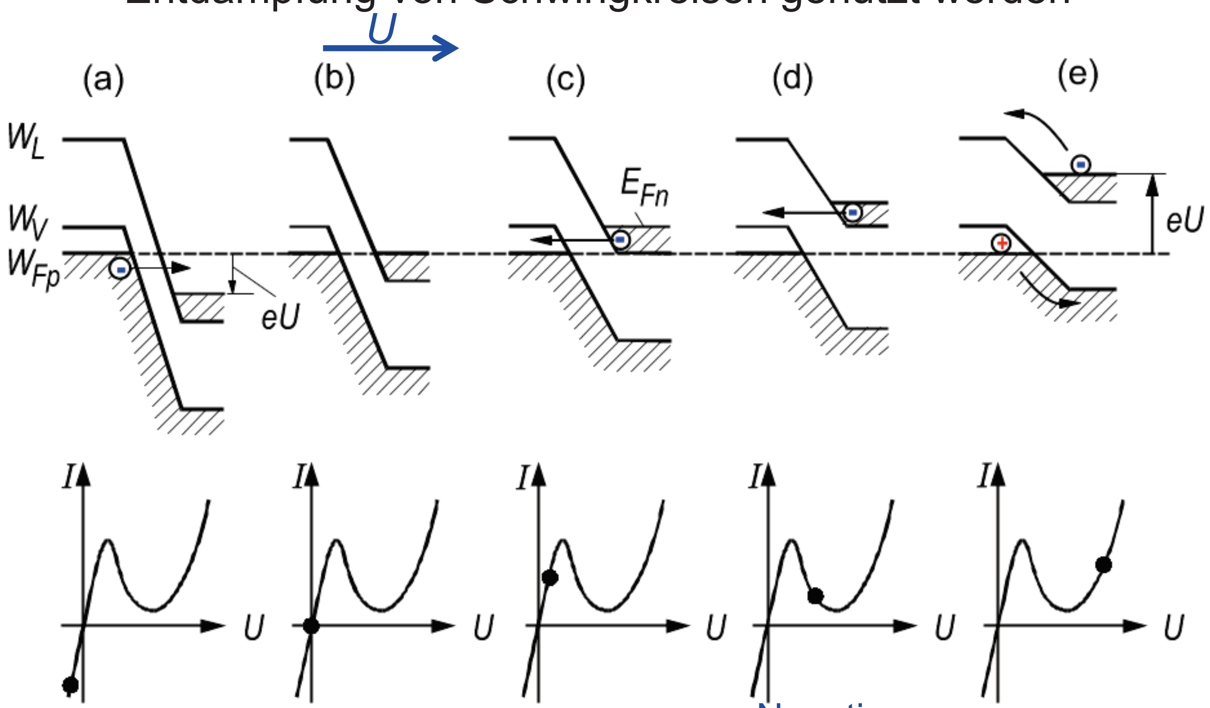
Sehr hoch dotierter p^{++}-n^{++}-Übergang (auf beiden Seiten entartet)

⇒ Sehr kurze RLZ

⇒ Tunnelprozesse „in Vorwärtsrichtung“ bei „mittleren“ Vorwärtsspannungen

⇒ Negativer differentieller Widerstand; kann zur Entdämpfung von Schwingkreisen genutzt werden





Negativer differentieller Widerstand!

(a) Sperrspannung; Rückwärtsstrom

(b) Keine externe Spannung; kein Stromfluss im Außenkreis

(c) Tunnelstrom in Vorwärtsrichtung bei „kleinen“ Vorwärts-spannungen *U*, bei denen die LB-Elektronen im n-Bereich auf gleicher energetischer Höhe liegen wie die Löcher im VB des n-Bereiches.

(d) Tunnelstrom geht zurück, da auf der p-Seite keine freien Plätze für tunnelnde Elektronen verfügbar sind.
⇒ Negativer differentieller Widerstand!

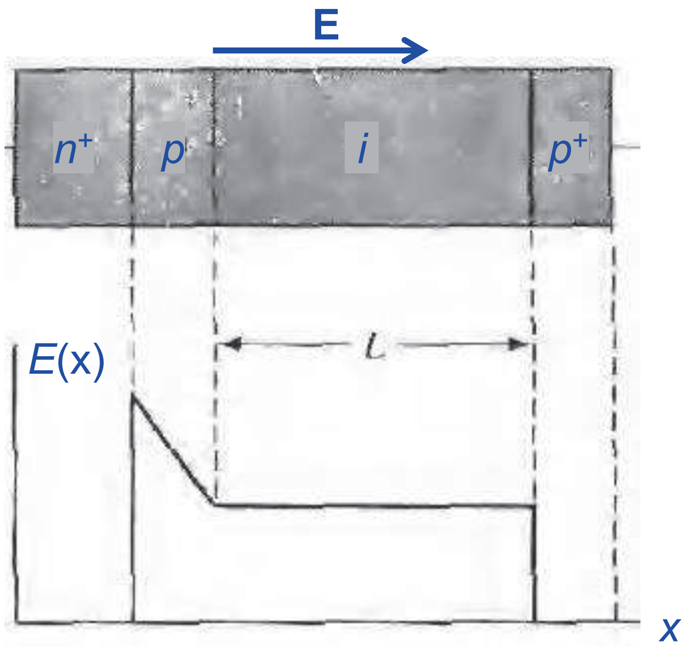
(d) Stromfluss wie bei „normaler Diodenkennlinie“

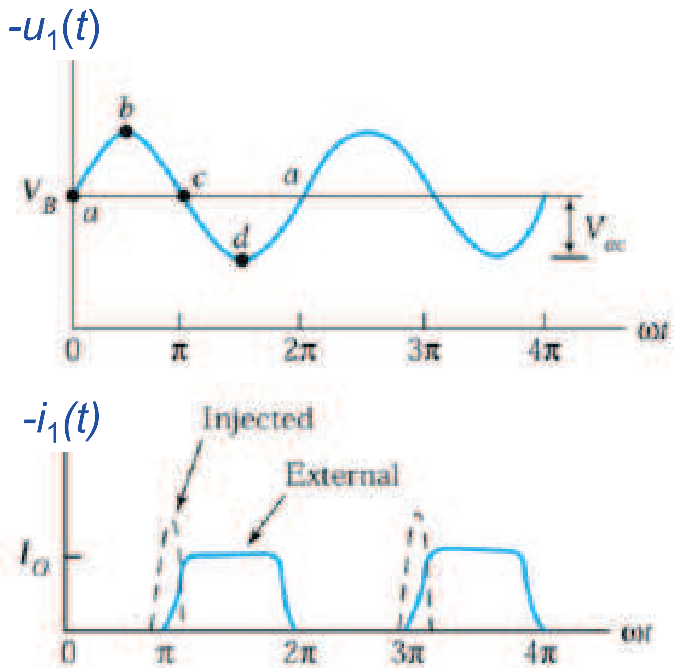
Lawinen-Laufzeit-Diode (LLD) bzw. IMPATT-Diode

IMPATT-Diode = Impact Ionization Avalanche Transit Time Diode

Prinzip:

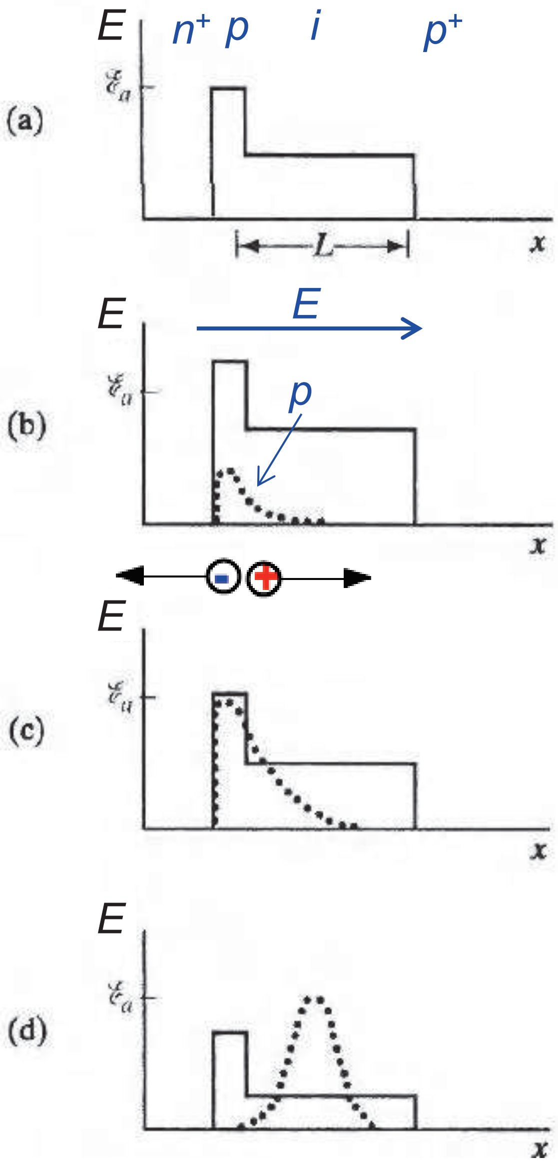
- n^+-p-i-n^+-Struktur wird in Sperrrichtung vorgespannt
- Einer negativen Vorspannung U_0 wird eine Wechselspannung u_1(t) überlagert, die in den negativen Halbwellen zu einem Lawinendurchbruch führt
- Der Lawinenstrom ist gegenüber der Spannung zeitlich verzögert
- Strom und Spannung können gegenphasig sein, d.h. das Bauteil verhält sich wie ein „negativer ohmscher Widerstand" und kann zur Realisierung eines Mikrowellenoszillators verwendet werden.



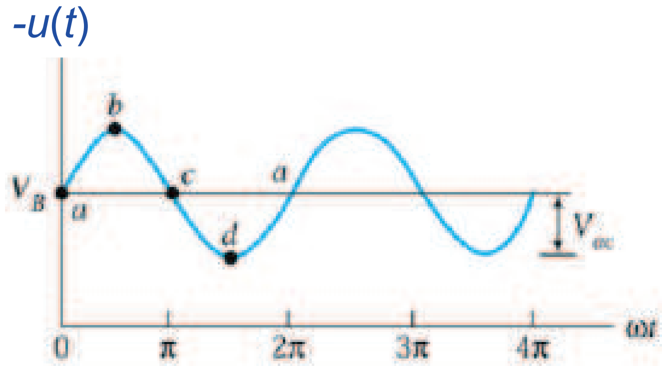


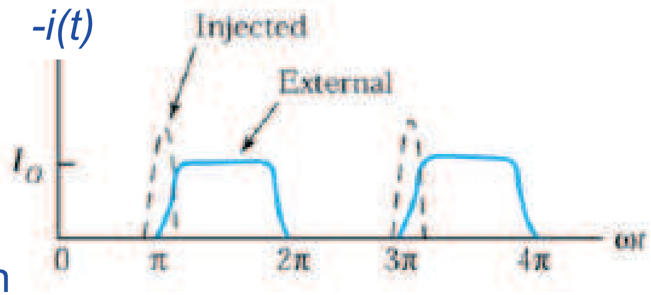
Bildquellen: Sze, Semiconductor Devices – Physics and Technology / Streetman, Solid-State Electronic Devices

Lawinen-Laufzeit-Diode (LLD) bzw. IMPATT-Diode



- Lawinenmultiplikation setzt bei t = 0, also zu Beginn der negativen Halbwelle der externen Spannung u(t) ein
- Die Elektronen werden in die n^+-Zone abgezogen und tragen nicht weiter zum Strom bei
- Die Zahl der driftenden Löcher nimmt während der negativen Halbwelle von u(t) kontinuierlich zu.
- Die maximale Zahl an driftenden Löchern wird am Ende der negativen Halbwelle von u(t) erreicht (Ende der Lawinen-multiplikation!)
- Der Stromfluss hält so lange an, bis die Löcher den rechten Rand der i-Zone erreicht haben.



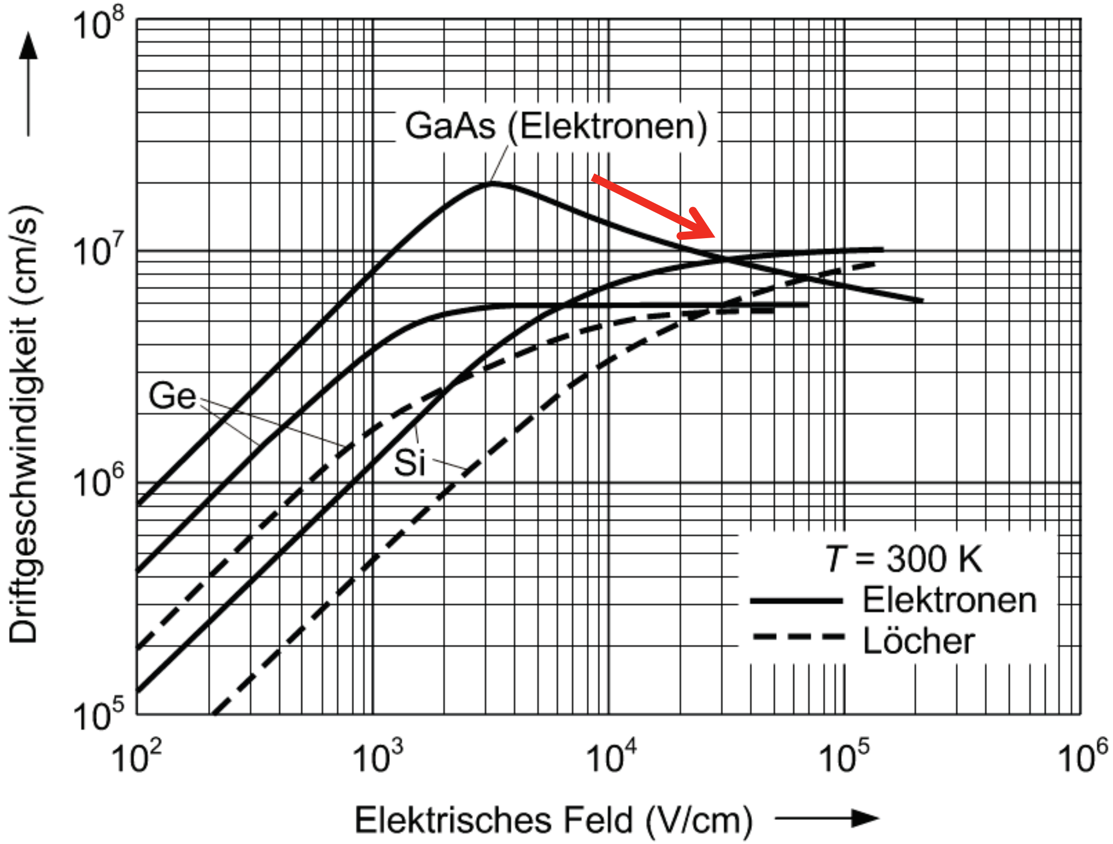


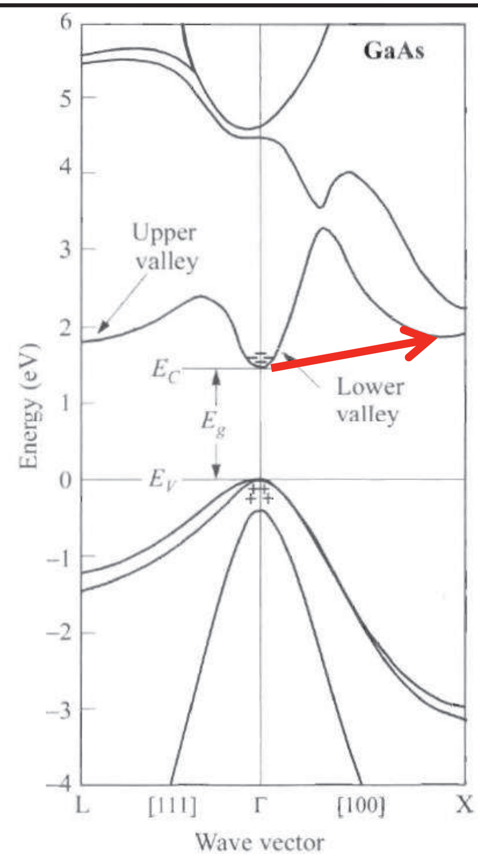
- Bei geeigneter Dimensionierung sind Strom und Spannung gegenphasig.

$\Rightarrow$ Negativer Widerstand!

Bildquellen: Sze, Semiconductor Devices – Physics and Technology / Streetman, Solid-State Electronic Devices

„Gunn-Diode“ bzw. „Transferred-Electron Device“ (TED): Grundlagen

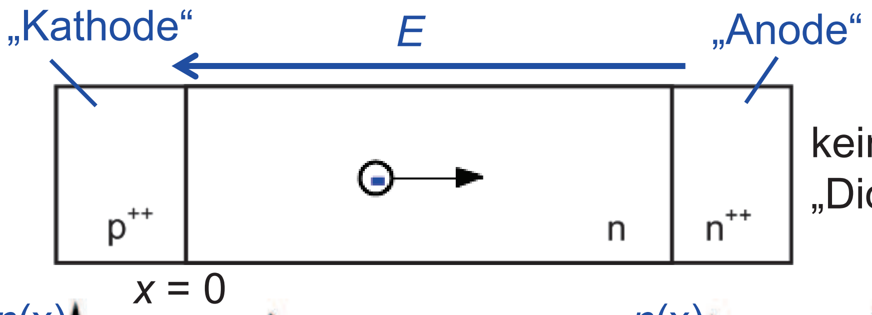




Erinnerung: Negative differentielle Driftgeschwindigkeit von Elektronen in GaAs durch Streuung von Elektronen in ein zweites Minimum des LB, das eine höhere effektive Masse aufweist.

$$m^{\star} = \hbar^2 \left(\left. \frac{\partial^2 W_n(k)}{\partial k^2} \right|_{k=k_0} \right)^{-1}$$

„Gunn-Diode“ bzw. „Transferred-Electron Device“ (TED)

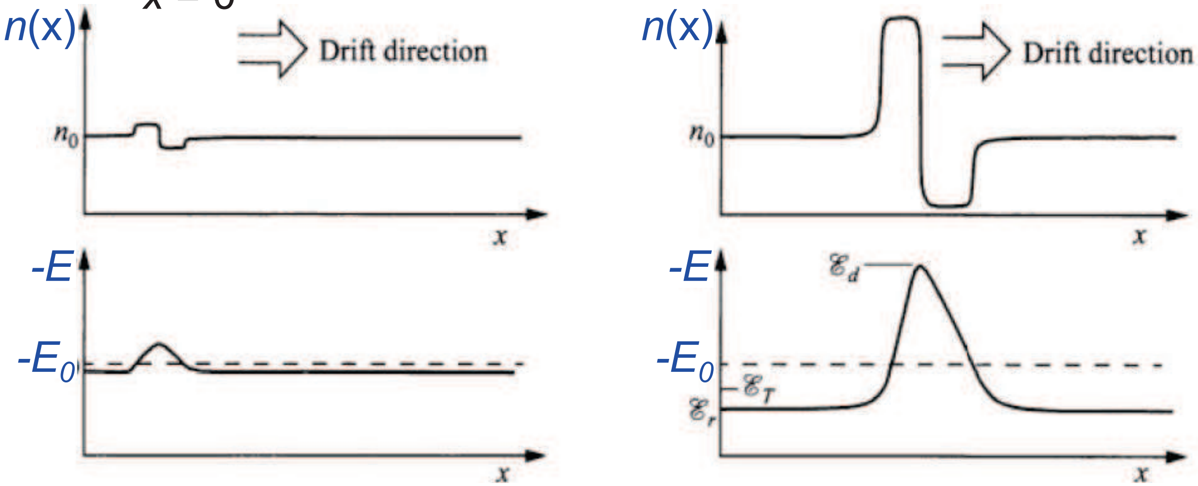


keine „Diode“!)

Betrachte lokale „Dipol-ähnliche“ Störung der Elektronendichte

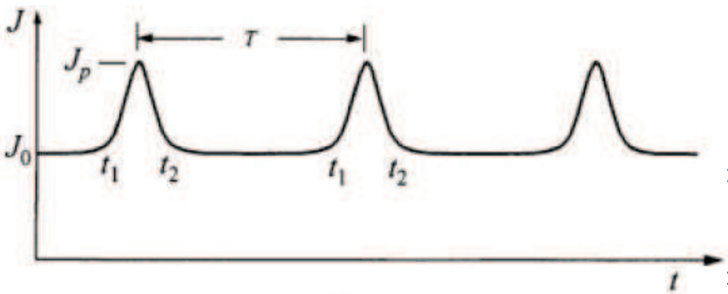
⇒ Lokale Erhöhung der elektrischen Feldes innerhalb der Störung!

⇒ Lokale Verringerung der Driftgeschwindigkeit!



⇒ Störung wird verstärkt, da nachfolgende Elektronen „auflaufen“; restliches Feld nimmt ab!

⇒ Stationärer Zustand, wenn Feld außerhalb der Dipol-Störung („Mature Domain“) so weit abgesunken ist, dass alle Träger mit derselben Geschwindigkeit propagieren



- Beim Verlassen des Driftbereiches an der Anode ändert sich die Feldstärke schlagartig; dies führt zur Bildung einer neuen Störung an der Kathode, die während der Propagation wieder anwächst.

⇒ Periodische Folge von Strom-Impulsen; die Perioden-dauer T entspricht der Transitzeit der Elektronen.

⇒ Verwendung als Mikrowellenquelle

Step-Recovery-Diode (SRD) bzw. Speicher-Varaktor

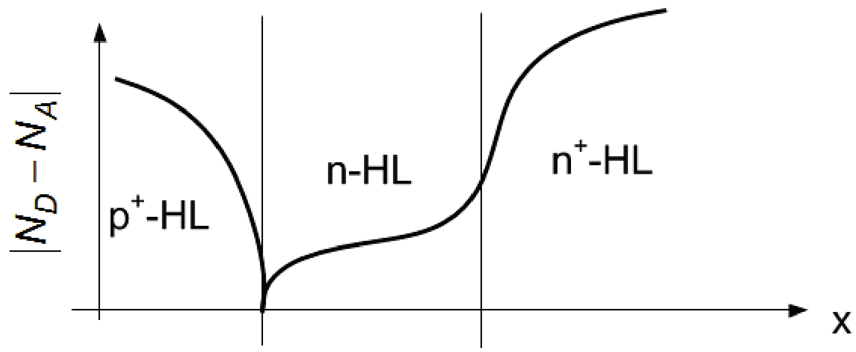
Frequenzvervielfachung durch Ausnutzung des Ausschaltverhaltens des pn-Überganges:

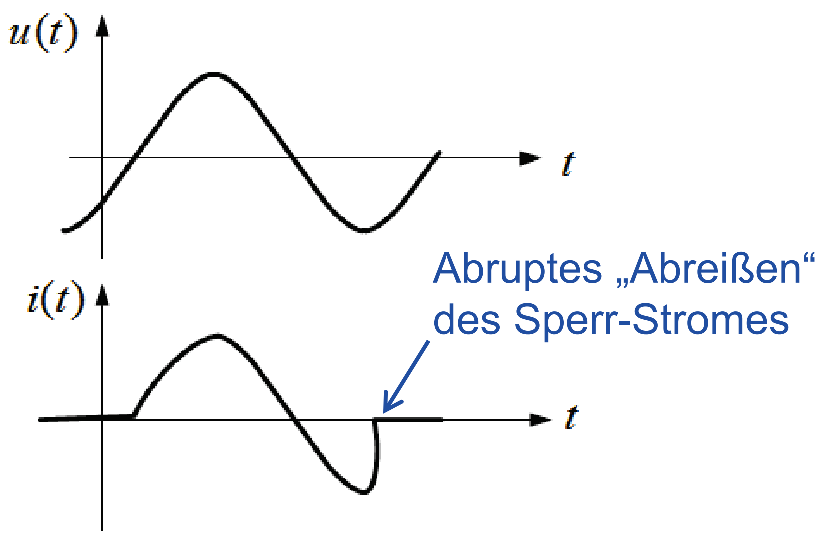
- Ansteuern die Diode mit einer sinusförmigen Wechselspannung führt zu periodischem Umschalten zwischen Sperr- und Flussbetrieb
- Negative Halbwelle: Abbau der Ladungen aus der Diffusionszone führt zunächst zu einem Stromfluss in Sperrrichtung, der dann aber sehr schnell auf Null absinkt.

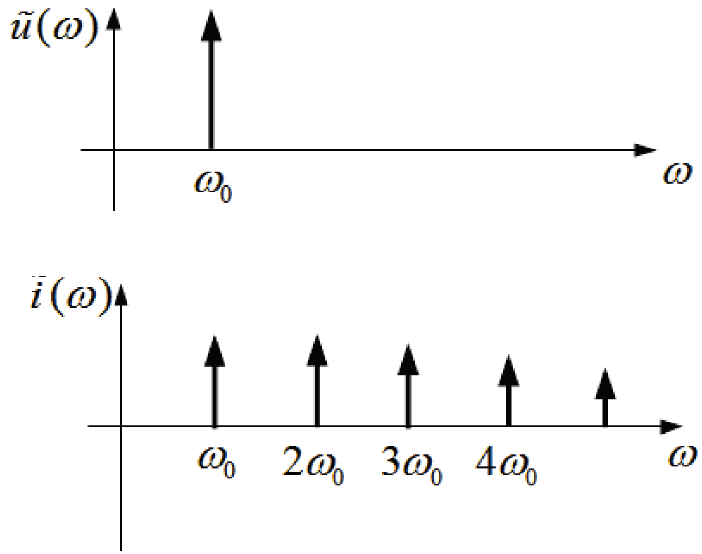
⇒ Hoher Anteil an Oberwellen im Leistungsspektrum des Stromes!

⇒ Verwendung zu Frequenzvervielfachung!

- Dotierung ähnlich wie bei der p-i-n-Diode, um die Sperrschichtkapazität gering zu halten!







Kapitel 8:
Bipolar-Transistoren

Bipolar-Transistoren

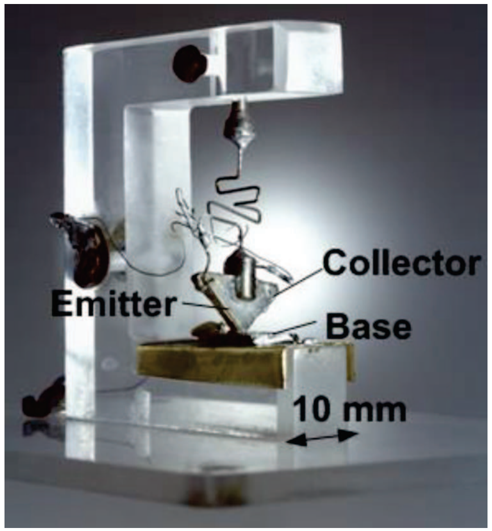
Historisches zum Transistor („Transfer Resistor“)

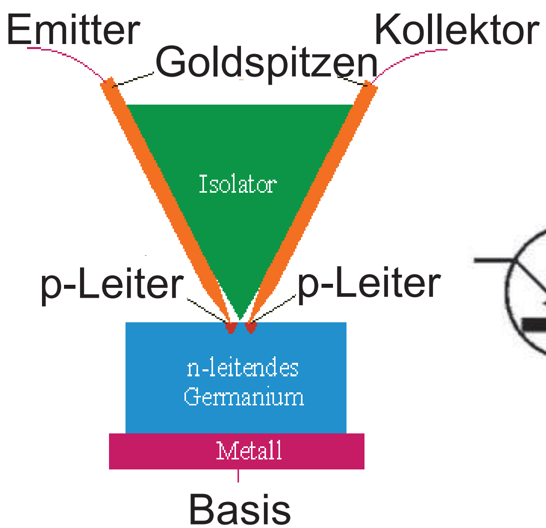
1928: Erstes Patent über „feldgesteuerte Halbleiter“ (Feldeffekt-Transistor) von Julius Edgar Lilienfeld; technische Realisierung eines funktionsfähigen Bauteils scheitert aber noch am Reinheitsgrad der verfügbaren Halbleitermaterialien

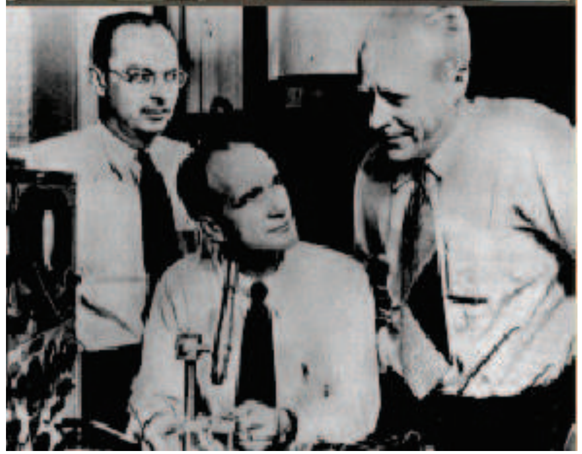
1948: Patent für den Transistor-Effekt und Transistor-Verstärker von John Bardeen, Walter H. Brattain und William B. Shockley (Bell Telephone Laboratories, New York); 1956 erhalten sie gemeinsam den Nobelpreis für Physik

Erstes funktionsfähiges Bauteil: Spitzen-“Transistor“ (1947)

- Spätere Untersuchungen: Es war eher ein Thyristor (*pnpn*)
- Schaltbild des Transistors erinnert an einen Spitzentransistor







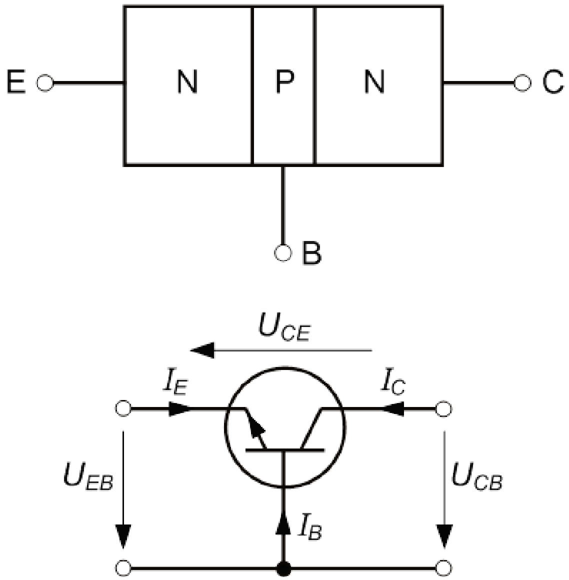
Änderung im Vorlesungsplan

- Vorlesung statt Übung am kommenden Freitag, dem 24.01.14
- Am Montag, dem 03.02.14, findet dann eine Übung anstelle der Vorlesung statt

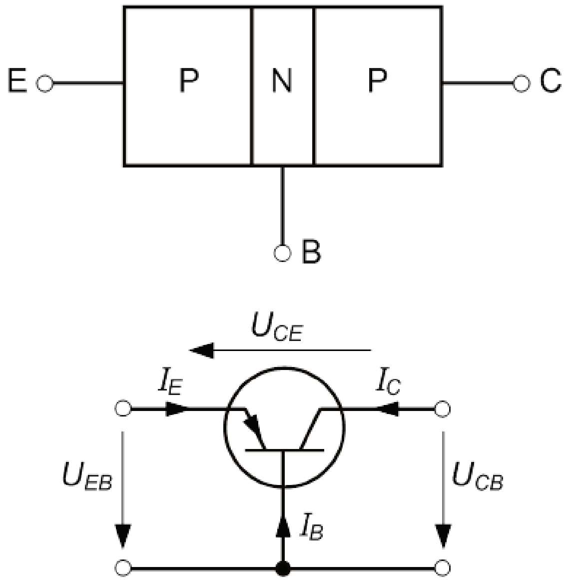
Montag, 21.10.13: Vorlesung 1	Freitag, 25.10.13: Vorlesung 2
Montag, 28.10.13: Vorlesung 3	Freitag, 01.11.13: Feiertag (Allerheiligen)
Montag, 04.11.13: Vorlesung 4	Freitag, 08.11.13: Übung 1
Montag, 11.11.13: Vorlesung 5	Freitag, 15.11.13: Übung 2
Montag, 18.11.13: Vorlesung 6	Freitag, 22.11.13: Übung 3
Montag, 25.11.13: Vorlesung 7	Freitag, 29.11.13: Übung 4
Montag, 02.12.13: Vorlesung 8	Freitag, 06.12.13: Übung 5
Montag, 09.12.13: Vorlesung 9	Freitag, 13.12.13: Übung 6
Montag, 16.12.13: Vorlesung 10	Freitag, 20.12.13: Übung 7
Montag, 06.01.14: Feiertag (Heilige Drei Könige)	Freitag, 10.01.14: Übung 8
Montag, 13.01.14: Vorlesung 11	Freitag, 17.01.14: Übung 9
Montag, 20.01.14: Vorlesung 12	Freitag, 24.01.14: Vorlesung 13
Montag, 27.01.14: Vorlesung 14	Freitag, 31.01.14: Übung 10
Montag, 03.02.14: Übung 11	Freitag, 07.02.14: Übung 12
Montag, 10.02.14: Vorlesung 15	Freitag, 14.02.14: Übung 13

Bipolar-Transistoren: Aufbau, Symbole, Spannungen, Ströme …

npn-Transistor



pnp-Transistor



Es gilt:

$$I_E + I_B + I_C = 0$$

$$U_{EB} - U_{CB} + U_{CE} = 0$$

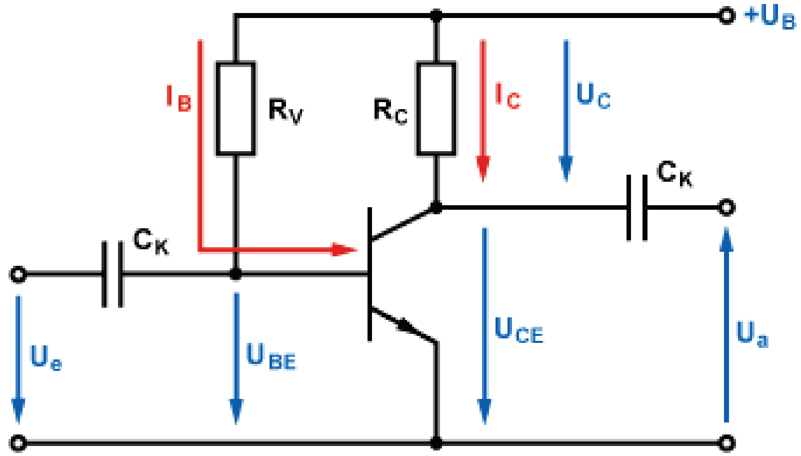
Spannungen und Ströme im Normalbetrieb:

	U_{EB}	U_{CB}	U_{CE}	I_E	I_C	I_B
NPN	-	+	+	-	+	+
PNP	+	-	-	+	-	-

Verstärkungseffekt:

- Kleiner Steuerstrom an der Emitter-Basis-Diode führt zu großem Kollektor-Strom
  $$|I_B| \ll |I_E| \approx |I_C|$$
- Spannungsabfall über der Kollektor-Basis-Diode viel größer als über der Emitter-Basis-Diode
  $$|U_{EB}| \ll |U_{CE}| \approx |U_{CB}|$$

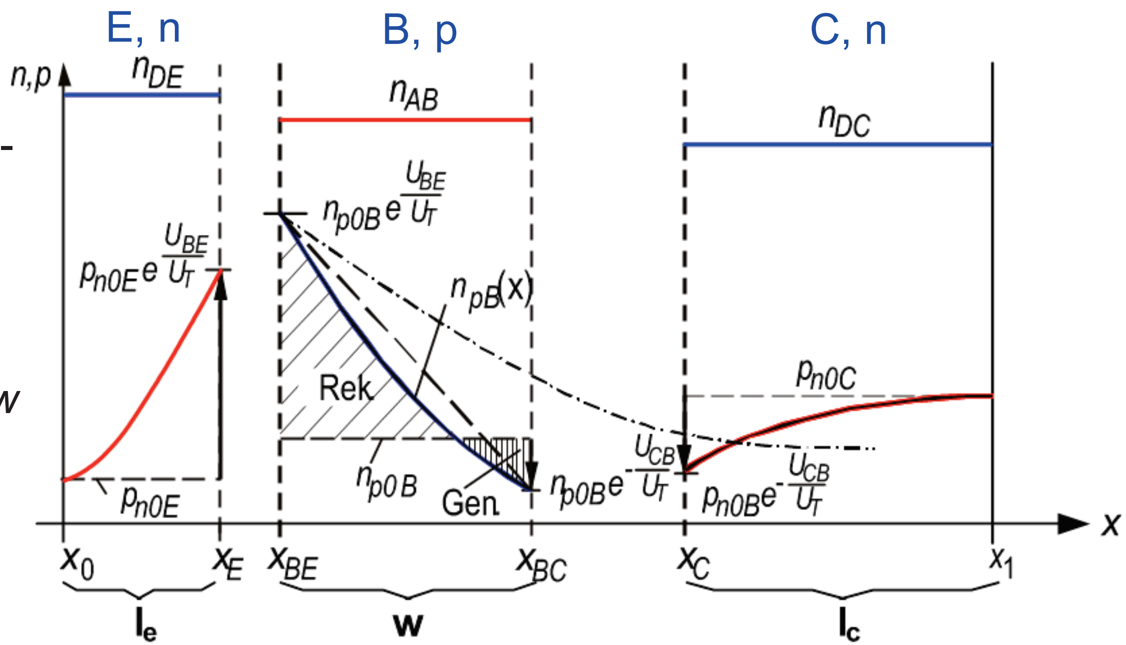
Beispiel: Emitterschaltung

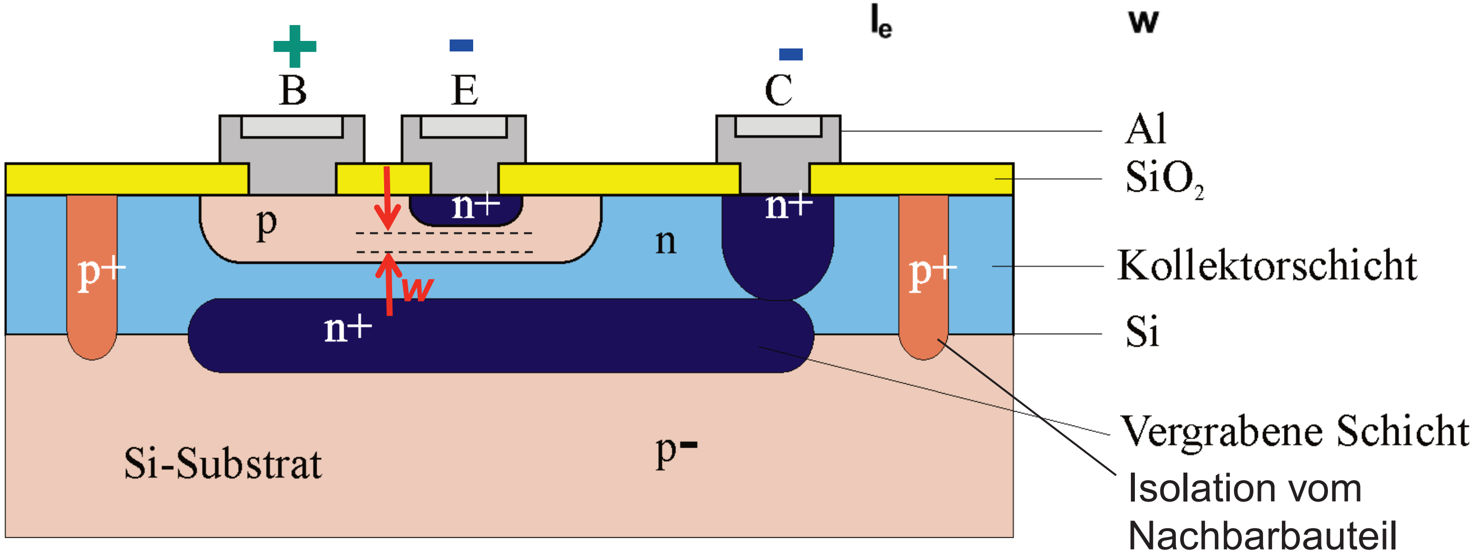


Institute of Photonics and Quantum Electronics

Bipolar-Transistoren: Funktionsprinzip

Entscheidend für die Funktionsweise des Transistors: Im Normalbetrieb müssen die Diffusionszonen des Basis-Emitter- und des Basis-Kollektor-Überganges in Wechselwirkung treten, d.h. Diffusionslänge der Minoritätsträger in der Basis muss größer sein als die Basisweite ($L_{nB} \gg w$ im Fall eines npn-Transistors)





Institute of Photonics and Quantum Electronics

Minoritätsträgerverteilung in der Basis

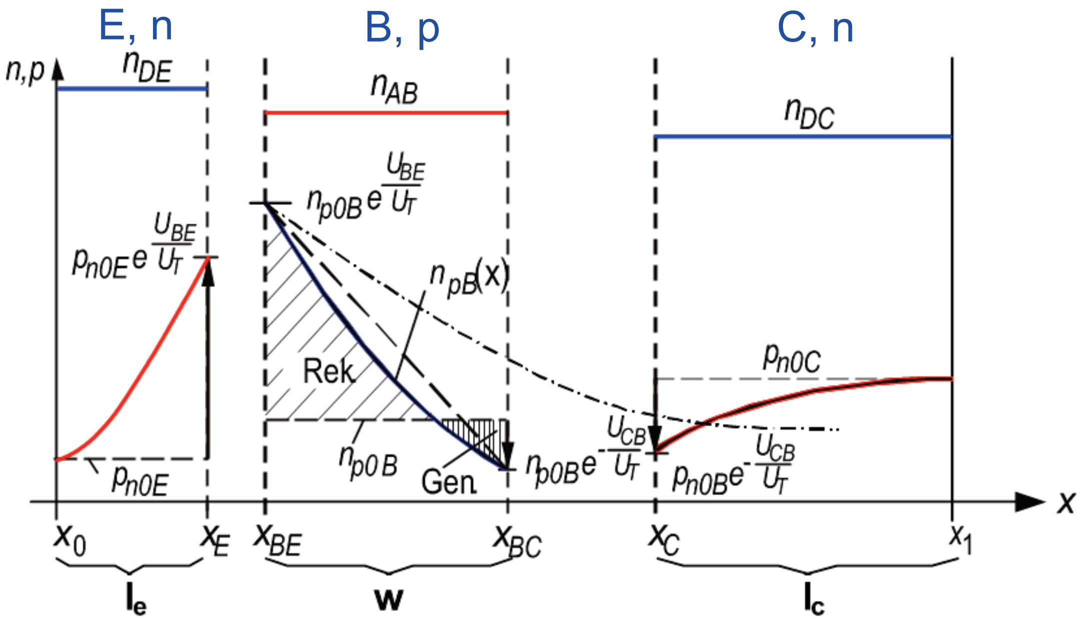
Differentialgleichung für den Verlauf der Elektronendichte in der Basis:

$$\frac{d^2 n_{pB}}{dx^2} = \frac{1}{L_{nB}^2}\left[n_{pB}(x) - n_{poB}\right]$$

Randbedingungen:

$$n_{pB}(x_{BE}) = n_{poB} e^{U_{BE}/U_T}$$

$$n_{pB}(x_{BC}) = n_{poB} e^{-U_{CB}/U_T}$$



Lösung:

$$n_{pB}(x) - n_{poB} = \frac{n_{poB}}{\sinh\left(\frac{x_{BC}-x_{BE}}{L_{nB}}\right)} \times \left[\left(e^{-U_{EB}/U_T} - 1\right)\sinh\left(\frac{x_{BC}-x}{L_{nB}}\right) + \left(e^{-U_{CB}/U_T} - 1\right)\sinh\left(\frac{x - x_{BE}}{L_{nB}}\right)\right].$$

Minoritätsträgerströme in der Basis

Minoritätsträger-Diffusionsstrom in der Basis:

$$I_{n_{pB}}(x) = I_{TS}\left[-\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right)\cosh\left(\frac{x_{BC}-x}{L_{nB}}\right) + \left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)\cosh\left(\frac{x-x_{BE}}{L_{nB}}\right)\right]$$

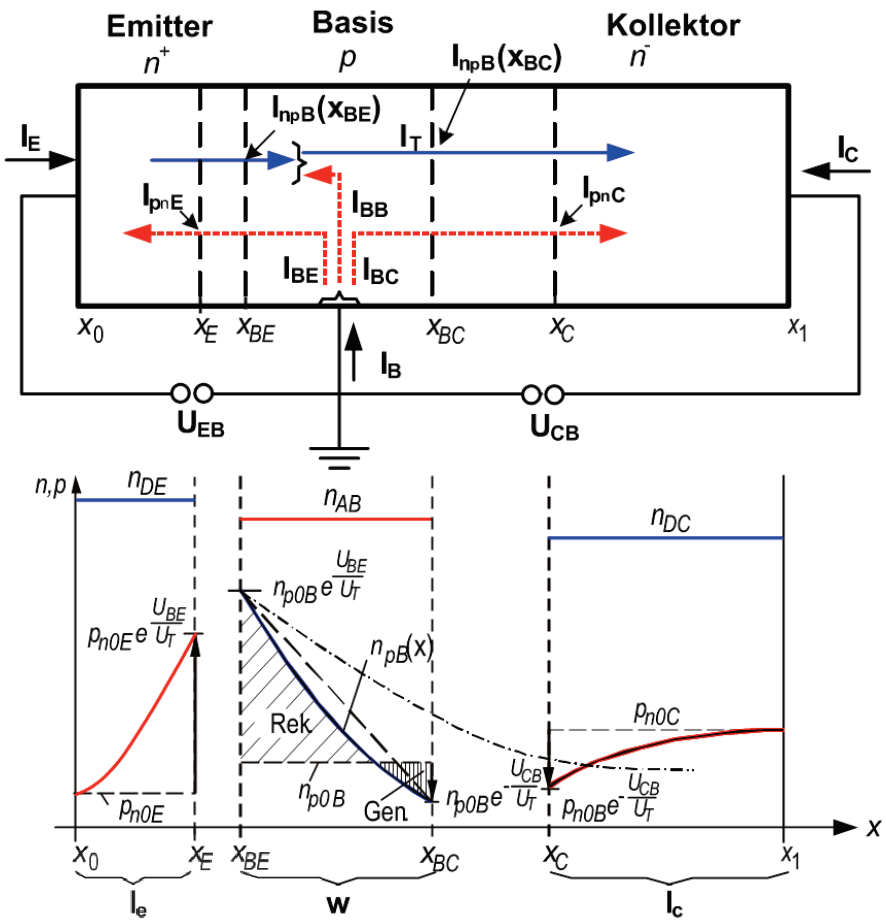
wobei $I_{TS} = \dfrac{AeD_{nB}n_{poB}}{L_{nB}\sinh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)} \approx Ae\dfrac{D_{nB}n_{p0B}}{w}$ Transfer-sättigungsstrom

Transferstrom:

$$I_T = I_{n_{pB}}(x_{BC}) \approx I_{TS}\left[-\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) + \left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)\right].$$

Rekombinationsstrom in der Basis:

$$I_{BB} = -I_{n_{pB}}(x_{BE}) + I_{n_{pB}}(x_{BC})$$
$$= I_{TS}\left[\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) + \left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)\right] \times \left[\cosh\left(\frac{w}{L_n}\right) - 1\right]$$
$$\approx I_{TS}\frac{1}{2}\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)^2\left[\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) + \left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)\right] \approx -I_T\frac{1}{2}\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)^2$$



Vorwärtsstromverstärkung, Emitterwirkungsgrad und Basistransportfaktor

Minoritätsträgerströme im Emitter und Kollektor

Minoritätsträger-Diffusionsstrom im kurzen Emitter ($l_E \ll L_{pE}$):

$$I_{BE} = -I_{p_{nE}}(x_E) = I_{BES}\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right)$$

wobei $$I_{BES} = \frac{AeD_{pE}p_{n0E}}{L_{pE}\tanh\left(\frac{l_E}{L_{pE}}\right)}$$

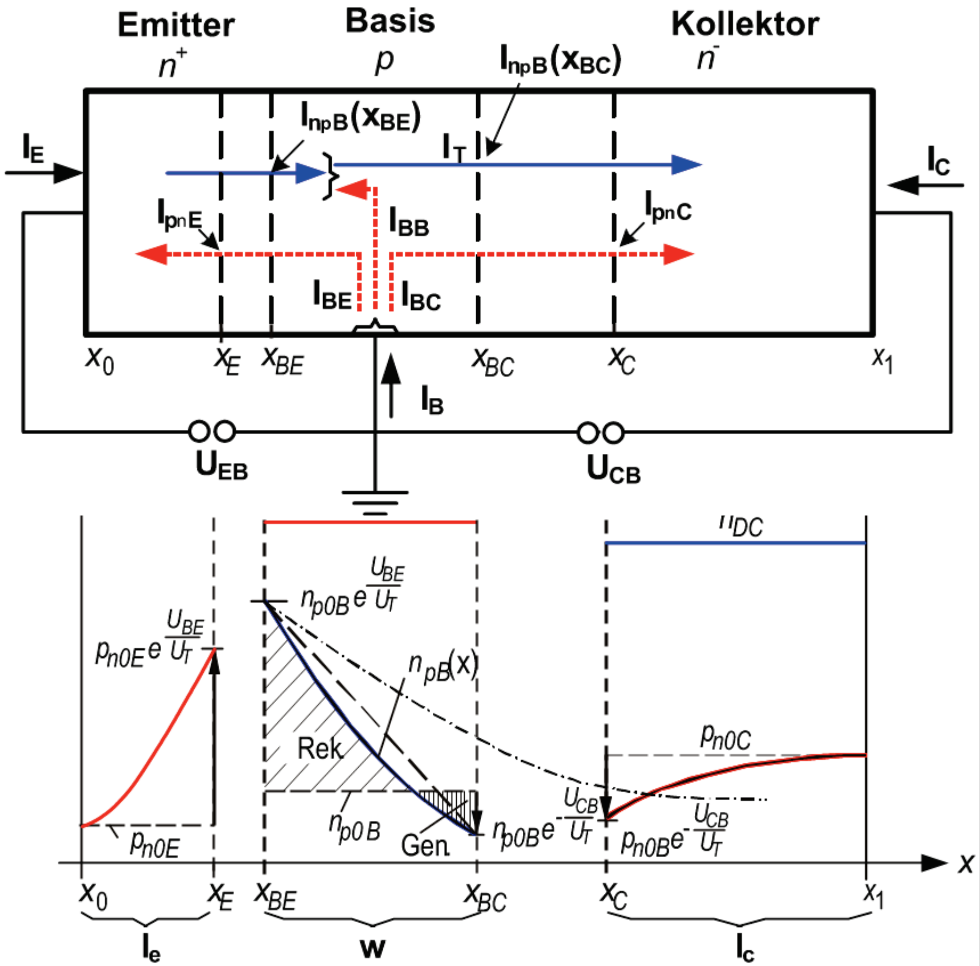
Basis-Emitter-Sättigungsstrom

Minoritätsträger-Diffusionsstrom im Kollektor:

$$I_{BC} = I_{p_{nC}}(x_C) = I_{BCS}\left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)$$

wobei $$I_{BCS} = \frac{AeD_{pC}p_{noC}}{L_{pC}}$$

Basis-Kollektor-Sättigungsstrom

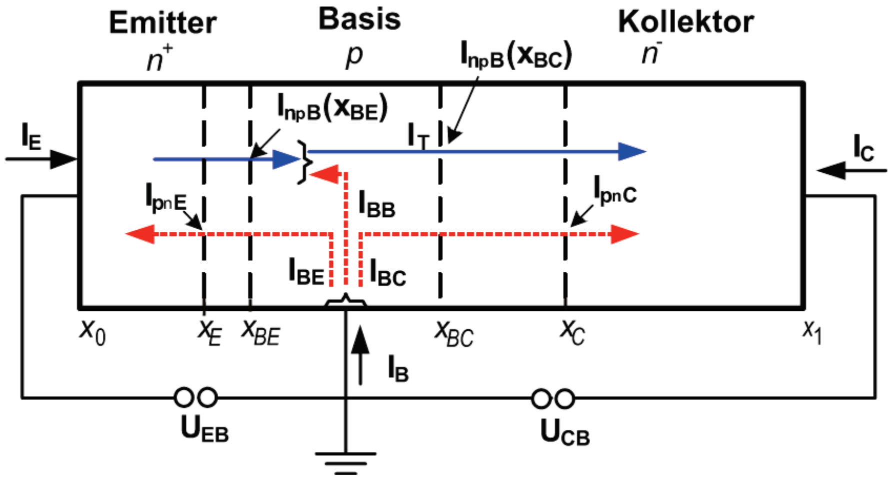


Emitter-, Basis- und Kollektorströme

Emitterstrom:

$$I_E = I_T - I_{BB} - I_{BE}$$
$$= -I_{EE}\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) + I_{TS}\left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right) - I_{BB}$$

wobei $\quad I_{EE} = I_{TS} + I_{BES}$



Kollektorstrom:

$$I_C = -I_T - I_{BC}$$
$$= I_{TS}\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) - I_{CC}\left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)$$

wobei $\quad I_{CC} = I_{TS} + I_{BCS}$

Basisstrom:

$$I_B = I_{BE} + I_{BC} + I_{BB}$$
$$= I_{BES}\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) + I_{BCS}\left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)$$
$$+ I_{TS}\frac{1}{2}\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)^2\left[\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) + \left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)\right].$$

Ebers-Moll-Modell

Annahme: Rekombinationsstrom in der Basis vernachlässigbar, $I_{BB} \ll I_T$

$\Rightarrow$ Ebers-Moll-Gleichungen:

$$I_E = -I_{EE}\left(e^{-U_{EB}/U_T} - 1\right) + I_{TS}\left(e^{-U_{CB}/U_T} - 1\right)$$
$$I_C = I_{TS}\left(e^{-U_{EB}/U_T} - 1\right) - I_{CC}\left(e^{-U_{CB}/U_T} - 1\right)$$

Schreibweise in Matrixform:

$$\begin{pmatrix} I_E \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I_{EE} & I_{TS} \\ I_{TS} & -I_{CC} \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} e^{-\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1 \end{pmatrix} \atop \begin{pmatrix} e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -1 & A_I \\ A_N & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_F \\ I_R \end{pmatrix}$$

wobei: $I_F = I_{EE}\left(e^{-\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1\right)$ Vorwärtsstrom

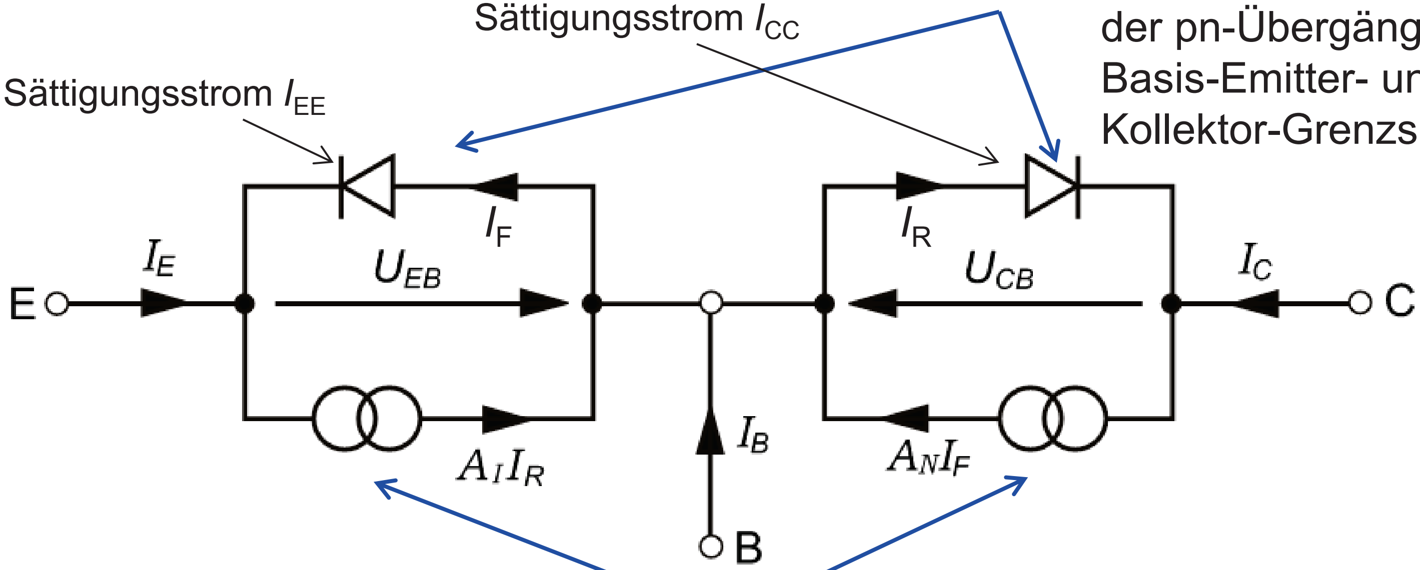
$I_R = I_{CC}\left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)$ Rückwärtsstrom

$A_N = \dfrac{I_{TS}}{I_{EE}} = \dfrac{I_{TS}}{I_{TS} + I_{BES}} \lesssim 1$ Vorwärtsstromverstärkung im Normalbetrieb

$A_I = \dfrac{I_{TS}}{I_{CC}} = \dfrac{I_{TS}}{I_{TS} + I_{BCS}} \lesssim 1$ Rückwärtsstromverstärkung im Inversen Betrieb

Ebers-Moll-Modell und zugehöriges Ersatzschaltbild

Dioden: Modellieren das Verhalten der pn-Übergänge an der Basis-Emitter- und der Basis-Kollektor-Grenzschicht



$$\begin{pmatrix} I_E \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & A_I \\ A_N & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_F \\ I_R \end{pmatrix}$$

$$I_F = I_{EE}\left(e^{-\frac{U_{EB}}{U_T}} - 1\right)$$

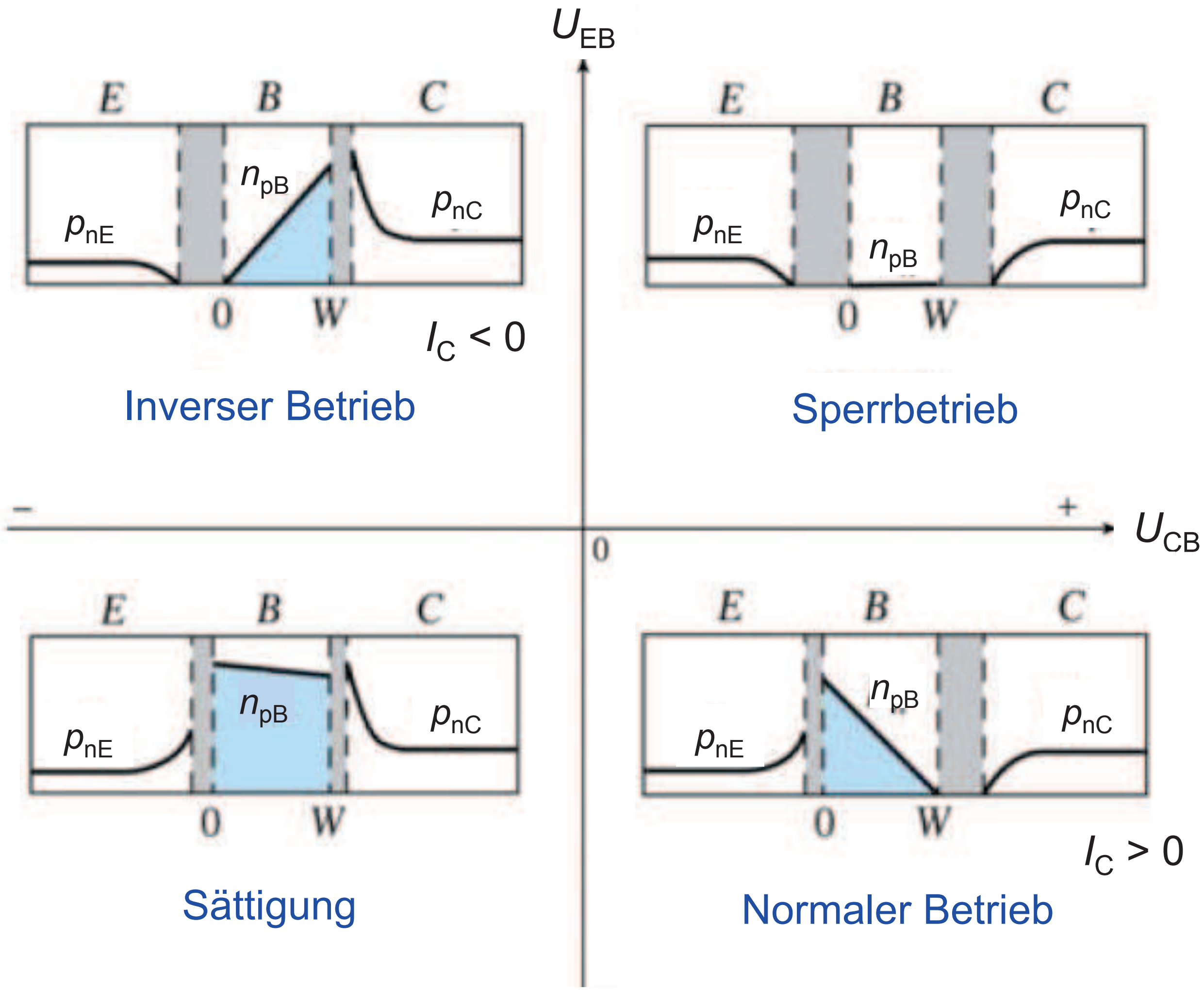
$$I_R = I_{CC}\left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)$$

Gesteuerte Stromquellen: Modellieren die Kopplung zwischen den pn-Übergängen, die durch die überlappende Diffusionszone in der Basis entsteht

Anwendung in CAD-Programmen (z.B. SPICE), beispielsweise zur Berechnung des Arbeitspunktes von Transistoren

Betriebszustände des Bipolar-Transistors

Räumliche Verteilung der Minoritätsträgerdichte in der Basis (npn-Transistor):



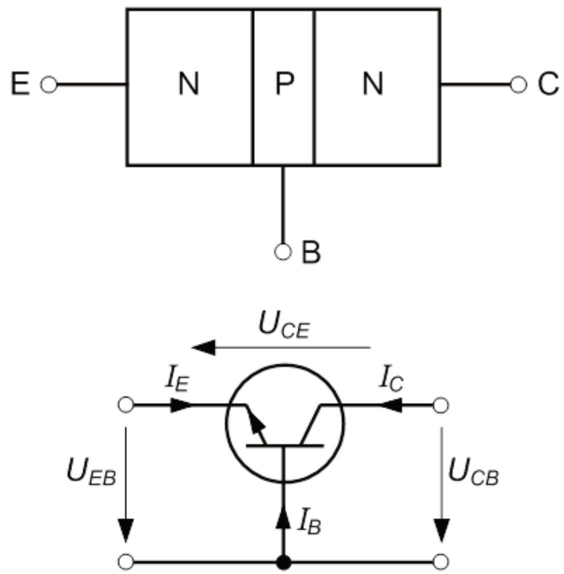
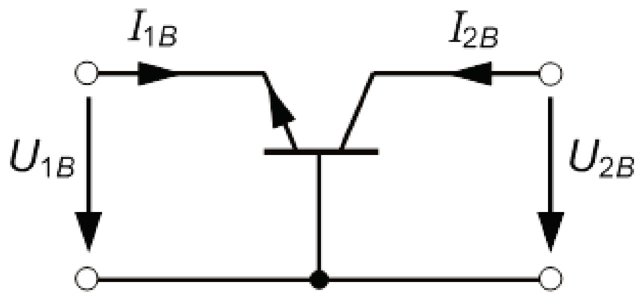


Bild nach Sze, Semiconductor Devices – Physics and Technology

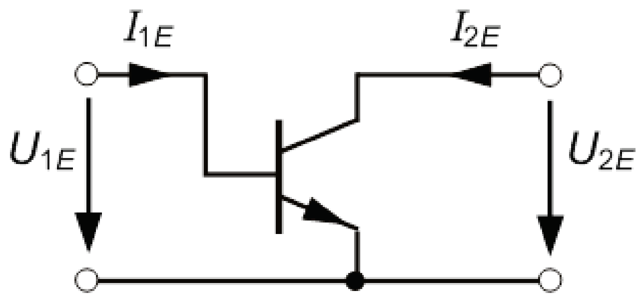
Grundschaltungen des Bipolar-Transistors

(a)



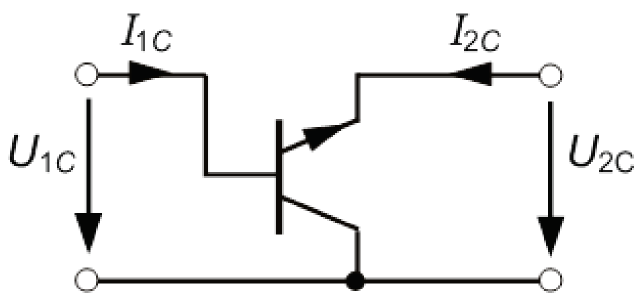
Basisschaltung:
- Spannungsverstärkung, aber keine Stromverstärkung
- Kleine Eingangsimpedanz
- Hohe Ausgangsimpedanz

(b)



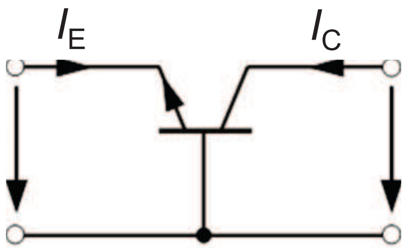
Emitterschaltung
- Spannungsverstärkung und Stromverstärkung
- Höhere Eingangsimpedanz als Basischaltung
- Hohe Ausgansimpedanz

(c)



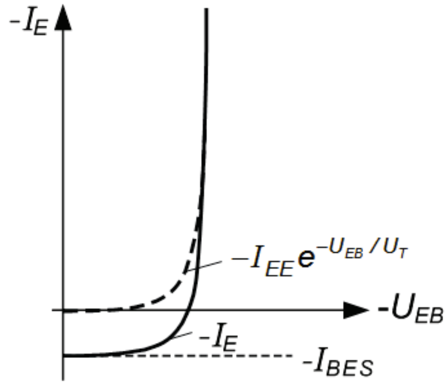
Kollektorschaltung:
- Stromverstärkung, aber keine Spannungsverstärkung
- Hohe Eingangsimpedanz
- Kleine Ausgansimpedanz

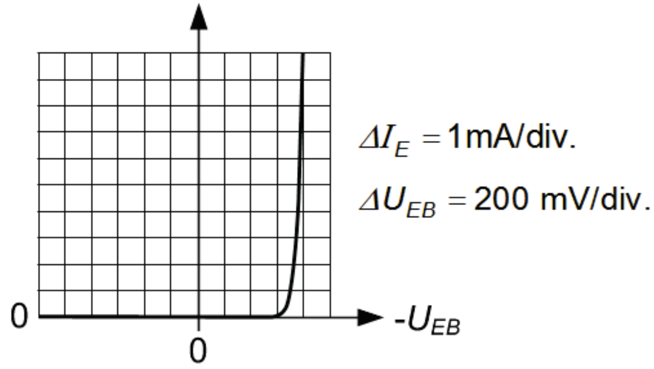
Kennlinienfeld in Basisschaltung



Eingangskennlinienfeld:

$$I_E \approx -I_{EE} e^{-\frac{U_{EB}}{U_T}} + I_{BES}$$



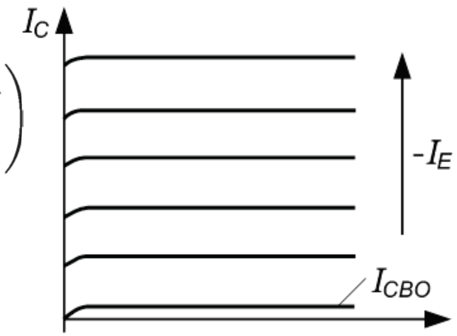


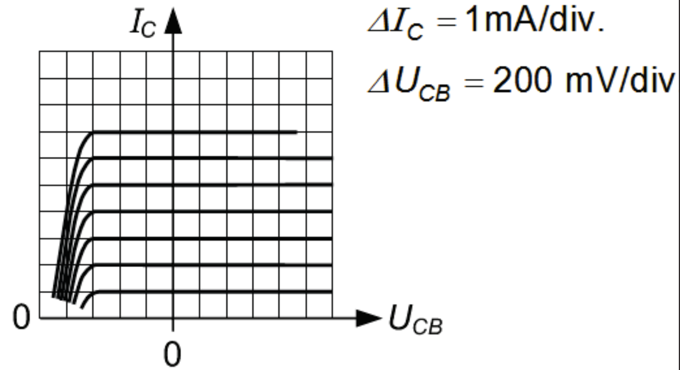
Ausgangskennlinienfeld:

$$I_C = -A_N I_E + I_{CB0}\left(1 - e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}}\right)$$

wobei $I_{CB0} = \left(\frac{1}{A_I} - A_N\right) I_{TS}$

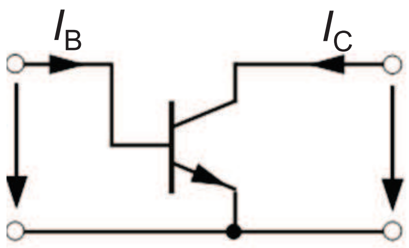
Leerlaufreststrom





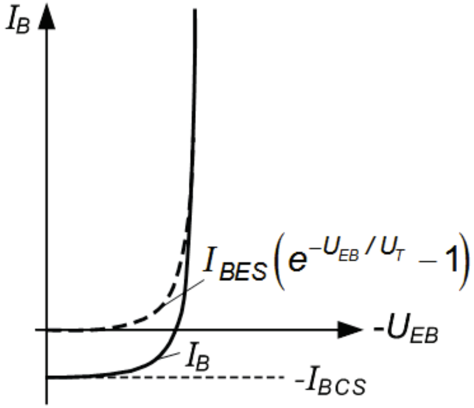
Institute of Photonics and Quantum Electronics

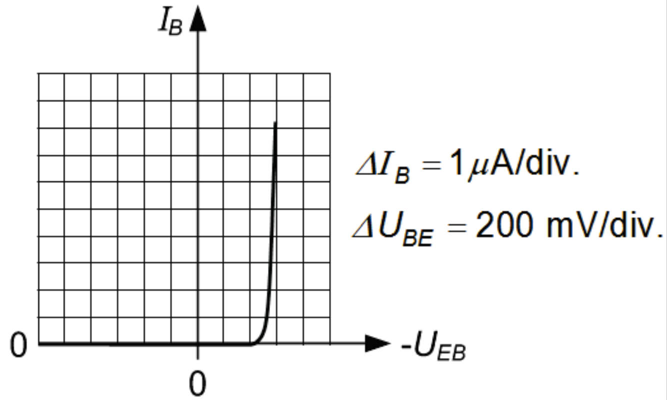
Kennlinienfeld in Emitterschaltung



Eingangskennlinienfeld:

$$I_B = -(I_E + I_C)$$
$$= I_{BES}\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) - I_{BCS}$$



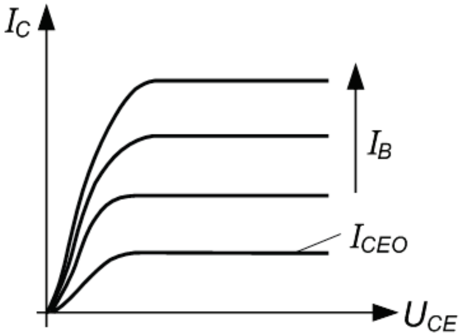


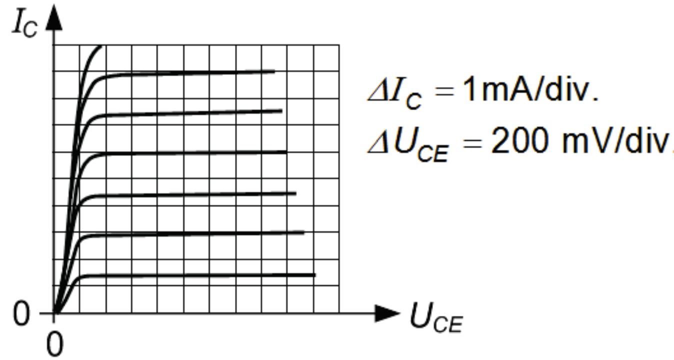
Ausgangskennlinienfeld:

$$I_C = B_N I_B - I_{CE0}\left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)$$

wobei $I_{CE0} = (B_N + 1) I_{CB0}$

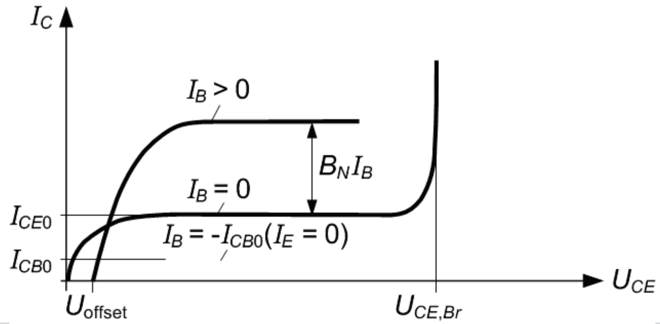
$$B_N = \frac{A_N}{1 - A_N}$$ Stromverstärkung der Emitter-Schaltung





Spannungsoffset beim Ausgangskennlinienfeld:

$$U_{\text{offset}} = U_T \ln\left(\frac{1}{A_I}\right)$$



Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung

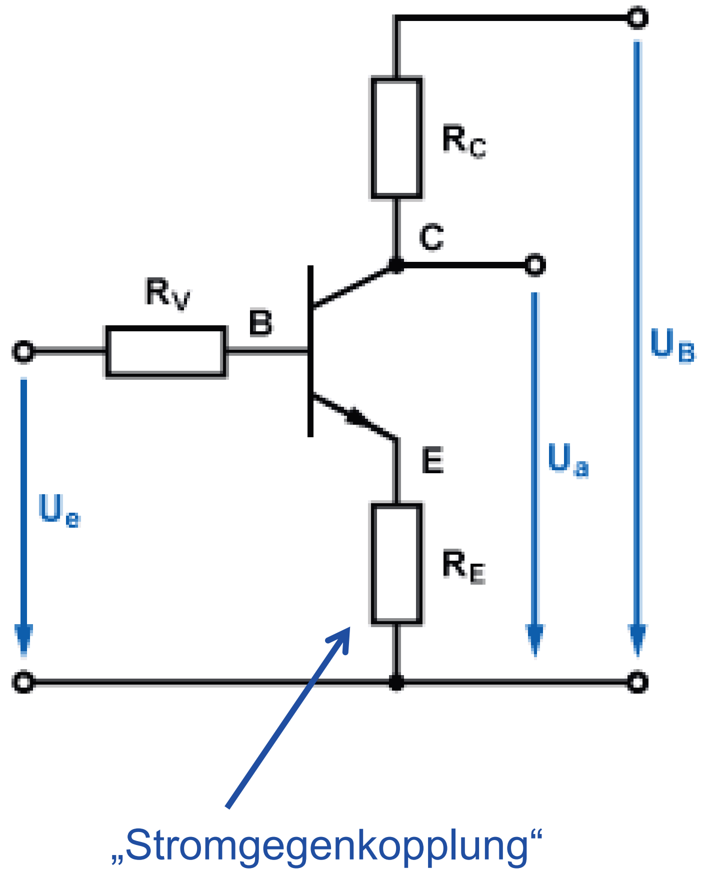
Emitterschaltung mit Stromgegenkopplung:

Temperaturinduzierter Anstieg von B_N oder I_B

$\Rightarrow$ Anstieg von $I_C = B_N\, I_B$

$\Rightarrow$ Anstieg von I_E und Anstieg des Spannungsabfalls über R_E

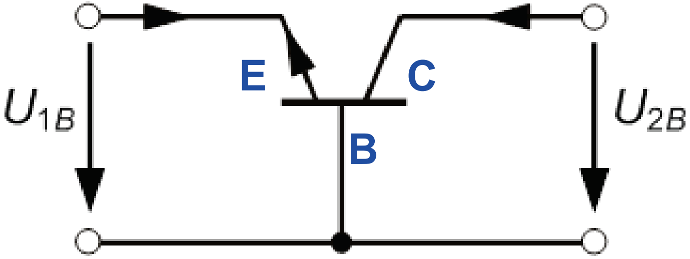
$\Rightarrow$ U_{BE} sinkt und I_B verringert sich wieder; dies wirkt der Störung entgegen.

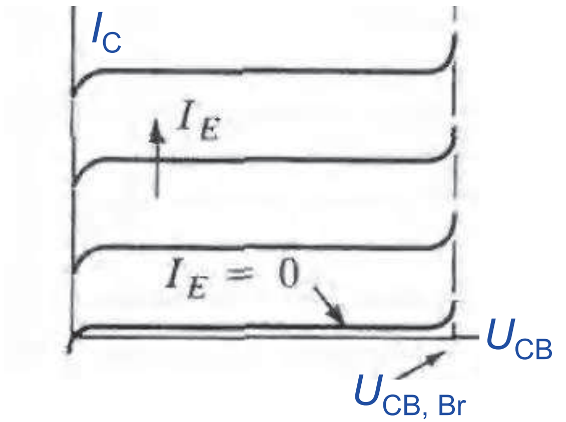


http://www.elektronik-kompendium.de/sites/slt/0204134.htm

Durchbruchverhalten

Basisschaltung (npn):

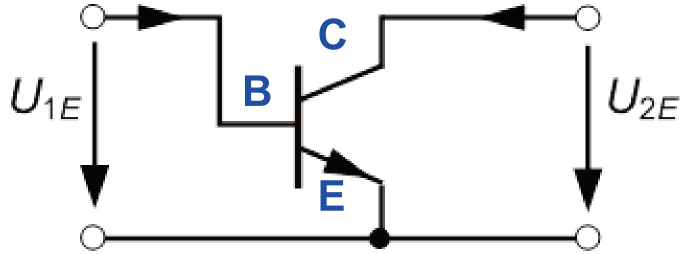


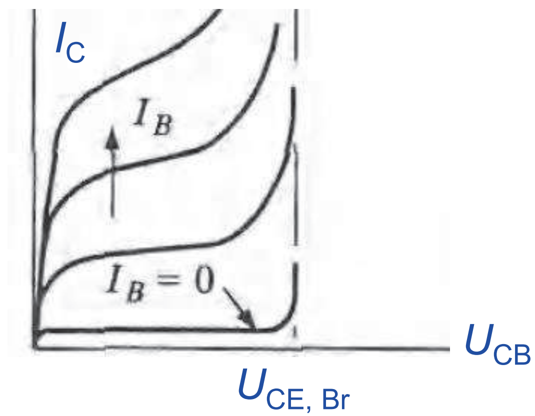


- Ausgangsspannung U_2 fällt vollständig über der Kollektor-Basis-Diode ab
- Durchbruch erfolgt, wenn Durchbruchspannung $U_{CB,Br}$ der Kollektor-Basis-Diode erreicht wird
- In der Regel: Lawinendurchbruch, lange RLZ im schwach dotierten Kollektor

Bilder: Streetman, Solid-State Electronic Devices

Emitterschaltung (npn):

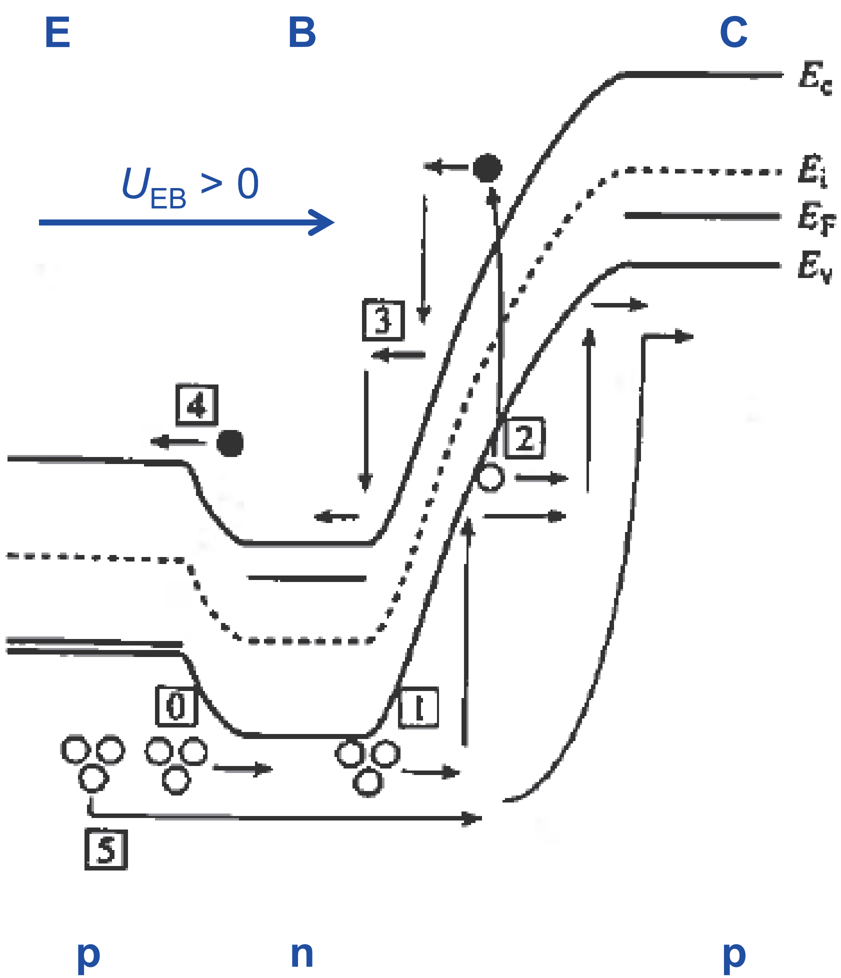




- Ausgangspannung $U_2 = U_{CE} = U_{CB} + U_{BE} \approx U_{CB}$, da $U_{BE} \approx 0.6\text{ V} \ll U_{CE}$
- Aber: $U_{CE,Br} < U_{CB.Br}$, d.h. die Durchbruchspannung in Emitterschaltung ist wesentlich kleiner als in Basisschaltung
- Grund: Positive Rückkopplung bei einsetzender Lawinenmultiplikation durch Raumladungen in der Basis

Durchbruchverhalten in Emitterschaltung

Erklärung der positiven Rückkopplung beim Lawinendurchbruch:
Hier: pnp-Transistor !



0. Starke Löcherinjektion (Vorwärtsstrom des *E-B*-Überganges!) aus dem Emitter in die Basis …
1. … und von dort weiter in den Kollektor.
2. Lawinenmultiplikation durch einzelne Löcher, lange bevor die Lawinen-Durchbruchspannung des *B-C*-Überganges erreicht wird.
3. Erzeugte Elektronen fließen zurück in die Basis und können dort nicht über den Basisanschluss abfließen, da der Basistrom durch die äußere Schaltung eingeprägt wird (Arbeitspunkt des Transistors). Dies führt zu einer negativen Aufladung der Basis.
4. Die Aufladung der Basis hat eine Vergrößerung der Vorwärtsspannung U_{EB} und des Basisstromes I_B zur Folge. Dadurch steigt sowohl der in den Emitter injizierte Elektronenstrom …
5. … als auch der in die Basis injizierte Löcherstrom, der den beschriebenen Effekt weiter verstärkt

Bild: Pierret, Semiconductor Device Fundamentals

Änderung im Vorlesungsplan

- Vorlesung statt Übung am kommenden Freitag, dem 24.01.14
- Am Montag, dem 03.02.14, findet dann eine Übung anstelle der Vorlesung statt

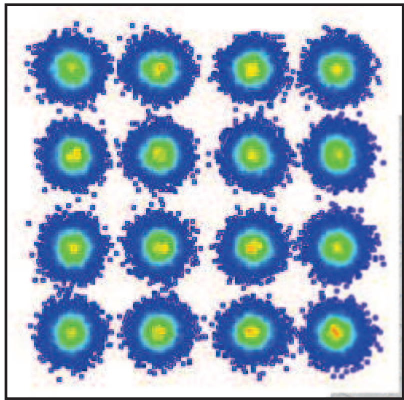
Montag, 21.10.13: Vorlesung 1	Freitag, 25.10.13: Vorlesung 2
Montag, 28.10.13: Vorlesung 3	Freitag, 01.11.13: Feiertag (Allerheiligen)
Montag, 04.11.13: Vorlesung 4	Freitag, 08.11.13: Übung 1
Montag, 11.11.13: Vorlesung 5	Freitag, 15.11.13: Übung 2
Montag, 18.11.13: Vorlesung 6	Freitag, 22.11.13: Übung 3
Montag, 25.11.13: Vorlesung 7	Freitag, 29.11.13: Übung 4
Montag, 02.12.13: Vorlesung 8	Freitag, 06.12.13: Übung 5
Montag, 09.12.13: Vorlesung 9	Freitag, 13.12.13: Übung 6
Montag, 16.12.13: Vorlesung 10	Freitag, 20.12.13: Übung 7
Montag, 06.01.14: Feiertag (Heilige Drei Könige)	Freitag, 10.01.14: Übung 8
Montag, 13.01.14: Vorlesung 11	Freitag, 17.01.14: Übung 9
Montag, 20.01.14: Vorlesung 12	Freitag, 24.01.14: Vorlesung 13
Montag, 27.01.14: Vorlesung 14	Freitag, 31.01.14: Übung 10
Montag, 03.02.14: Übung 11	Freitag, 07.02.14: Übung 12
Montag, 10.02.14: Vorlesung 15	Freitag, 14.02.14: Übung 13

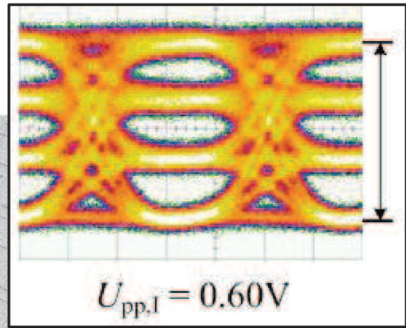
IPQ Labortour am Freitag, dem 14.02.2014

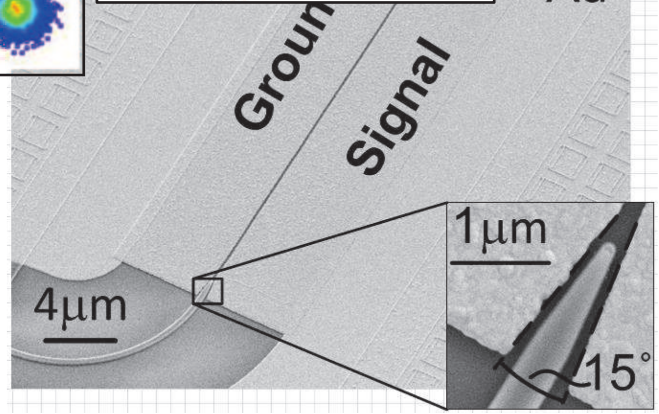
Führung durch das IPQ und Vorstellung laufender Arbeiten auf den Gebieten Nanophotonik und Teratronik:

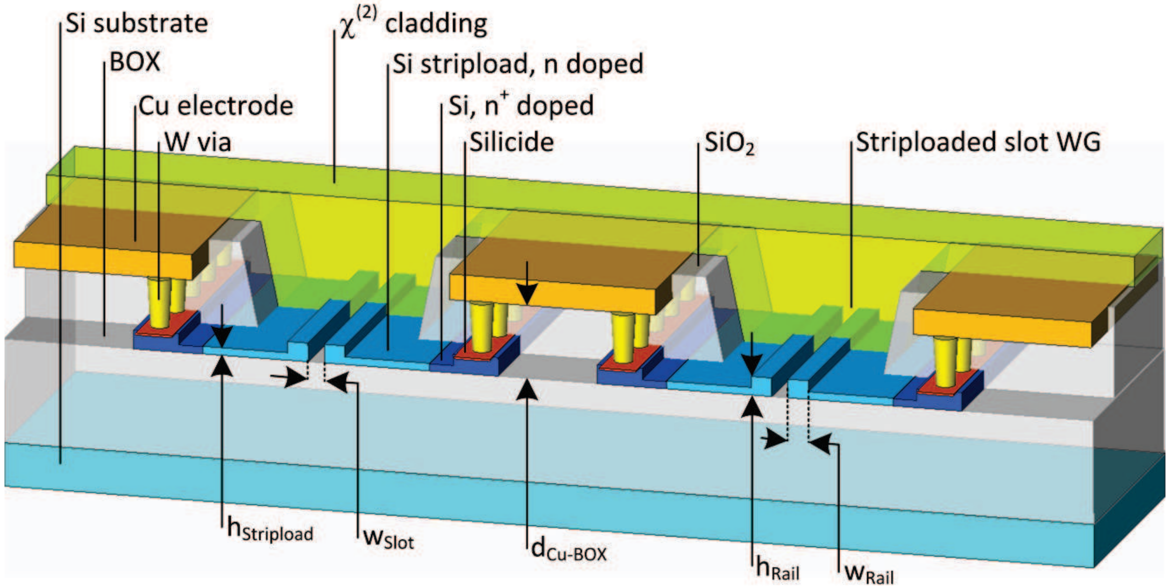
- Silizium-Photonik und Plasmonik
- Optische Systemintegration und „photonisches Wirebonden“
- Photonische Terabit-Kommunikation
- Optische Messtechnik

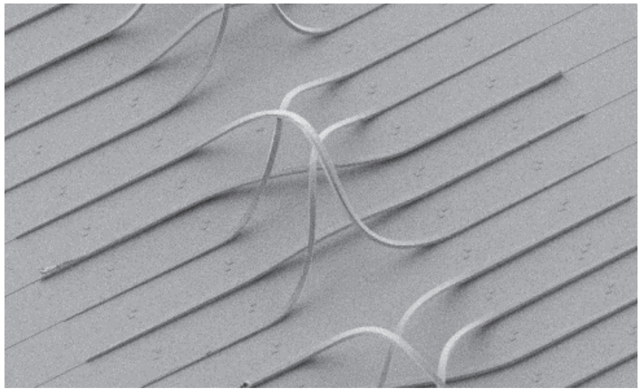
Fragen zum Institut werden bei Kaffee und Kuchen beantwortet.







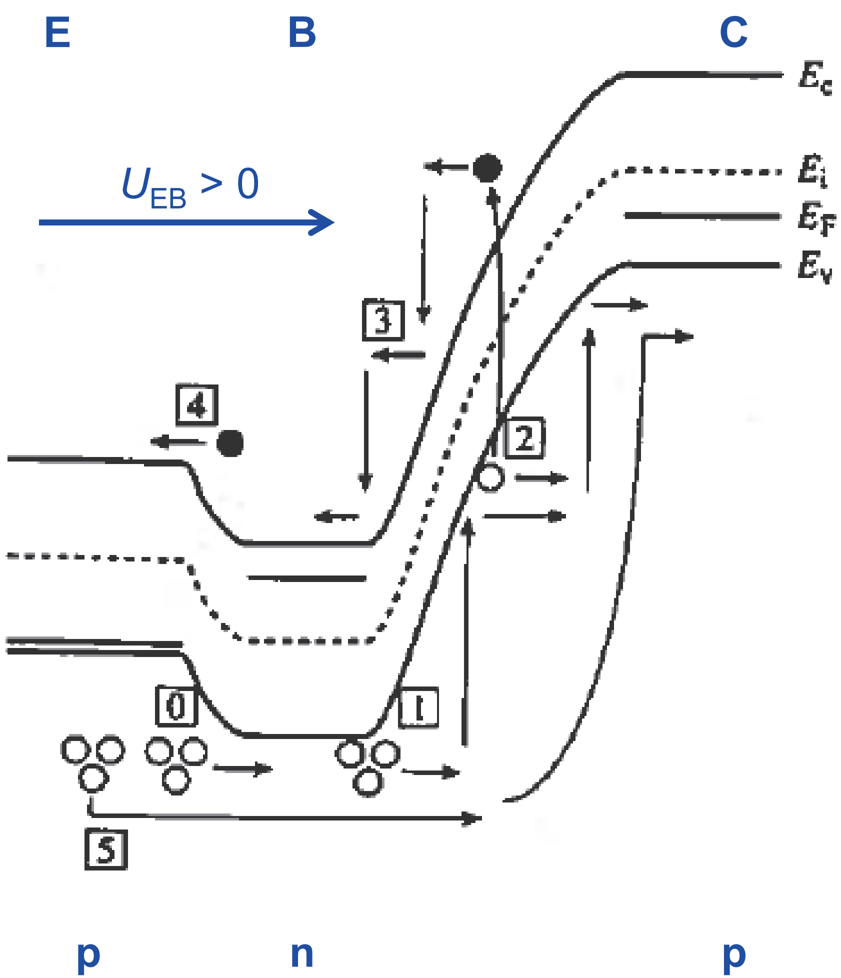




Durchbruchverhalten in Emitterschaltung

Erklärung der positiven Rückkopplung beim Lawinendurchbruch:

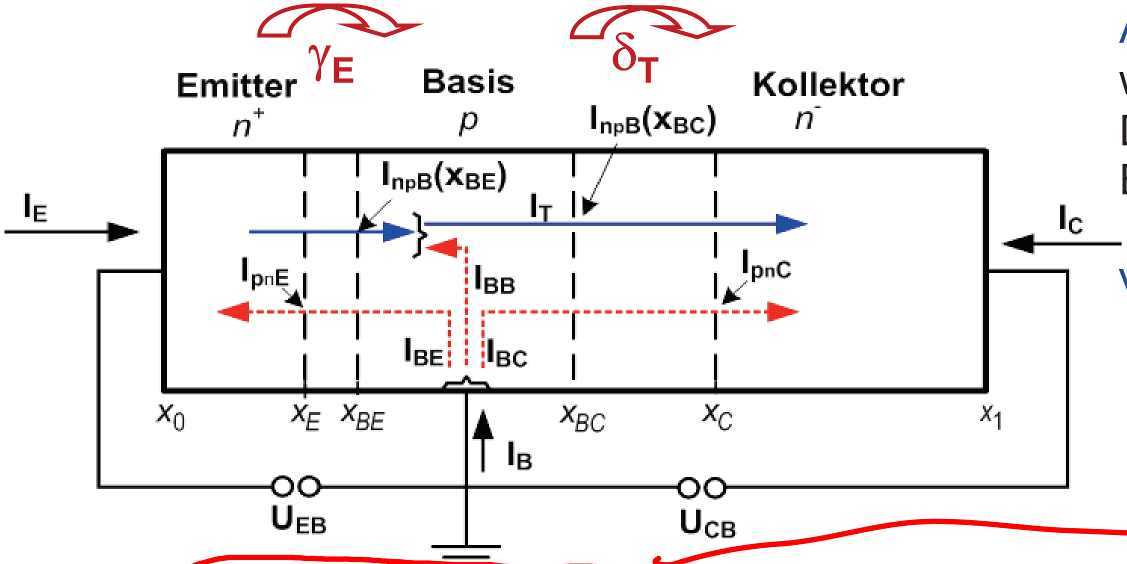
Hier: pnp-Transistor !



0. Starke Löcherinjektion (Vorwärtsstrom des *E*-*B*-Überganges!) aus dem Emitter in die Basis …
1. … und von dort weiter in den Kollektor.
2. Lawinenmultiplikation durch einzelne Löcher, lange bevor die Lawinen-Durchbruchspannung des *B*-*C*-Überganges erreicht wird.
3. Erzeugte Elektronen fließen zurück in die Basis und können dort nicht über den Basisanschluss abfließen, da der Basistrom durch die äußere Schaltung eingeprägt wird (Arbeitspunkt des Transistors). Dies führt zu einer negativen Aufladung der Basis.
4. Die Aufladung der Basis hat eine Vergrößerung der Vorwärtsspannung U_{EB} und des Basisstromes I_B zur Folge. Dadurch steigt sowohl der in den Emitter injizierte Elektronenstrom …
5. … als auch der in die Basis injizierte Löcherstrom, der den beschriebenen Effekt weiter verstärkt

Bild: Pierret, Semiconductor Device Fundamentals

Vorwärtsstromverstärkung, Emitterwirkungsgrad und Basistransportfaktor



Annahme: Emitterlänge l_{nE} ist wesentlich kleiner als die Diffusionslänge der Löcher im Emitter, $l_{nE} \ll L_{pE}$

Ziel A_N maximal

Vorwärtsstromverstärkung:

$$A_N = -\frac{I_C}{I_E}\Big|_{\text{Normalbetrieb}} = \frac{-I_T}{-I_T + I_{BE} + I_{BB}} = \gamma_E \times \delta_T$$

ca $10^{20}\ cm^{-3}$ ↑ n_{DE} ?

wobei

$$\gamma_E = \frac{-I_T + I_{BB}}{-I_T + I_{BE} + I_{BB}} = \frac{1}{1 + \frac{I_{BE}}{-I_T + I_{BB}}} \approx \frac{1}{1 + \frac{\mu_{pE} n_{AB} L_{nB}}{\mu_{nB} n_{DE} l_E} \tanh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)}$$

$\frac{w}{L_{nB}} \ll 1$ &

n_{AB} ↓ ca $10^{17}\ cm^{-3}$

Emitterwirkungsgrad: $\dfrac{\text{Anteil des Emitterstroms, der als Minoritätsträgerstrom in die Basis injiziert wird}}{\text{Gesamter Emitterstrom}}$

$$\delta_T \approx \frac{-I_T}{-I_T + I_{BB}} = \frac{1}{1 + \frac{I_{BB}}{-I_T}} \approx \frac{1}{\cosh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)}$$

Basistransportfaktor: $\dfrac{\text{Strominjektion von der Basis in den Kollektor}}{\text{Gesamter Minoritätsträgerstrom, der in die Basis injiziert wird}}$

Minoritätsträgerströme in der Basis

Rückwärtsstromverstärkung und Dotierungsprofil

Analoge Herleitung: Rückwärtsstromverstärkung:

$$A_I = -\frac{I_C}{I_E}\bigg|_{\text{inv. Betrieb}} = \frac{-I_T}{-I_T + I_{BC} + I_{BB}} = \gamma_C \times \delta_T$$

wobei $\gamma_C \approx \dfrac{1}{1 + \frac{\mu_{pC} n_{AB} L_{nB}}{\mu_{nB} n_{DC} L_{pC}} \tanh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)}$ Kollektorwirkungsgrad

Design von Basisweite und Dotierungsprofil:

Ziele: $\gamma_E = \dfrac{1}{1 + \frac{\mu_{pE} n_{AB} L_{nB}}{\mu_{nB} n_{DE} l_E} \tanh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)} \to 1$

$$\delta_T = \frac{1}{\cosh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)} \to 1$$

- $w/L_{nB} \ll 1$: Typische Diffusionslängen in dotierten Materialien sind von der Größenordnung von 1 µm; Basisweite w < 100nm sind technisch möglich
- $n_{AB} \ll n_{DE}$: Emitter muss wesentlich höher als die Basis dotiert werden; heute üblich: $n_{DE} > 10^{20}$ cm^{-3}; $n_{AB} \approx 10^{17}$ cm^{-3}

$$\gamma_C = \frac{1}{1 + \frac{\mu_{pC} n_{AB} L_{nB}}{\mu_{nB} n_{DC} L_{pC}} \tanh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)}$$ so klein wie möglich!

- $n_{AB} \gg n_{DC}$: Kollektor muss möglichst schwach dotiert werden; üblich: $n_{DC} \approx 10^{16}$ cm^{-3}

$\frac{w}{L_{nB}}$	$0,05$	$0,1$
$\cosh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)$	$1,001$	$1,005$
$\tanh\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)$	$0,0499$	$0,0996$
δ_T	$0,998$	$0,995$
γ_E	$0,9999$	$0,9999$
A_N	$0,9987$	$0,9949$
B_N	768	196
γ_C	$0,666$	$0,500$
A_I	$0,666$	$0,498$

Kleinsignal-Analyse

Für viele Anwendungen von Transistoren interessiert nur das Verhalten bei kleinen Strom- und Spannungsänderungen ΔI bzw. ΔU

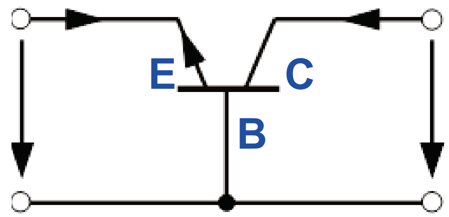
⇒ Linearisierung der Kennlinien um einen Arbeitspunkt:

$$\alpha = -\frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}^{asd}$$ Stromverstärkung in Emitterschaltung

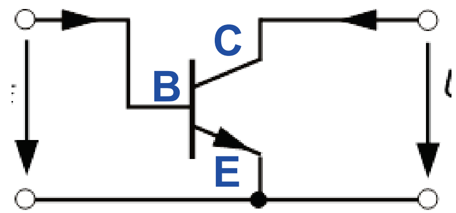
$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$ Stromverstärkung in Basisschaltung

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} \gg 1$$

Basisschaltung (npn):



Emitterschaltung (npn):



Quasistationäre Analyse im Niederfrequenz-Fall:

- Die Änderung der Ströme und Spannungen langsam im Vergleich zu den Trägerlebensdauern im Transistor, so dass Ladungsspeichereffekte vernachlässigt werden können
- Einfluss der Ausgangsspannung U_{CB} auf den Kollektorstrom I_C wird vernachlässigt
- Generation- und Rekombination in der Basis wird vernachlässigt, $I_{BB} = 0$

⇒ Beschreibung des Zusammenhangs zwischen Basis-Emitter-Spannung und Kollektor-Strom durch die Steilheit g_m (engl. Transconductance):

$$\Delta I_C = g_m \Delta U_{BE} \quad \text{wobei} \quad g_m = \frac{\Delta I_c}{\Delta U_{BE}} \approx -\frac{\Delta I_T}{\Delta U_{BE}} = \frac{I_T}{U_T} \approx \frac{|I_C|}{U_T} \approx \left|\frac{I_C}{\text{mA}}\right| 0,04\ \text{S}$$

Kleinsignal-Analyse im Niederfrequenz-Fall

Berechnung der Stromverstärkung:

$$\beta_0 = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

Annahmen:

- $U_{CB} << -U_T$
- Kurze Diffusionszone im Emitter und in der Basis,

$$w \ll L_{npb}, \quad l_E \ll L_{pnE}$$

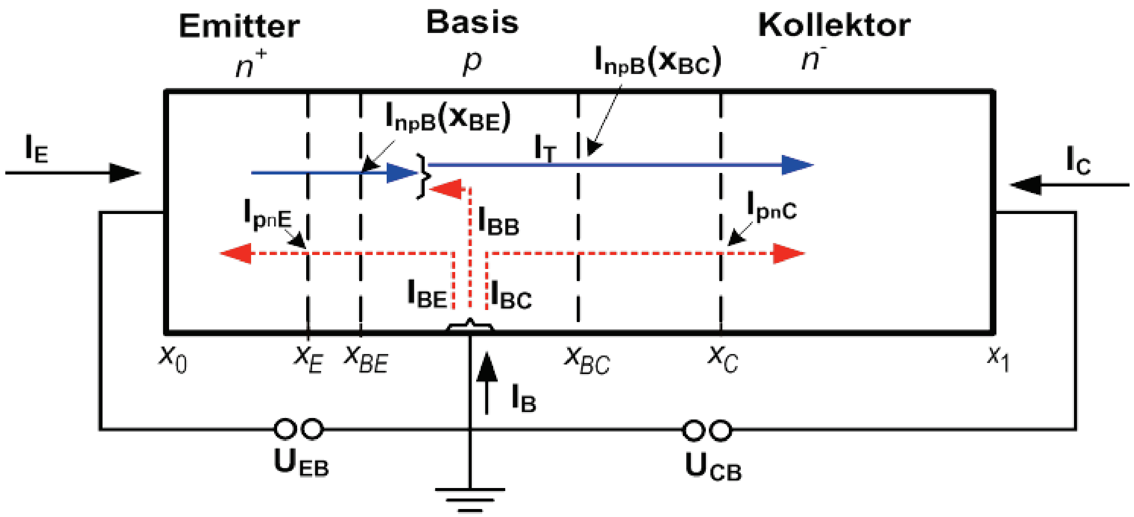
$$I_T \approx -I_{TS} e^{\frac{U_{BE}}{U_T}}$$

$$I_{BE} \approx I_{BES} e^{\frac{U_{BE}}{U_T}}$$

$$I_{BES} = \frac{AeD_{pE} p_{noE}}{l_E}$$

$$I_{BB} \approx I_{TS} \frac{1}{2} \left(\frac{w}{L_{nB}}\right)^2 e^{\frac{U_{BE}}{U_T}}$$

$$I_{TS} \approx Ae \frac{D_{nB} n_{poB}}{w}$$



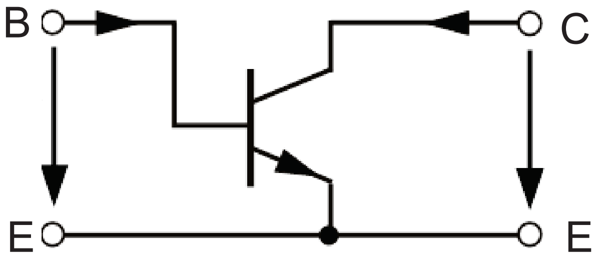
$$\Rightarrow \frac{\Delta I_B}{\Delta I_C} = \frac{\Delta I_B / \Delta U_{BE}}{\Delta I_C / \Delta U_{BE}}$$

$$= \frac{D_{pE}\ w\ n_{AB}}{D_{nB}\ l_E\ n_{DE}} + \frac{1}{2}\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)^2$$

$$= \delta = \frac{1}{\beta_0}$$

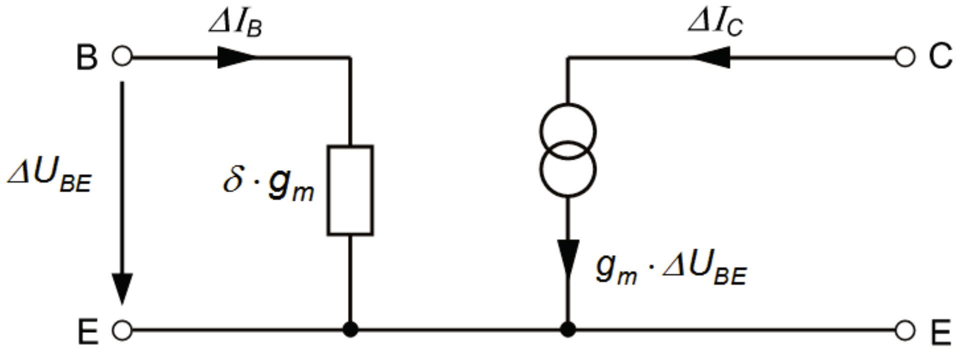
β_0 = Kleinsignal-Niederfrequenz-Stromverstärkung in Emitterschaltung

Niederfrequenz-Ersatzschaltbild in Emitterschaltung

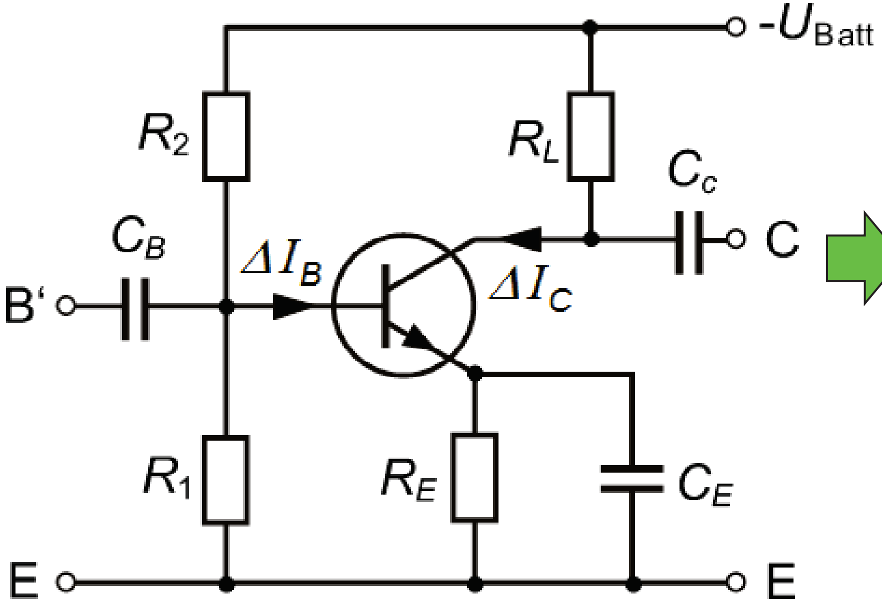


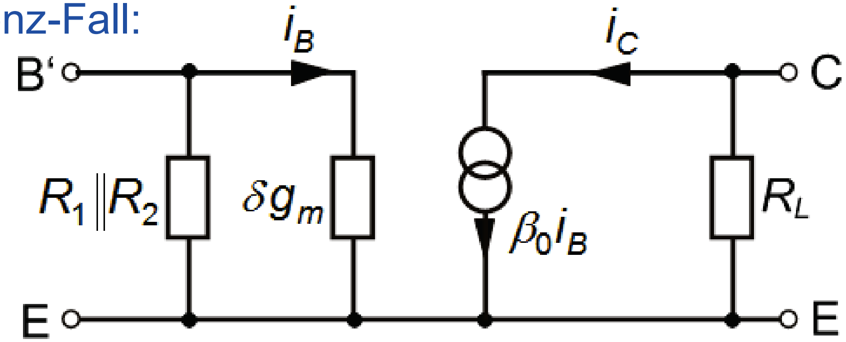
$$\Delta I_C = g_m \Delta U_{BE} = \beta_0 \Delta I_B$$

$$\Delta I_B = \delta g_m \Delta U_{BE}$$



Kleinsignal-Schaltungsanalyse im Niederfrequenz-Fall:





Beispiel: $\delta = 0.004$, $I_C = 10$ mA, $R_L = 1$ kΩ

$$G_U = \frac{u_{CE}}{u_{BE}} = -R_L g_m = -400$$ Spannungsverstärkung

$$G_I = \frac{i_C}{i_B} = \beta_0 = 250$$ Stromverstärkung

$$G_P = |G_U G_i| = 100\,000$$ Leistungsverstärkung

Ladungsspeicher-Effekte und Kleinsignal-ESB für hohe Frequenzen

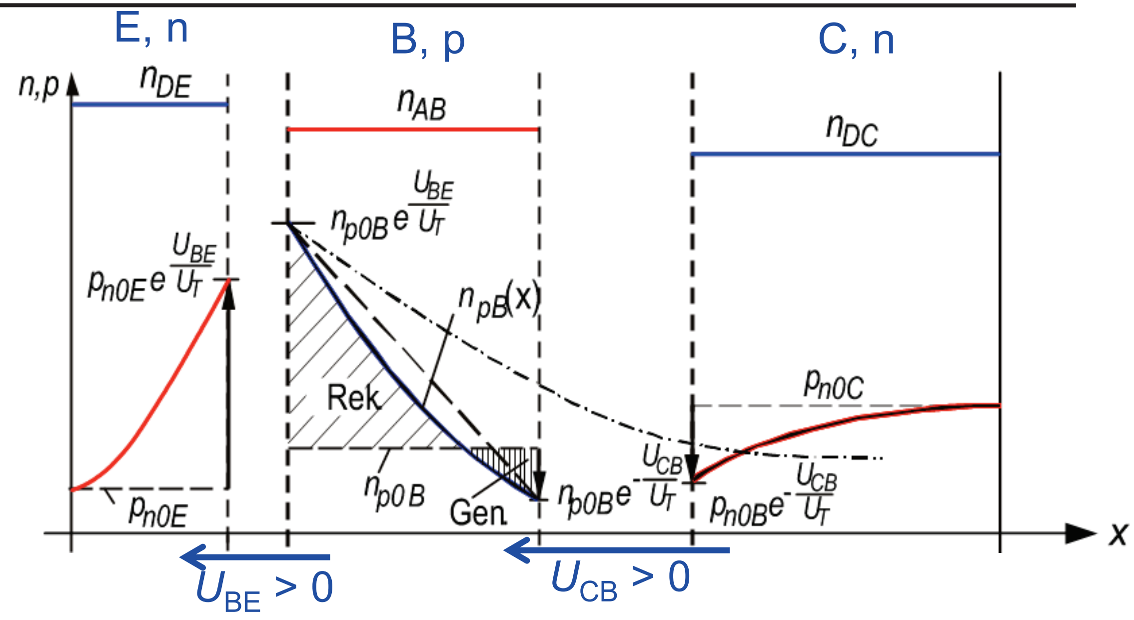
Vgl. dynamisches Verhalten der Diode: Modellierung von Ladungsspeicher-Effekten durch Sperrrschicht-kapazitäten und Diffusionskapazitäten

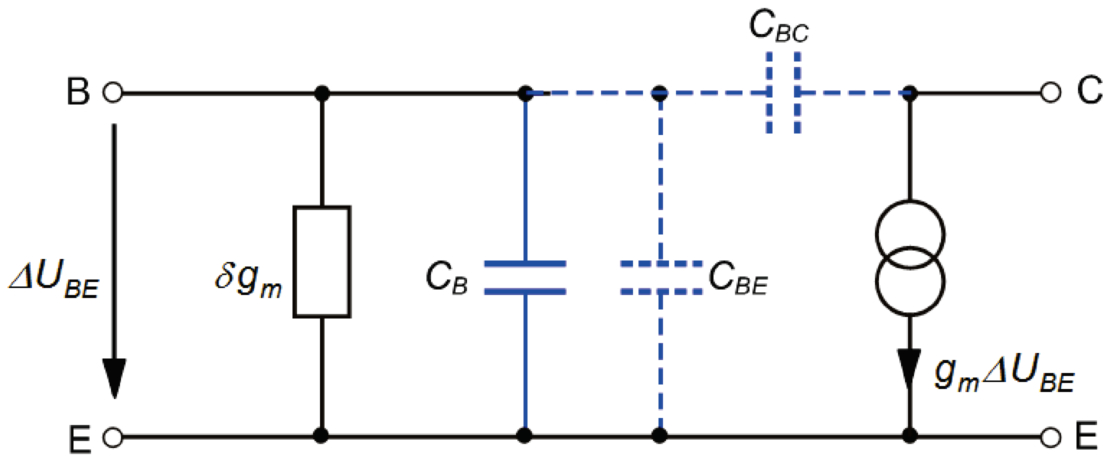
Hier: npn-Transistor im Normalbetrieb

Basis-Emitter-Übergang:
Vorspannung in Sperrrichtung
⇒ C_{BE} = Sperrschichtkapazität + emitterseitige Diffusionskapazität

Basis-Kollektor-Übergang:
Vorspannung in Durchlassrichtung
⇒ C_{BC} = Sperrschichtkapazität

Basis:
Gemeinsame Diffusionszone der beiden pn-Übergänge
⇒ Basis-Kapazität C_B

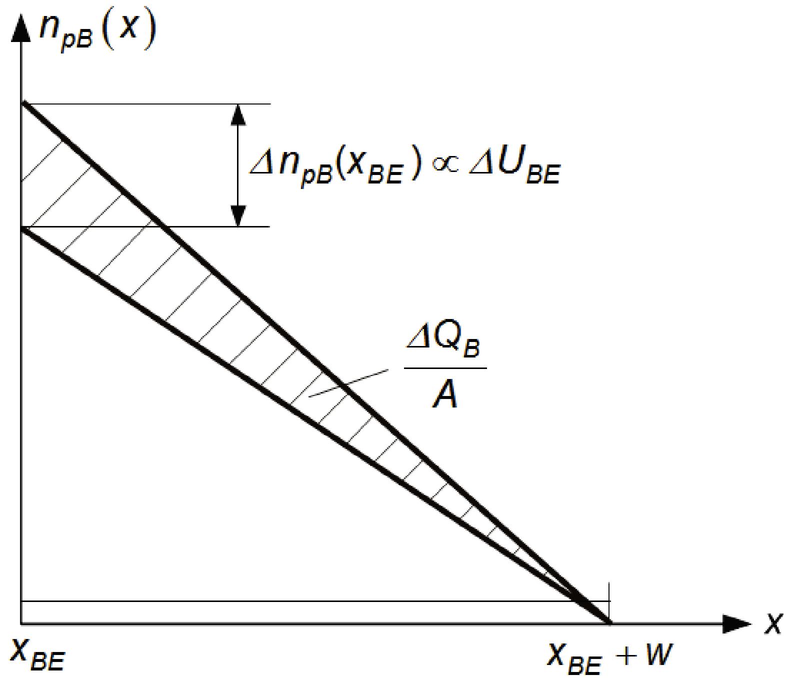




Institute of Photonics and Quantum Electronics

Ladungsspeicherung in der Basis

- Eine Änderung U_{BE} bewirkt eine Änderung der in der Ladungsträgerdichte $n_{pB}(x_{BE})$ am linken Rand der Basis-Diffusionszone und damit eine Änderung der gespeicherten Ladungen
- Die Ladungsträgerdichte $n_{pB}(x_{BE}+w)$ am rechten Rand ist nahezu Null und spielt daher keine Rolle



Anmerkung: In der Basis liegt eine kurze Diffusionszone vor. In diesem Fall ist die Rekombination vernachlässigbar, und der Ladungstransfer durch externe Anschlüsse kann direkt aus der Änderung der internen Ladungen berechnet werden.

$\Rightarrow$ Änderung der positiven Majoritätsträgerladung, die zur Kompensation der Elektronendichte in der DZ benötigte wird:

$$\Delta Q_B = \frac{1}{2} e A\, w\, \Delta n_{pB}(x_{BE}) = C_B\, \Delta U_{BE}$$

wobei $C_B = \frac{1}{2} \frac{w^2}{D_{npB}} g_m$ Basiskapazität

Basisweitenmodulation (Early-Effekt)

Early-Effekt: Eine Änderung der Kollkektor-Basis-Spannung führt zu einer Änderung Δw der Basisweite w.

⇒ Lineare Näherung mit Hilfe der Early-Spannung U_A: $$\frac{\Delta w}{w} = -\frac{\Delta U_{CB}}{U_A}$$

Konsequenzen:

1. Anwachsen des Kollektorstromes I_C mit U_{CE} durch Erhöhung der Steigung des Ladungsträgerprofils in der Basis

$$I_C = eA\frac{n_{pnB}(x_{BE}) - n_{pnB}(x_{BC})}{w}$$

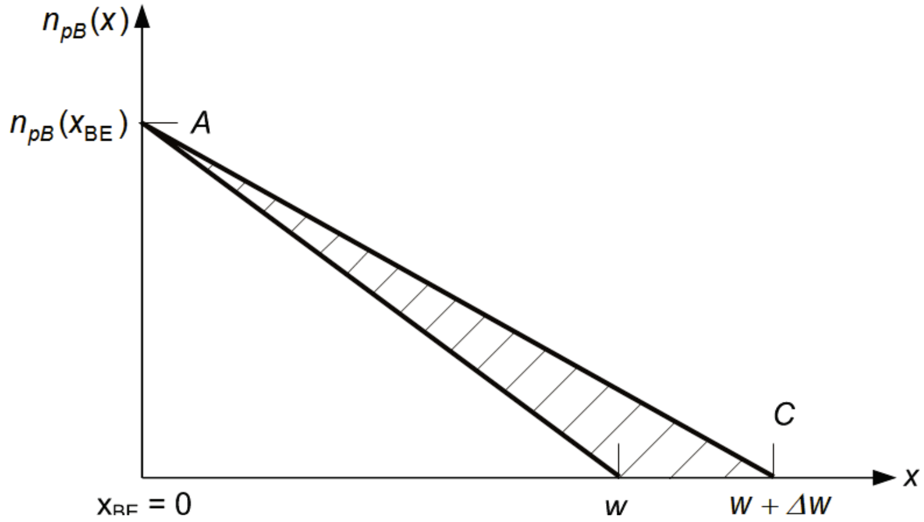
$$\Rightarrow \Delta I_C = -I_C\frac{\Delta w}{w} = \frac{I_C}{U_A}\Delta U_{CB}$$

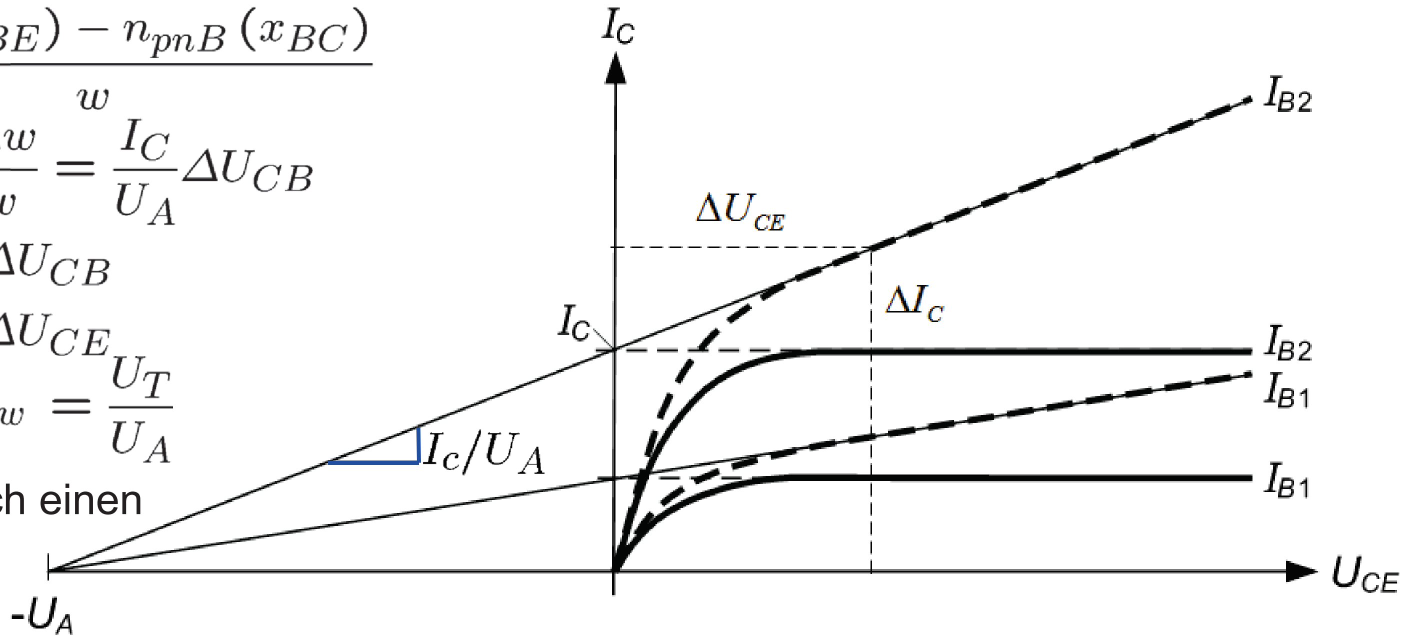
$$\approx g_m \eta_w \Delta U_{CB}$$

$$\approx g_m \eta_w \Delta U_{CE}$$

wobei $g_m = \frac{I_c}{U_T}$; $\eta_w = \frac{U_T}{U_A}$

⇒ Modellierung durch einen Leitwert $g_m\eta_w$ im Kleinsignal-ESB





Basisweitenmodulation (Early-Effekt)

2. Änderung des Basis-Rekombinationsstromes I_{BB} mit U_{CB} durch Erhöhung der Steigung des Ladungsträgerprofils in der Basis:

$$I_{BB} = I_{TS}\frac{1}{2}\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)^2 \left[\left(e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} - 1\right) + \left(e^{-\frac{U_{CB}}{U_T}} - 1\right)\right]$$

wobei $I_{TS} = \dfrac{AeD_{nB}n_{poB}}{L_{nB}\,\mathrm{sinh}\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)} \approx Ae\dfrac{D_{nB}n_{poB}}{w}$

$$\Rightarrow \Delta I_B \approx \Delta I_{BB} = -g_m \delta_{\mathrm{rek}} \eta_W \Delta U_{CB}$$

Modellierung durch einen Leitwert $g_m\eta_w\delta_{\mathrm{rek}}$ zwischen Kollektor und Basis im Kleinsignal-ESB

$$g_m = \frac{I_c}{U_T};\ \eta_w = \frac{U_T}{U_A};\ \delta_{\mathrm{rek}} = \frac{1}{2}\left(\frac{w}{L_{nB}}\right)^2$$

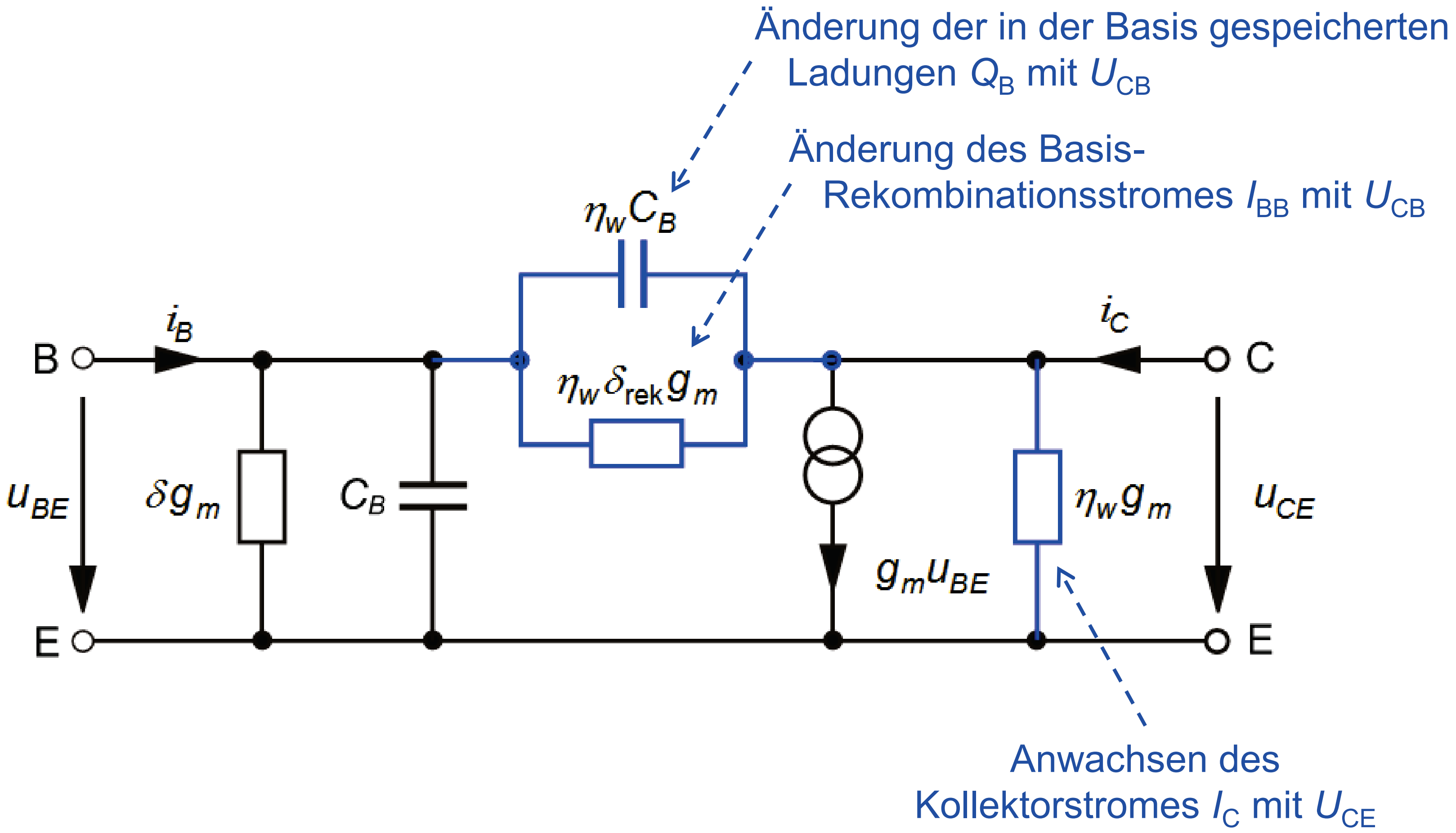
Anteil des in die Basis injizierten Minoritätsträgerstromes, der in der Basis rekombiniert.

3. Änderung der in der Basis gespeicherten Ladungen: Betrachte Majoritätsträgerladung, die zur Kompensation der geänderte Elektronendichte in der DZ benötigt wird

$$\Delta Q_B = \frac{1}{2}eA\,n_{pB}\left(x_{BE}\right)\,\Delta w = -C_B\,\eta_w\,\Delta U_{CB}$$

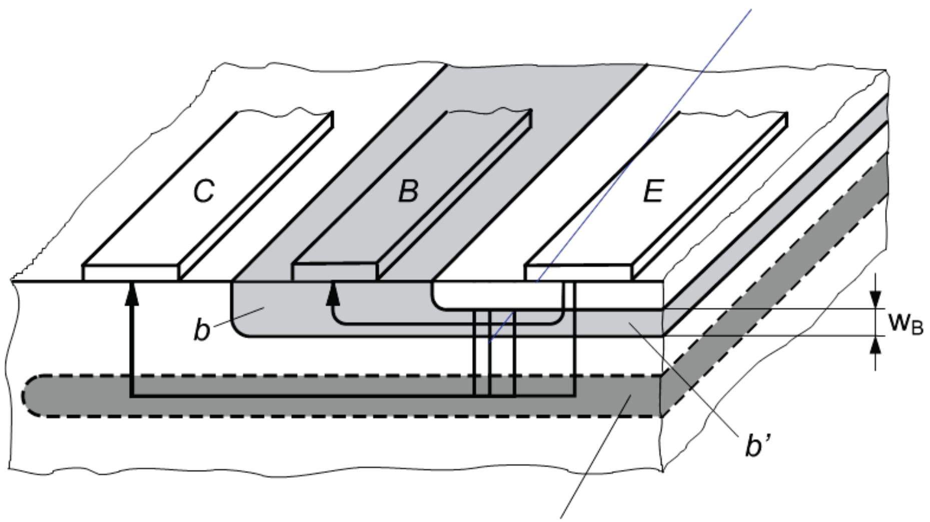
Modellierung durch eine zusätzliche Kapazität $C_B\eta_w$ zwischen Basis und Kollektor

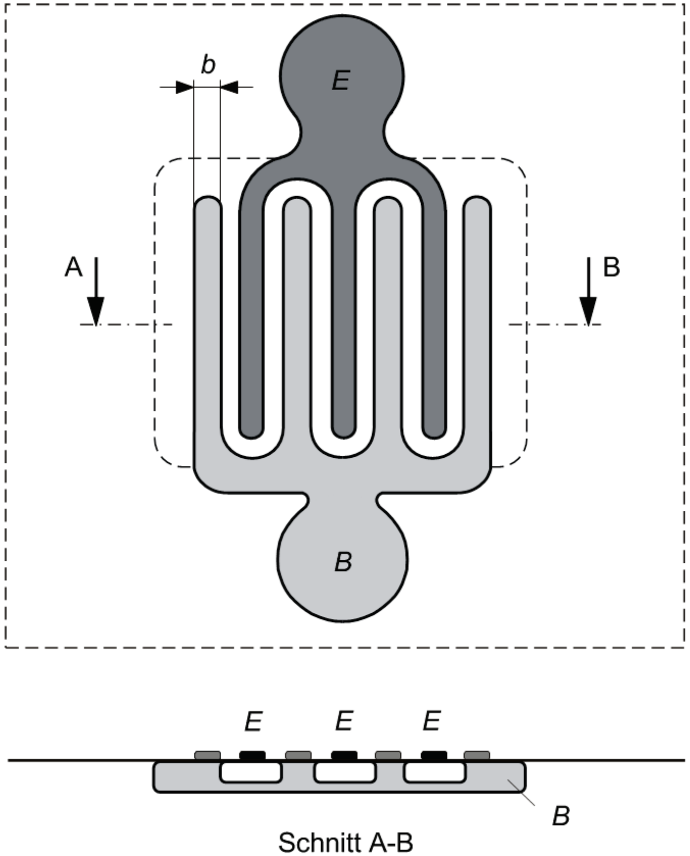
Kleinsignal-ESB unter Berücksichtigung der Basisweitenmodulation



Institute of Photonics and Quantum Electronics

Bahnwiderstände





Interdigitaltransistor

Kollektor und Emitter: Bahnwiderstände können durch große Querschnittsfläche klein gehalten werden

Basis: Basisweite w / Querschnittsfläche muss klein bleiben (hoher Emitterwirkungsgrad)

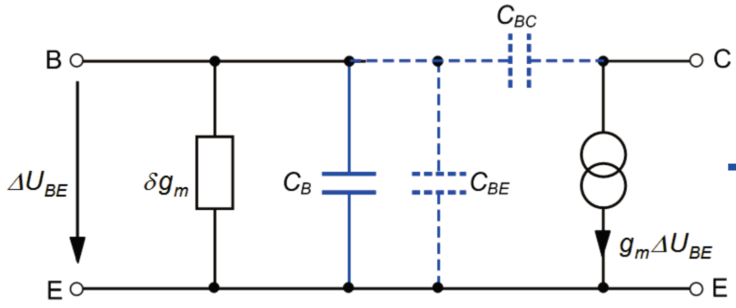
$\Rightarrow$ Hoher Bahnwiderstand

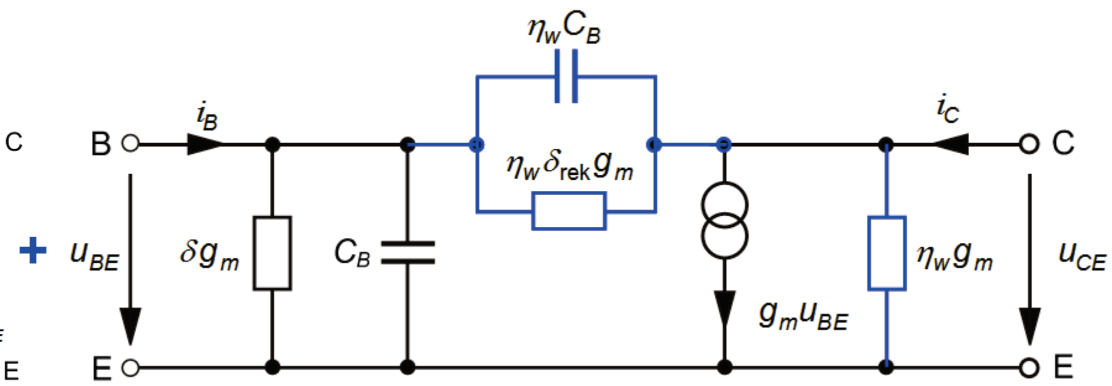
$\Rightarrow$ Die näher am Basisanschluss liegende Transistorzone führt eine höhere Stromdichte (Emitter Crowding):

- Berücksichtigung im ESB durch Unterscheidung eines inneren und äußeren Basisanschlusses
- Abhilfe: Interdigitalstruktur bei Hochfrequenz und Leistungstransistoren

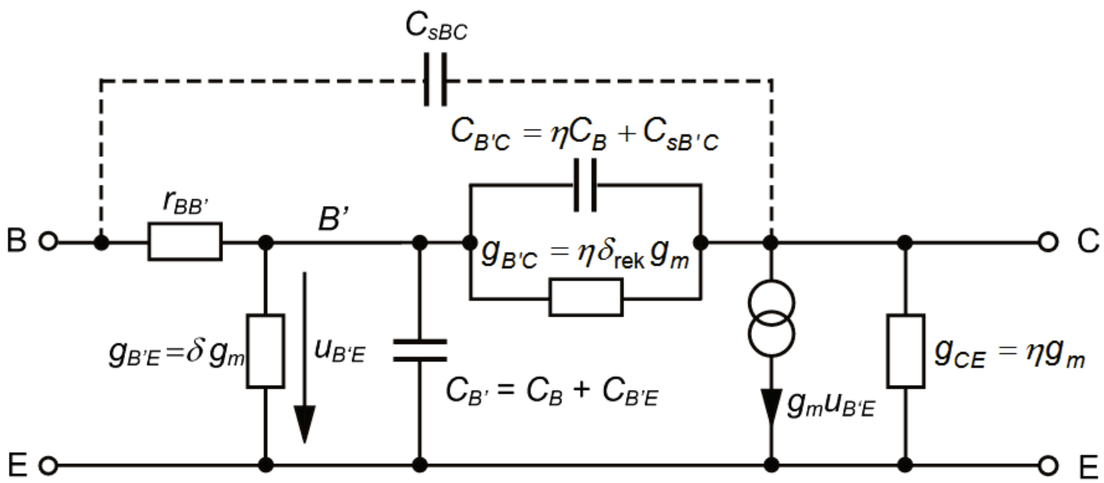
Ersatzschaltbild nach Giacoletto

Bahnwiderstand in der Basis +





⇒ Ersatzschaltbild nach Giacoletto:

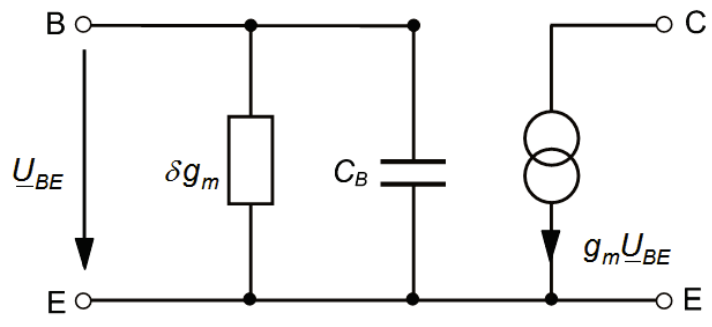


Physikalische Effekte und ESB-Größen:

$R_{BB'}$	Bahnwiderstand des Basis-Anschlusses
C_B	Ladungsspeicherung in der Basis
ηC_B	Einfluss der Basisweitenodulation
$C_{sB'C}$	Kollektor-Basis-Sperrschichtkapazität des inneren Basisanschlusses
$C_{sB'C}$	Kollektor-Basis-Sperrschichtkapazität des äußeren Basisanschlusses
$C_{B'E}$	Sperrschicht- und emitterseitige Diffusionskapazität des Basis-Emitter-Überganges

Institute of Photonics and Quantum Electronics

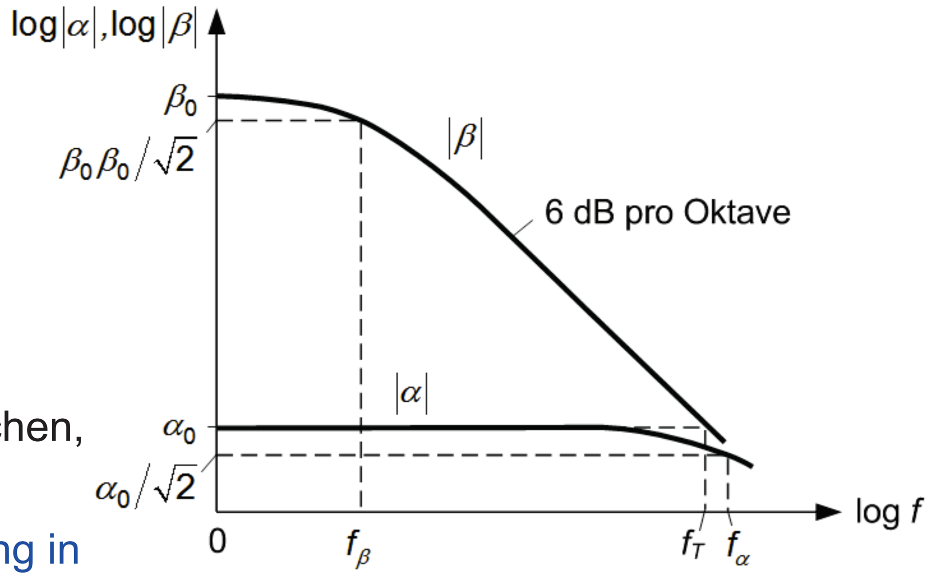
Grenzfrequenzen



Frequenzgang der Kleinsignal-Stromverstärkung in Emitter-Schaltung:

$$\beta = \frac{\underline{I}_C}{\underline{I}_B} = \frac{g_m \underline{U}_{BE}}{(\delta g_m + j\omega C_B)\,\underline{U}_{BE}} = \frac{\beta_0}{1 + \mathrm{j}\frac{f}{f_\beta}}$$

wobei $f_\beta = \dfrac{\delta g_m}{2\pi C_B}$ Grenzfrequenz der Stromverstärkung in Emitter-Schaltung



Transitfrequenz: $f_T \approx \beta_0 f_\beta$

Frequenz, bei der die Kleinsignal-Stromverstärkung in Emitterschaltung auf 1 abgesunken ist

Transitzeit: $\tau_T = \dfrac{1}{2\pi f_T} = \dfrac{1}{2}\dfrac{w^2}{D_{npB}}$

Zeit, die die Minoritätsträger im Mittel brauchen, um aus der Basis „herauszudiffundieren“

Frequenzgang der Kleinsignal-Stromverstärkung in Basis-Schaltung:

$$\alpha = -\frac{\underline{I}_C}{\underline{I}_E} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\beta}} = \frac{\alpha_0}{1 + \mathrm{j}\frac{f}{f_\alpha}}$$

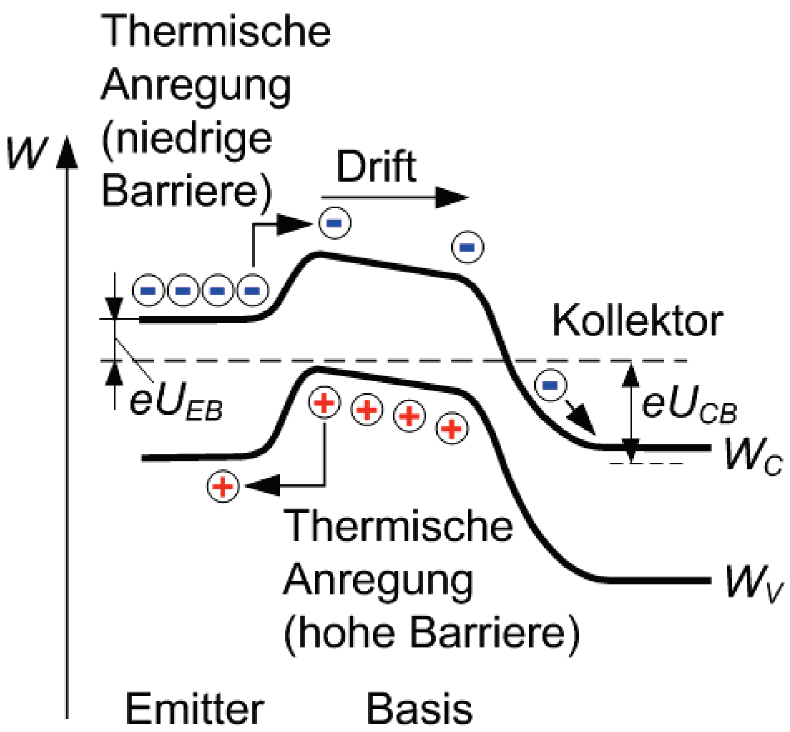
wobei $f_\alpha = (1 + \beta_0)\, f_\beta \approx f_T$ Grenzfrequenz der Stromverstärkung in Basis-Schaltung

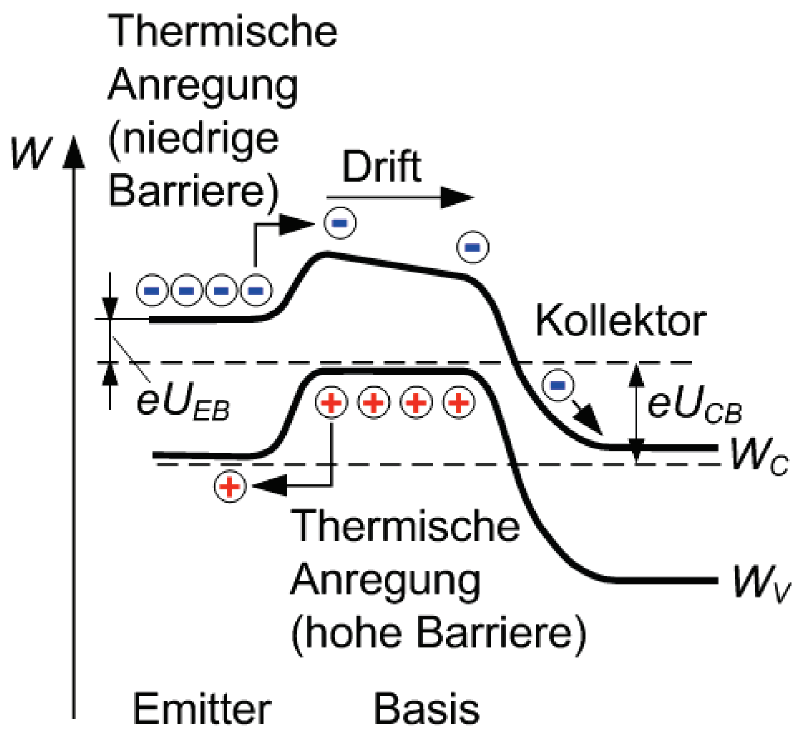
Erhöhung der Bandbreite

Ziel: Beschleunigtes Ausräumen von Minoritätsträger aus der Basis

Inhomogene Dotierung der Basis
$\Rightarrow$ Gradient des Leitungsbandes
$\Rightarrow$ Driftstrom

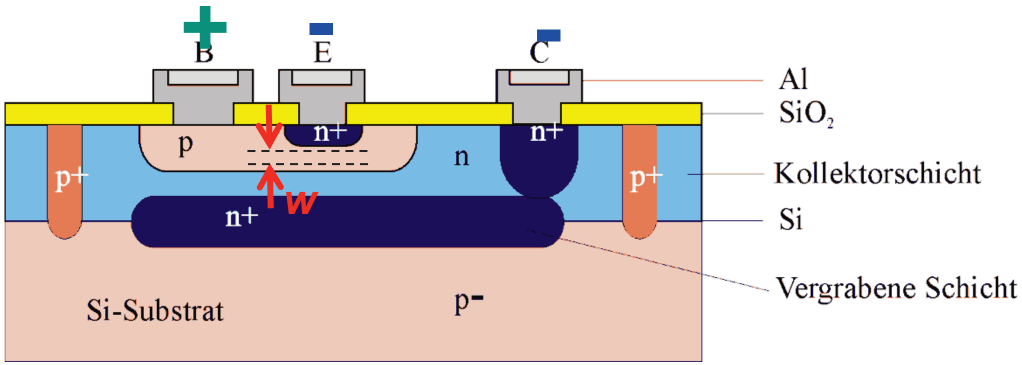
Räumlich variabler Bandabstand in der Basis
$\Rightarrow$ Gradient des Leitungsbandes
$\Rightarrow$ Driftstrom

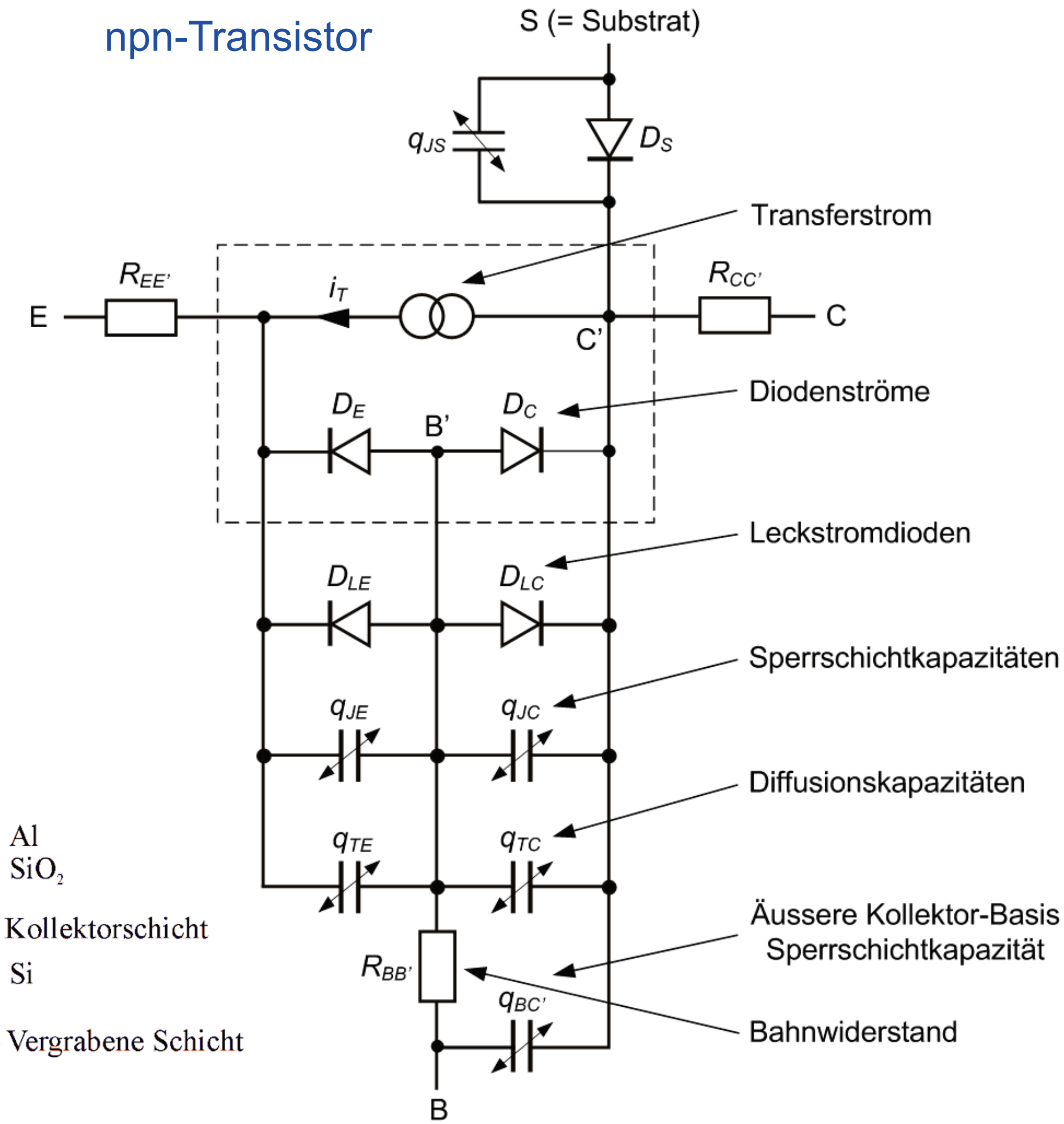




Gummel-Poon-Modell

- Komplexes Modell, das alle Betriebszustände des Transistors richtig beschreibt
- Verwendung in Simulationsprogramen wie z.B. SPICE („Simulation Programm with Integrated Circuit Emphasis”)
- Parameter können aus Datenblättern der jeweiligen Transistoren entnommen werden





Änderung im Vorlesungsplan

- Am Montag, dem 03.02.14, findet dann eine Übung anstelle der Vorlesung statt

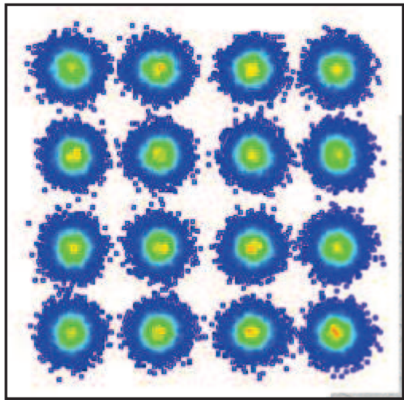
Montag, 21.10.13: Vorlesung 1	Freitag, 25.10.13: Vorlesung 2
Montag, 28.10.13: Vorlesung 3	Freitag, 01.11.13: Feiertag (Allerheiligen)
Montag, 04.11.13: Vorlesung 4	Freitag, 08.11.13: Übung 1
Montag, 11.11.13: Vorlesung 5	Freitag, 15.11.13: Übung 2
Montag, 18.11.13: Vorlesung 6	Freitag, 22.11.13: Übung 3
Montag, 25.11.13: Vorlesung 7	Freitag, 29.11.13: Übung 4
Montag, 02.12.13: Vorlesung 8	Freitag, 06.12.13: Übung 5
Montag, 09.12.13: Vorlesung 9	Freitag, 13.12.13: Übung 6
Montag, 16.12.13: Vorlesung 10	Freitag, 20.12.13: Übung 7
Montag, 06.01.14: Feiertag (Heilige Drei Könige)	Freitag, 10.01.14: Übung 8
Montag, 13.01.14: Vorlesung 11	Freitag, 17.01.14: Übung 9
Montag, 20.01.14: Vorlesung 12	Freitag, 24.01.14: Vorlesung 13
Montag, 27.01.14: Vorlesung 14	Freitag, 31.01.14: Übung 10
Montag, 03.02.14: Übung 11	Freitag, 07.02.14: Übung 12
Montag, 10.02.14: Vorlesung 15	Freitag, 14.02.14: Übung 13

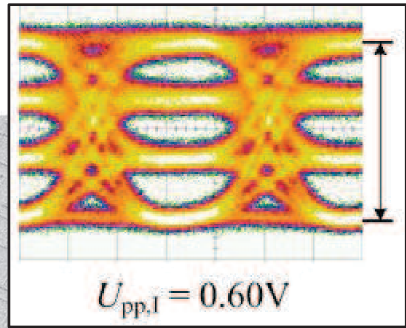
IPQ Labortour am Freitag, dem 14.02.2014

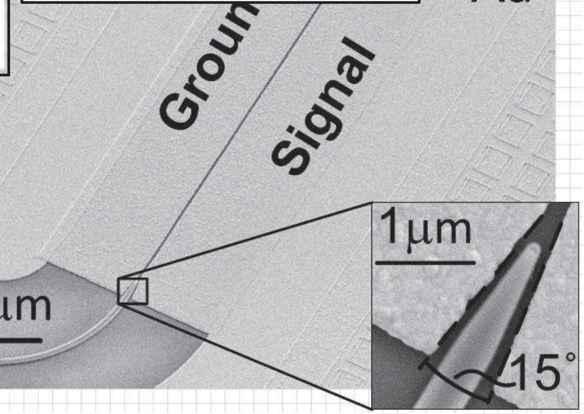
Führung durch das IPQ und Vorstellung laufender Arbeiten auf den Gebieten Nanophotonik und Teratronik:

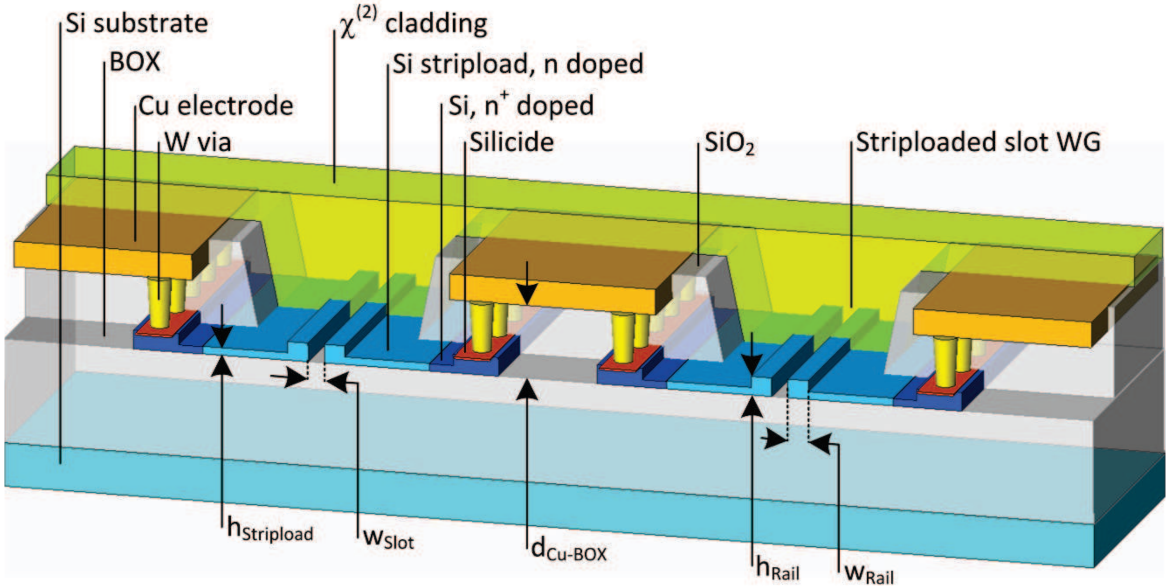
- Silizium-Photonik und Plasmonik
- Optische Systemintegration und „photonisches Wirebonden“
- Photonische Terabit-Kommunikation
- Optische Messtechnik

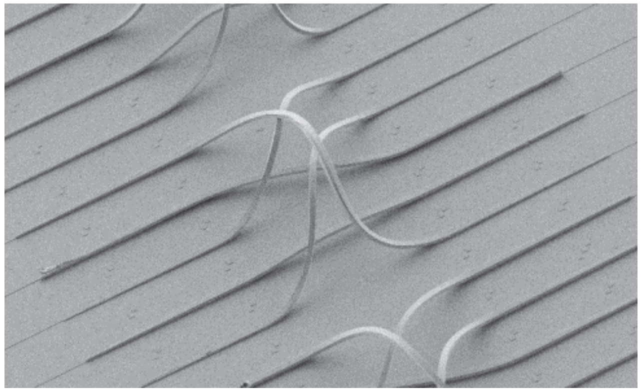
Fragen zum Institut werden bei Kaffee und Kuchen beantwortet.











Hetero-Bipolartransistor (HBT)

Problem beim Design von Transistoren mit Homoübergang:

- Hoher Emitterwirkungsgrad limitiert die Dotierungsdichte der Basis ($n_{pOB} \gg p_{n0E}$)

$$\gamma_E = \frac{1}{1 + \frac{\mu_{pE} p_{noE} L_{nB}}{\mu_{nB} n_{poB} l_{nE}} \tanh\left(\frac{w}{L_n}\right)}$$

- Geringe Dotierung in der Basis führt zu starker Basisweitenmodulation und hohem Bahnwiderstand, und damit zu „Current Crowding“ und Bandbreitebegrenzungen durch RC-Effekte

Lösung des Zielkonfliktes durch Verwendung Heteroübergängen mit einen kleineren Bandabstand in der Basis („Hetero-Bipolartransistor“):

klein

$n_i^2 = N_L \cdot N_V \cdot e^{-\frac{W_g}{kT}}$

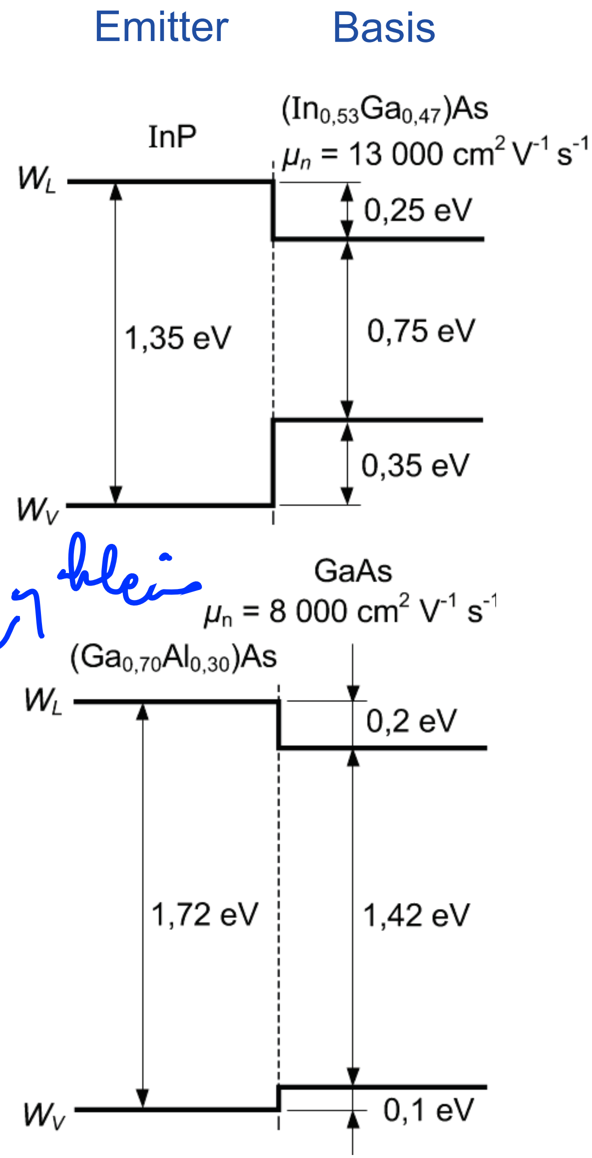
$$n_{p0B} = \frac{n_{iB}^2}{n_{AB}}$$

kann für kleinen Bandabstände in der Basis auch bei hohen Dotierungen große Werte annehmen

Besonders vorteilhaft: InP:InGaAs

- Große Differenz der Bandlückenenergien
- Hohe Beweglichkeit der Elektronen in der Basis

Weitere Materialsysteme: GaAlAs:GaAs; SiGe:Si

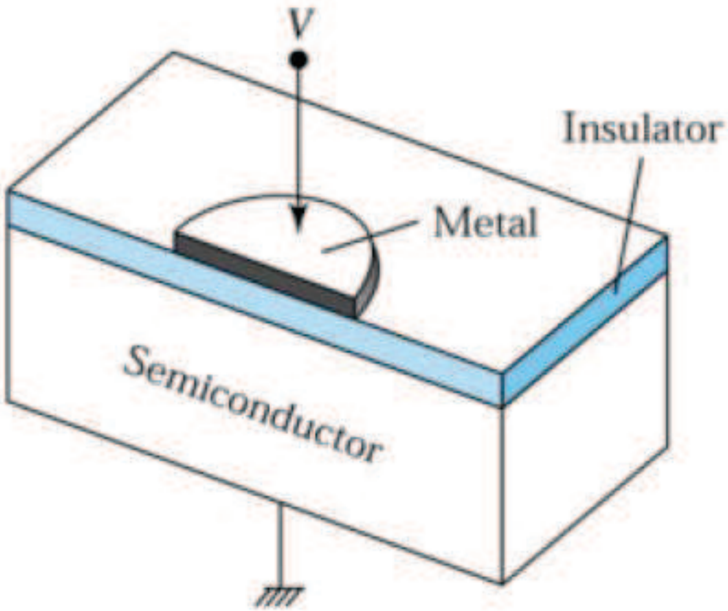


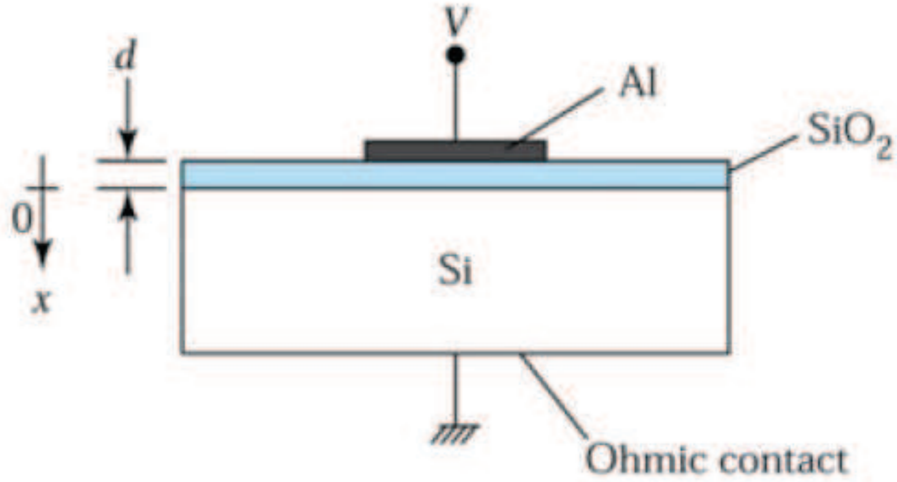
Institute of Photonics and Quantum Electronics IPQ

Kapitel 9:
Halbleiter-Grenzschichten

Metall-Isolator-Halbleiter-Struktur

engl. „Metal-Oxide-Semiconductor-(MOS-)Struktur"
bzw. „Metal-Insulator-Semiconductor-(MIS-)Struktur" (wenn ein anderes Oxidmaterial als SiO_2 verwendet wird):



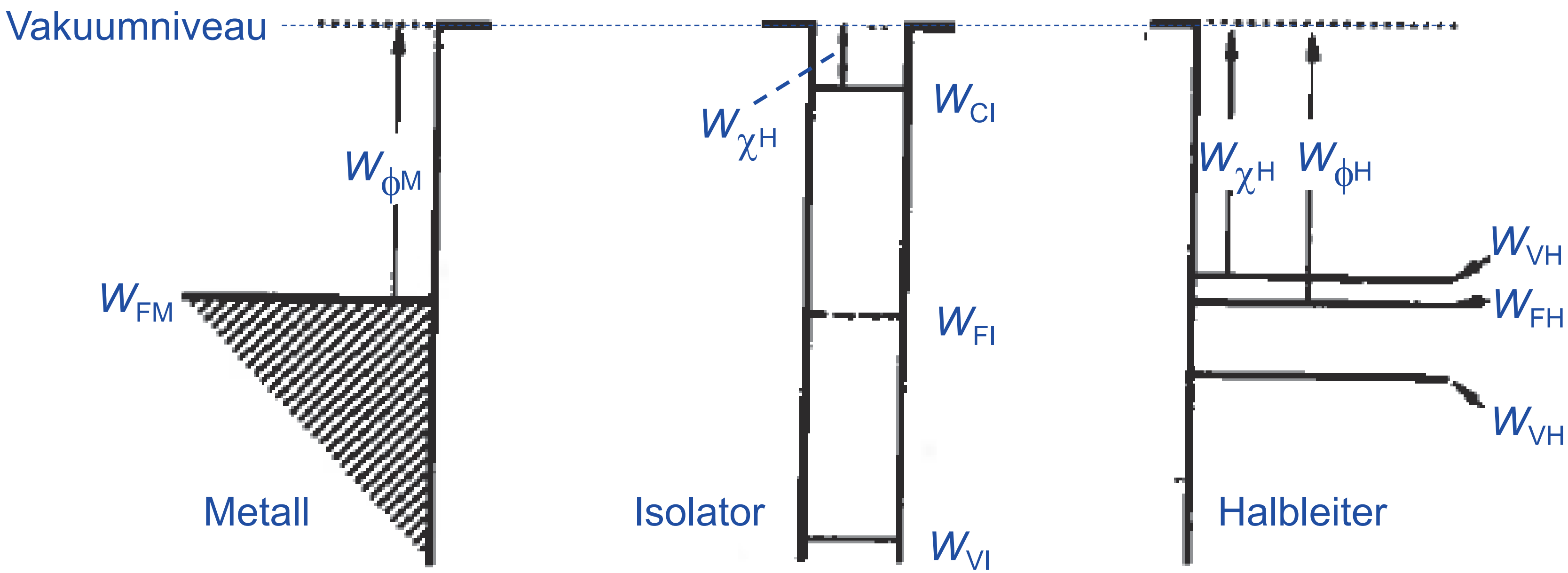


MOS-Strukturen sind von überragender Bedeutung in der Halbleitertechnik:

- Speicherkondensatoren in Halbleiterschaltungen und Charge-Coupled Devices (CCD)
- Grundstruktur von Feldeffekt-Transistoren (Metal-Oxide-Semiconductor Field Effect Transistor, MOSFET)
- Wichtige Teststruktur zur Untersuchung von Halbleiteroberflächen

Bilder nach Sze, „Semiconductor Devices – Physics and Technology"

Banddiagramme und Definition von Energieniveaus



- Gemeinsame Referenz für Energien und Potentiale: „Vakuumniveau“ weit entfernt vom Halbleiter
- Austrittsarbeit W_ϕ (engl. „work function“):
  - Entspricht der Arbeit die aufgewandt werden muss, um ein Elektron aus einem ungeladenen Festkörper zu lösen
  - Bei einem Metall ist das Abstand des Fermi-Niveaus vom Vakuumniveau; diese Definition wird auch auf Halbleiter übertragen
- Elektronenaffinität W_χ:
  - Entspricht der Arbeit, die aufgewandt werden muss, um ein Elektron aus dem Leitungsband eines ungeladenen Festkörpers auszulösen, also dem Abstand des Leitungsbandes vom Vakuumniveau

Bild nach Pierret, „Semiconductor Device Fundamentals“

MIS-Struktur: Qualitative Betrachtung am Energiediagramm

Ideale MIS-Struktur:

- Metall und Halbleiter weisen dieselben Austrittsarbeiten auf, $W_{\Phi M} = W_{\Phi H}$
  $\Rightarrow$ Flachbandfall wird bei einer äußeren Spannung von $U = 0$ erreicht.
- Isolator ist frei von Raumladungen
- Kein Ladungstransport durch den Isolator; dieser weist einen unendlich hohen Widerstand auf.

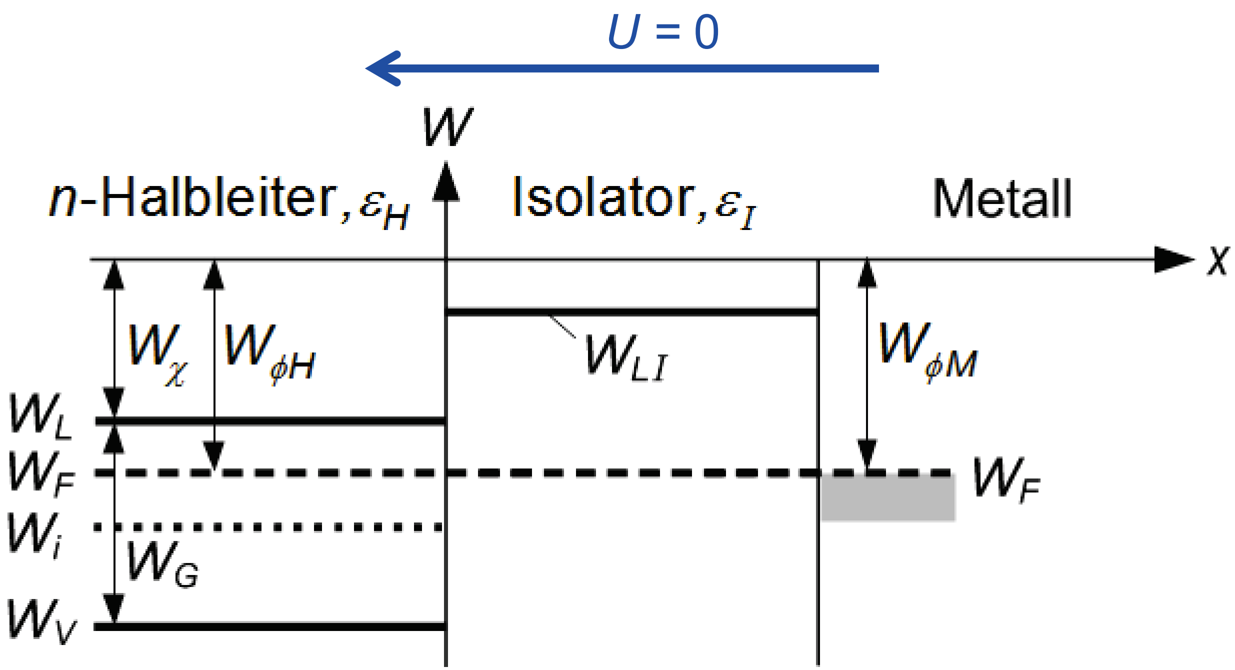
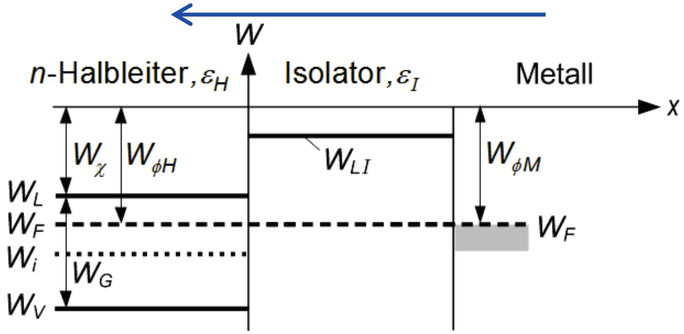


Bild nach Pierret, „Semiconductor Device Fundamentals“

MIS-Struktur unter angelegter Spannung I

Flachbandfall: $U = 0$



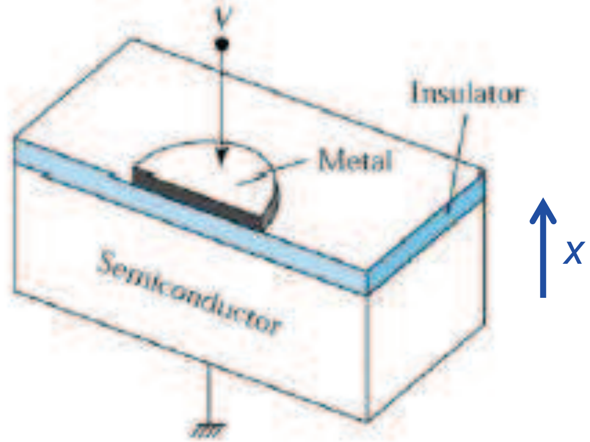
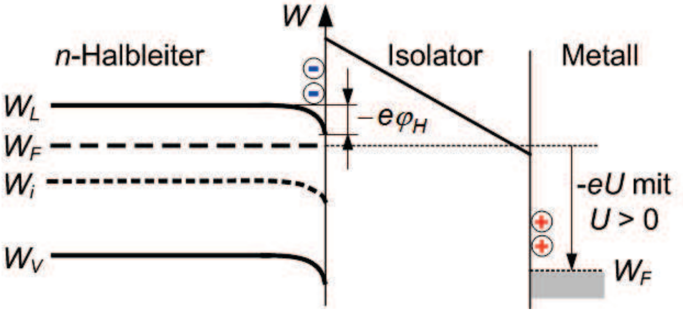
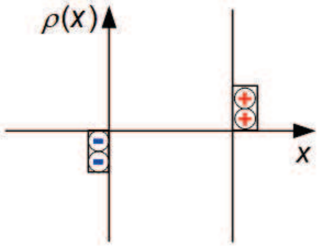


Bild nach Sze, „Semiconductor Devices – Physics and Technology“

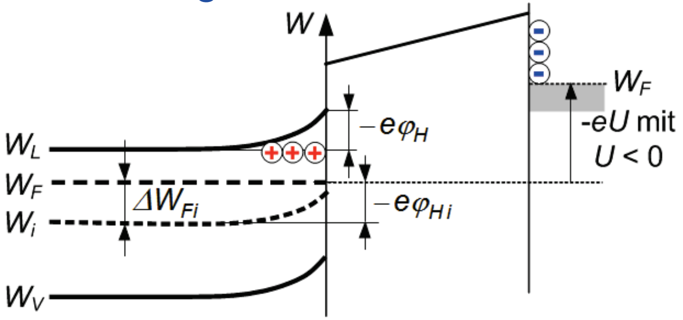
Anreicherungsrandschicht: $U > 0$

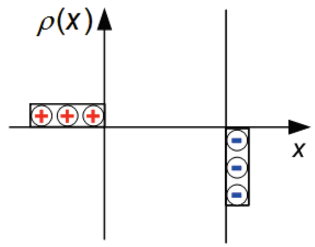




- Positive angelegte Spannung führt zu positivem Randpotenzial $\varphi_H > 0$
- Anreicherung von Majoritätsträgern (Elektronen)
- Ausbildung Flächenladung mit entgegengesetztem VZ im Metall

Verarmungsrandschicht: $U < 0$





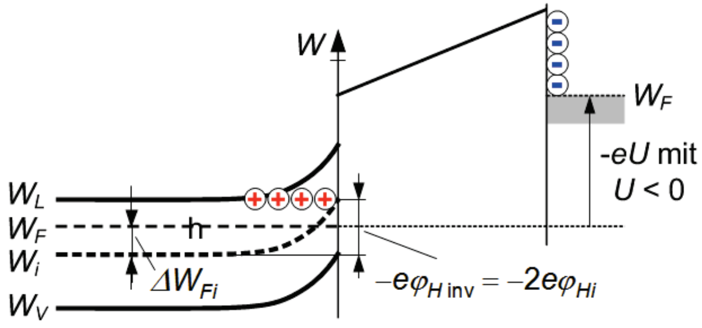
- Negative angelegte Spannung führt negativem Randpotenzial φ_H wobei $\varphi_{Hi} < \varphi_H < 0$

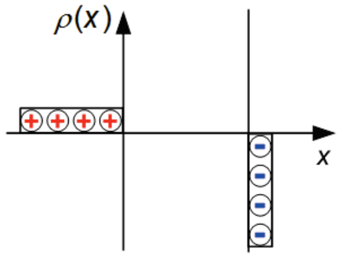
$\Rightarrow$ Abfließen von Elektronen aus dem Grenzbereich zum Isolator

$\Rightarrow$ Positive geladene Donatorrümpfe bleiben zurück

MIS-Struktur unter angelegter Spannung II

Schwache Inversionsrandschicht: $U < 0$



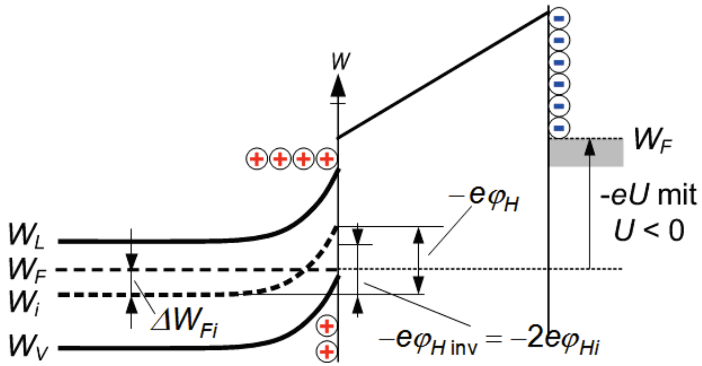


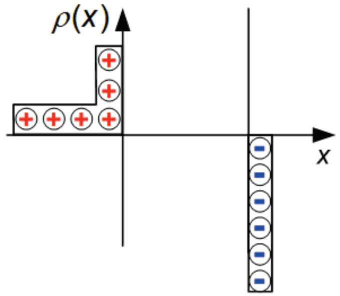
- Erhöhung der angelegten positiven Spannung senkt das Randpotential φ_H des Halbleiters ($2\varphi_{Hi} < \varphi_H < \varphi_{Hi} < 0$)

⇒ Mittellinie („W_i“) der nach oben gebogenen Bänder überschreitet das Ferminiveau

⇒ Löcherdichte im Randbereich wird größer als Elektronendichte (Inversionsrandschicht); die Raumladungsdichte wird jedoch noch durch die positiv geladenen Donatorrümpfe dominiert.

Starke Inversionsrandschicht: $U < 0$





- Weitere Erhöhung der angelegten positiven Spannung senkt das Randpotential φ_H des Halbleiters weiter ($\varphi_H < 2\varphi_{Hi} < 0$)

⇒ Valenzbandkante kommt in die Nähe des Fermi-Niveau

⇒ Löcherdichte wird größer als Dotierungsdichte; es bildet sich eine dünne Raumladungsschicht mit sehr hoher Löcherdichte aus

Quantitative Beschreibung der MIS-Struktur - Ansatz

Ausgangspunkt: Poisson-Gleichung in einer Dimension

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_H}$$

wobei

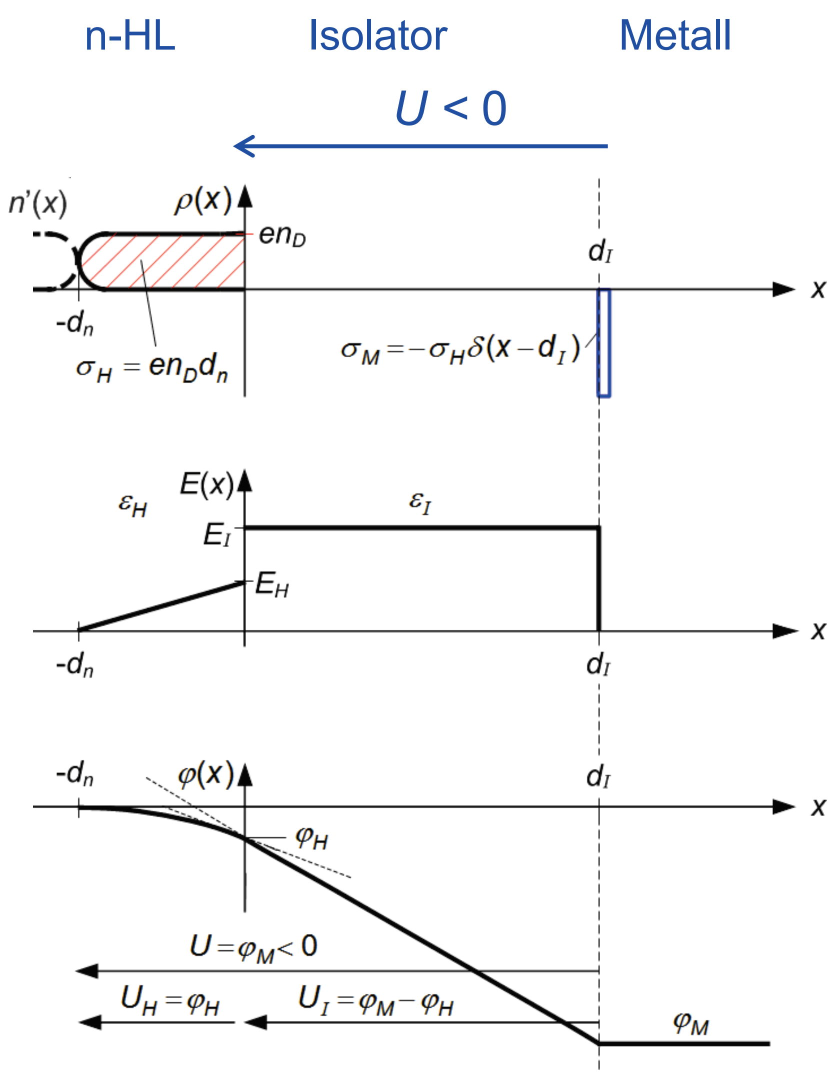
$$\rho(x) = e\left[n_D - n_D e^{\frac{\varphi}{U_T}} + \frac{n_i^2}{n_D} e^{-\frac{\varphi}{U_T}}\right]$$

„Trick“ zur analytischen Lösung: Verwendung des Potentials φ als unabhängige Variable und Umschreiben der Poisson-Gleichung auf das elektrische Feld

$$E(\varphi) = -\mathrm{sgn}(\varphi_H)\sqrt{-\frac{2}{\varepsilon_H}\int_0^{\varphi} \rho(\varphi')\, d\varphi'} = -\frac{d\varphi}{dx}$$

Anmerkung zur Lösung des Integrals:

$$\int \frac{du}{\sqrt{e^u - 1}} = 2\arctan\sqrt{e^u - 1}$$



Die Anreicherungsrandschicht

Ladungsträgerdichte: $\rho(x) \approx -en_D e^{\frac{\varphi}{U_T}}$

$\Rightarrow$ Elektrisches Feld: $E(\varphi) = -\frac{\sqrt{2}U_T}{L_{Dn}}\sqrt{e^{\frac{\varphi}{U_T}} - 1}$

Flächenladungsdichte: $\sigma_H = \varepsilon_H E(\varphi_H)$

$$\approx -\frac{\sqrt{2}\epsilon_H U_T}{L_{Dn}} e^{\frac{\varphi_H}{2U_T}}$$

Dicke der Anreicherungsrandschicht: Wird definiert durch die Breite des Bereiches, in dem 90% aller Ladungen enthalten sind

$\Rightarrow \varphi \in [\varphi_H - 4.6U_T, \varphi_H]$

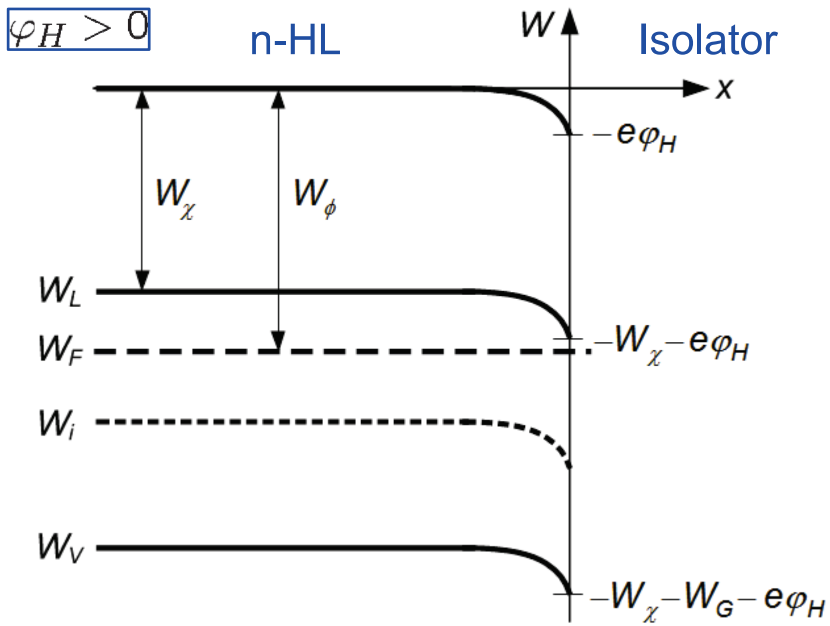
$$\mathrm{d}x = \frac{L_{Dn}}{\sqrt{2}U_T\sqrt{e^{\frac{\varphi}{U_T}} - 1}}\mathrm{d}\varphi$$

$$\frac{d_n}{L_{Dn}} = \sqrt{2}\arctan\sqrt{\exp\left(\frac{\varphi}{U_T}\right) - 1}\,\Bigg|_{\varphi_H/U_T-4{,}6}^{\varphi_H/U_T}$$

Beispiel: $\varphi_H \approx 12\ U_T \approx 300$ mV

$\Rightarrow d_n = 0{,}031\ L_{Dn} \approx 4$ nm

$\Rightarrow$ Die Anreicherungsrandschicht verhält sich wie eine reine Flächenladung. Für hinreichend große Spannungen kann die Struktur als Plattenkondensator angenähert werden



Kleinsignal-Kapazitätsbelag: Interpretiere Gesamtkapazität C als Reihenschaltung der Kapazität C_H der Anreicherungsrandschicht und der Kapazität C_I der Isolatorschicht

$$C'_I = \frac{\sigma_I}{U_I} = \frac{\varepsilon_I}{d_I}$$

$$C'_H = -\frac{\sigma_H}{2U_T} = C'_I\frac{U_I}{2U_T}$$

$$C' = \frac{C'_I C'_H}{C'_I + C'_H} = C'_I\frac{1}{1 + 2U_T/U_I} \approx C'_I$$

Die Verarmungsrandschicht

Ladungsträgerdichte: $\rho(x) \approx e n_D$

$\Rightarrow$ Potentialverlauf: $\varphi(x) = -\frac{U_T}{2L_{Dn}^2}(x+d_n)^2$

wobei $d_n = L_{Dn}\sqrt{-\frac{2\varphi_H}{U_T}}$

Elektrisches Feld am Rand der Halbleiterschicht: $E(x=0) = \frac{U_T d_n}{L_{Dn}^2}$

Flächenladungsdichte:

$$\sigma_H = \varepsilon_H E(x=0) = \frac{\varepsilon_H U_T}{L_{Dn}}\sqrt{-\frac{2\varphi_H}{U_T}}$$

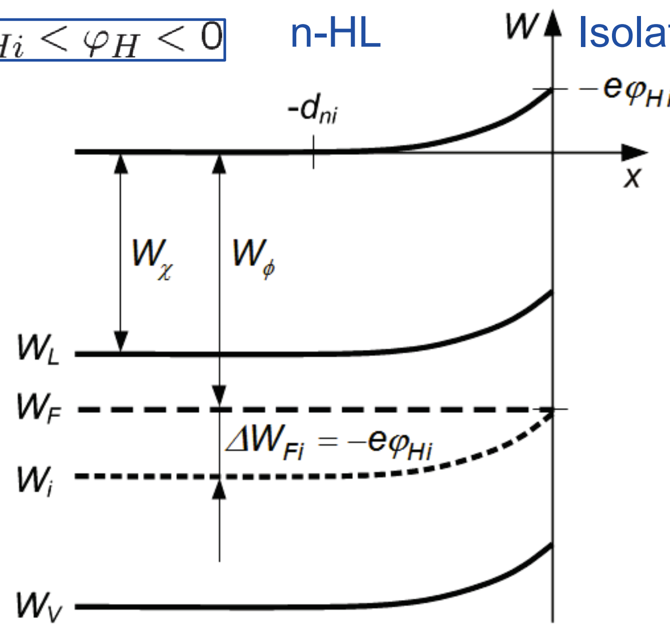
Kleinsignal-Kapazitätsbelag: Interpretiere Gesamtkapazität C als Reihenschaltung der Kapazität C_H der Anreicherungsrandschicht und der Kapazität C_I der Isolatorschicht

$$C'_I = \frac{\sigma_I}{U_I} = \frac{\varepsilon_I}{d_I} \qquad C'_H = \frac{\varepsilon_H}{d_n}$$

$$C' = \frac{C'_I C'_H}{C'_I + C'_H} = C'_I \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_I}{\varepsilon_H}\frac{d_n}{d_I}}$$

$\Rightarrow$ Die Kleinsignalkapazität ist aufgrund der Ausdehnung der Verarmungszone kleiner als die Kapazität C_I der Isolatorschicht.

$\boxed{-\varphi_{Hi} < \varphi_H < 0}$



Kleinsignalkapazität als Funktion der angelegten Spannung:

Berechne d_n aus

$$U = \varphi_H - d_I E_I = -\frac{e n_D}{2\varepsilon_H} d_n^2 - \frac{d_I}{\varepsilon_I} e n_D d_n$$

$$\Rightarrow \frac{C'}{C'_I} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2\,\varepsilon_I^2 U}{e n_D \varepsilon_H d_I^2}}}$$

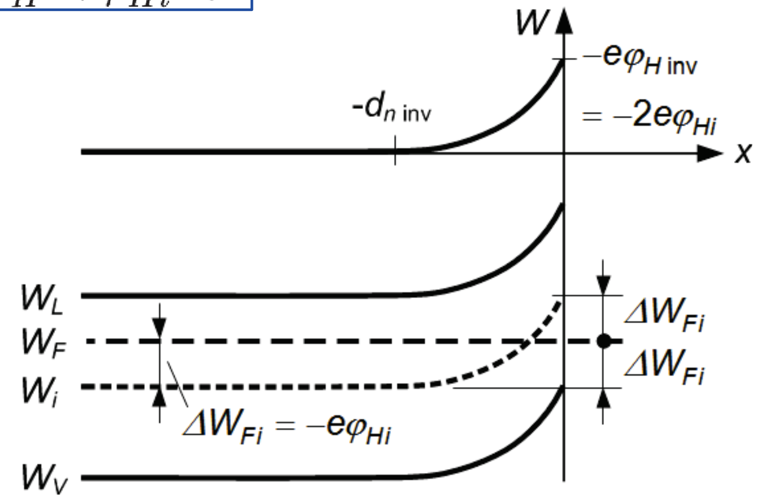
Die Inversionsrandschicht

Schwache Inversion: Löcherdichte am Rand ist kleiner als Dotierungsdichte

$$p(0) < n_D \quad \Rightarrow \quad 2\varphi_{Hi} < \varphi_H < \varphi_{Hi} < 0$$

$\Rightarrow$ Raumladungsdichte: $\rho(x) \approx e n_D$

$\Rightarrow$ Beschreibung mit den Formeln für den Verarmungsfall



Starke Inversion: Löcherdichte am Rand ist größer als Dotierungsdichte

$$p(0) > n_D \quad \Rightarrow \quad \varphi_H < -2\varphi_{Hi} < 0$$

$\Rightarrow$ Raumladungsdichte: $\rho(x) \approx e\dfrac{n_i^2}{n_D} e^{-\frac{\varphi}{U_T}}$

$\Rightarrow$ Beschreibung analog zum Fall der Anreicherung, unter Berücksichtigung der entsprechend angepassten Trägerdichten und des entgegengesetztem Vorzeichen des Potenzials

Elektrisches Feld: $$E(\varphi) = \frac{\sqrt{2}U_T}{L_{Dn}} e^{\frac{\varphi_{Hi}}{U_T}} \sqrt{e^{-\frac{\varphi}{U_T}} - 1}$$

Flächenladungsdichte: $$\sigma_H = \varepsilon_H E(\varphi_H) \approx \frac{\sqrt{2}\epsilon_H U_T}{L_{Dn}} e^{\frac{\varphi_{Hi}}{U_T}} e^{-\frac{\varphi_H}{2U_T}}$$

Dicke der Anreicherungsrandschicht ist wesentlich kleiner als die Debye-Länge:

Beispiel: $\varphi_H \approx 12\ U_T \approx 300$ mV

$\Rightarrow$ $d_n = 0{,}031\ L_{Dn} \approx 4$ nm

$\Rightarrow$ Die Anreicherungsrandschicht verhält sich wie eine reine Flächenladung.

Raumladungsverteilung im Fall starker Inversion

Wichtig für die Funktion von Feldeffekttransistoren: Unterscheidung zwischen beweglichen und unbeweglichen Ladungsträgern an der Oberfläche des invertierten Halbleiters

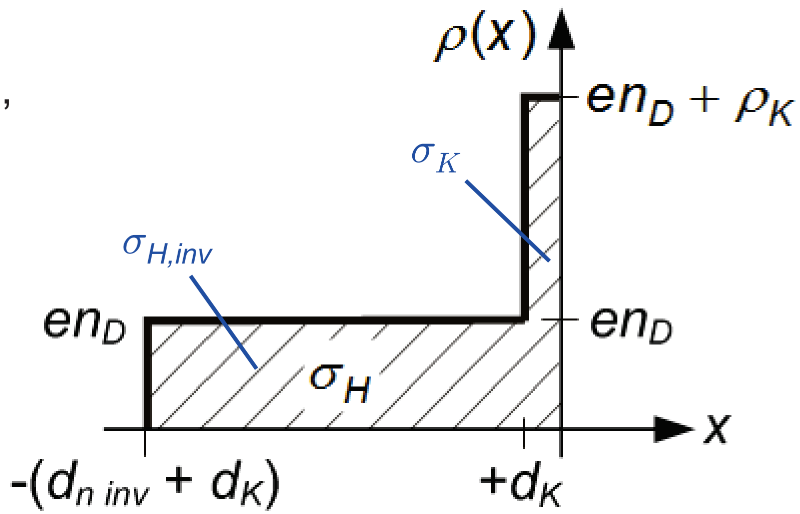
$\Rightarrow$ Bewegliche Ladungsträger im Inversionskanal: Flächenladungsdichte σ_K
Unbewegliche Raumladungen der Donator-Rümpfe: Flächenladungsdichte $\sigma_{H,inv}$
Gesamte Flächenladungsdichte: $\sigma_H \approx \sigma_{H\text{inv}} + \sigma_K = e n_D d_{n\text{inv}} + \rho_K d_K$

Diese Flächenladungsdichte lassen sich vereinfacht beschreiben mit Hilfe der Schwellenspannung $U_{th} < 0$, die am Einsatzpunkt der starken Inversion über dem Isolator abfällt:

$$\sigma_{H\text{inv}} = e n_D d_{n\text{inv}} = -C_I' U_{th}$$

$$\sigma_K = \rho_K d_K = C_I'(U_{th} - U_I)$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_H = -C_I' U_{th} - C_I'(U_I - U_{th}),$$

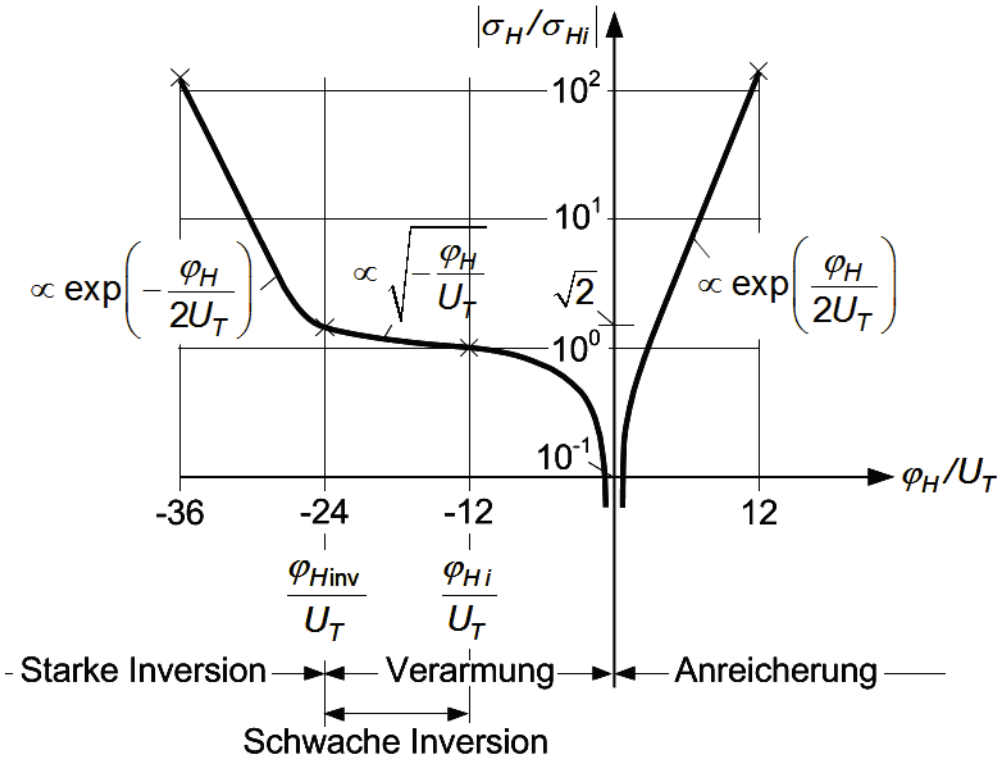


In realen Strukturen muss zunächst noch eine sog. Flachbandspannung U_{FB} über den Isolator angelegte werden, damit sich der Flachbandfall einstellt. Die Flächenladungsdichte im Inversionskanal lässt sich dann schreiben als:

$$\sigma_K = C_I'(U_{th} + U_{FB} - U_I)$$

→ MOSFET

Der MIS-Kondensator



Für $\varphi_H > 0$ (Anreicherung):

- Sehr dünne Anreicherungsrandschicht
- MIS-Struktur verhält sich wie ein Plattenkondensator mit Elektrodenabstand d_I, „Füllung" ε_I

$\Rightarrow$ Kleinsignalkapazität C_I

Für $2\varphi_{Hi} < \varphi_H < 0$ (Verarmung und schwache Inversion):

- Raumladungsdichte wird durch die ionisierten Donatoren dominiert und erreicht ein Plateau
- Die RLZ erstreckt sich weit in den Halbleiter hinein; das vergrößert den „Plattenabstand" des äquivalenten Plattenkondensators

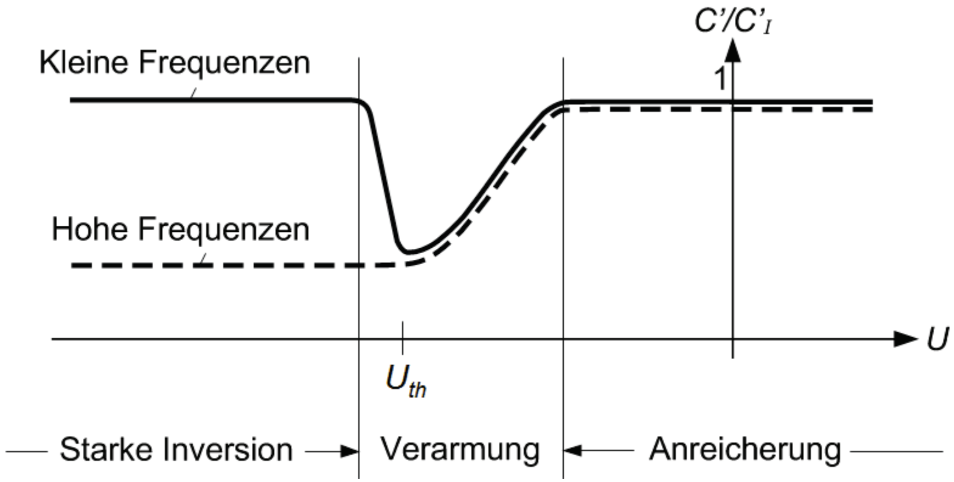
$\Rightarrow$ Kleinsignalkapazität $< C_I$; das Minimum wird für maximale Ausdehnung der RLZ erreicht (Einsatz der starken Inversion)

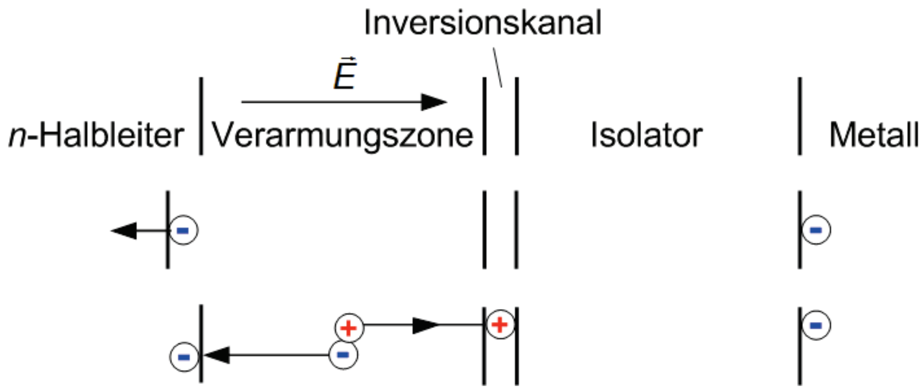
Für $\varphi_H < 2\varphi_{Hi} = \varphi_{H,inv}$ (Starke Inversion):

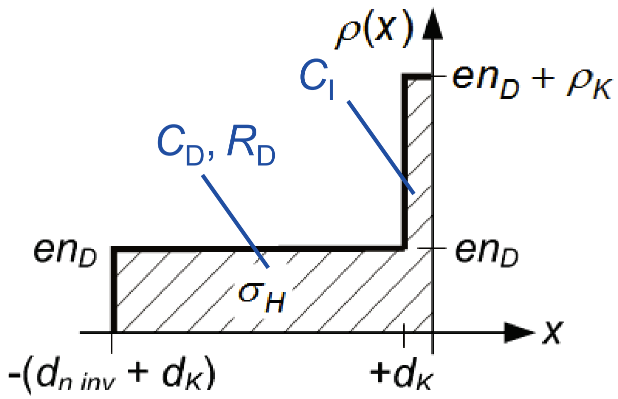
- Weitere Ladungen werden in einem sehr dünnen Inversionskanal an der Oberfläche des Halbleiters hinzugefügt bzw. aus diesem abgezogen
- Bei Spannungsänderungen verhält sich die MIS-Struktur wieder wie ein Plattenkondensator mit Elektrodenabstand d_I und „Füllung" ε_I

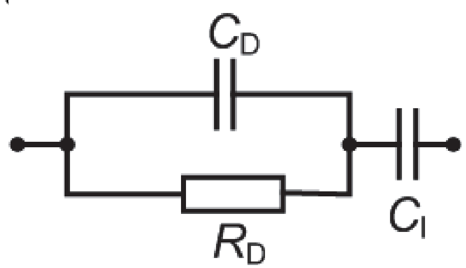
$\Rightarrow$ Kleinsignalkapazität C_I

Kleinsignalkapazität der MIS-Struktur









Frequenzabhängigkeit:

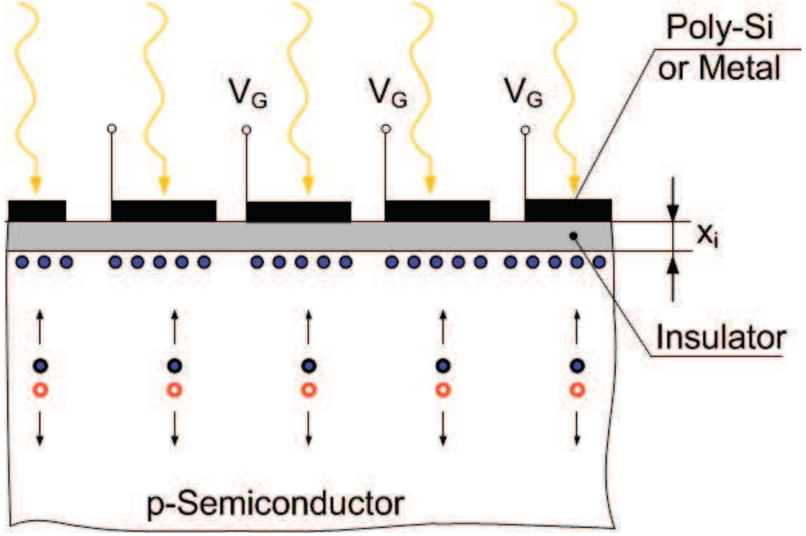
- Ladungsänderungen an der Metall-Isolator-Grenzfläche werden zunächst durch Zu- bzw. Abfluss von Elektronen (Minoritätsträgern) am linken Rand der Verarmungszone kompensiert; dieser Vorgang erfolgt sehr schnell (dielektrische Relaxationszeit im n-dotierten Halbleiter)
- Der Ausgleich von Ladungen zwischen Verarmungszone und Inversionskanal erfolgt dagegen deutlich langsamer, da dazu erst ein Elektron-Loch-Paar in der Verarmungszone generiert werden muss.

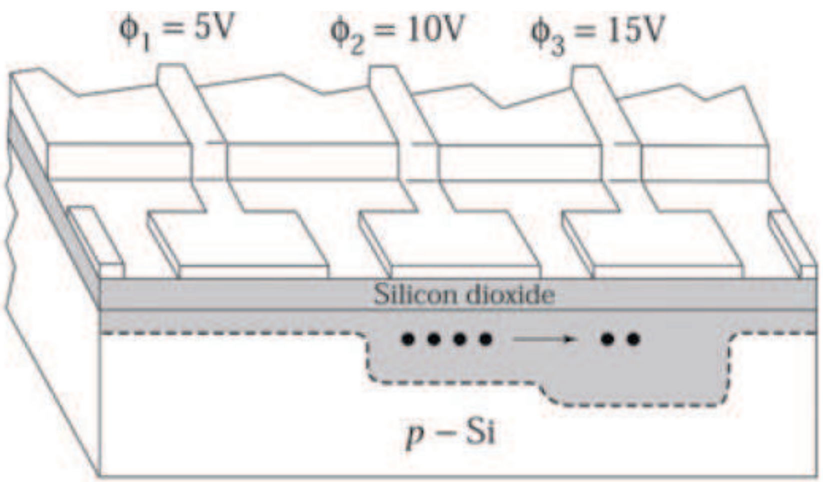
⇒ Die Kapazität der Inversionsschicht ist nur bei kleinen Frequenzen sichtbar!

- Verfeinerte Modelle erlauben zusätzlich die Untersuchung von Oberflächenzuständen (-> Sze, Physics of Semicond. Devices)

CCD-Bildsensoren

- Licht wird in der halbleiterseitigen Raumladungszone der MIS-Struktur absorbiert und das entstehende Elektron-Loch-Paar im durch das interne elektrische Feld getrennt.
- Elektronen sammeln sich in der Inversionsschicht an; die gespeicherte Ladung ist proportional zu absorbierten Lichtenergie.
- Das Auslesen erfolgt zeilenweise durch schrittweises Verschieben der Ladung in benachbarte Auslesezellen hin zu einem Ausleseverstärker („Eimerkettenschaltung“)





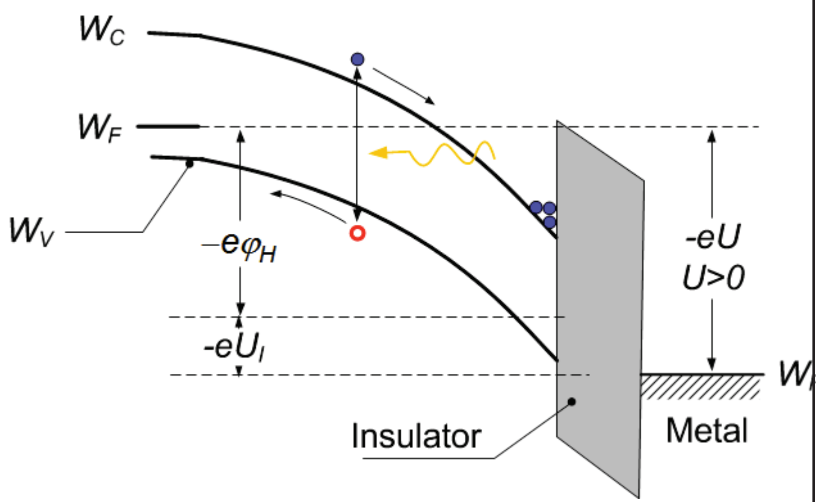
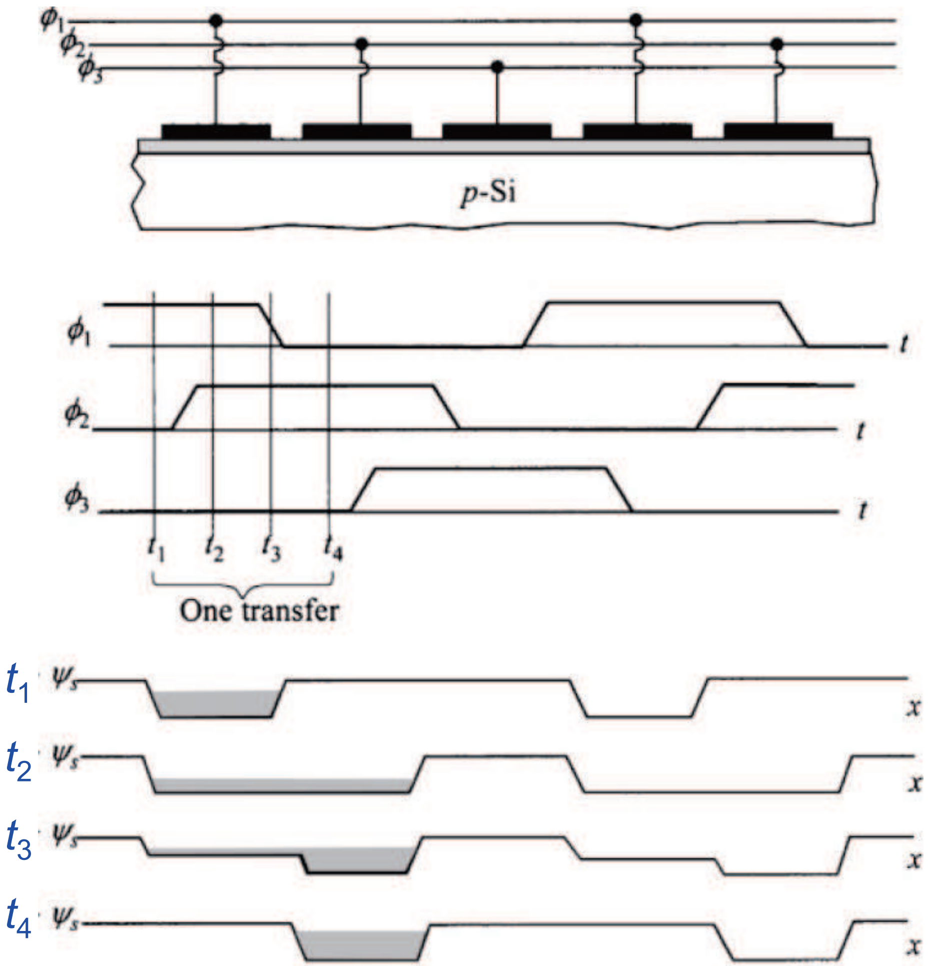
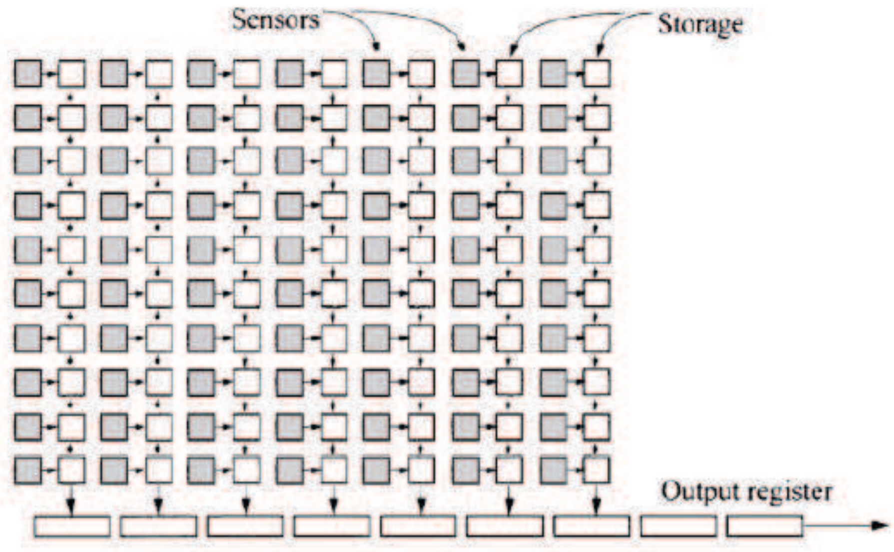


Bild nach Sze, „Semiconductor Devices: Physics and Technology“

Auslesen von CCD-Bildsensoren



Ausleseprinzip von CCD-Sensorarrays:
Transport von Ladungen entlang einer Kette von CCD-Zellen durch Anlegen von drei phasenverschobenen Steuersignalen
⇒ Schieberegister bzw. Eimerkettenschaltung



Bilder nach Sze, „Semiconductor Devices: Physics and Technology“

Farbempfindliche CCD-Bildsensoren

Filterung des Lichts, das zu einem bestimmte Sensorpixel gelangt
⇒ Drei Farbkanäle (rot, grün, blau)

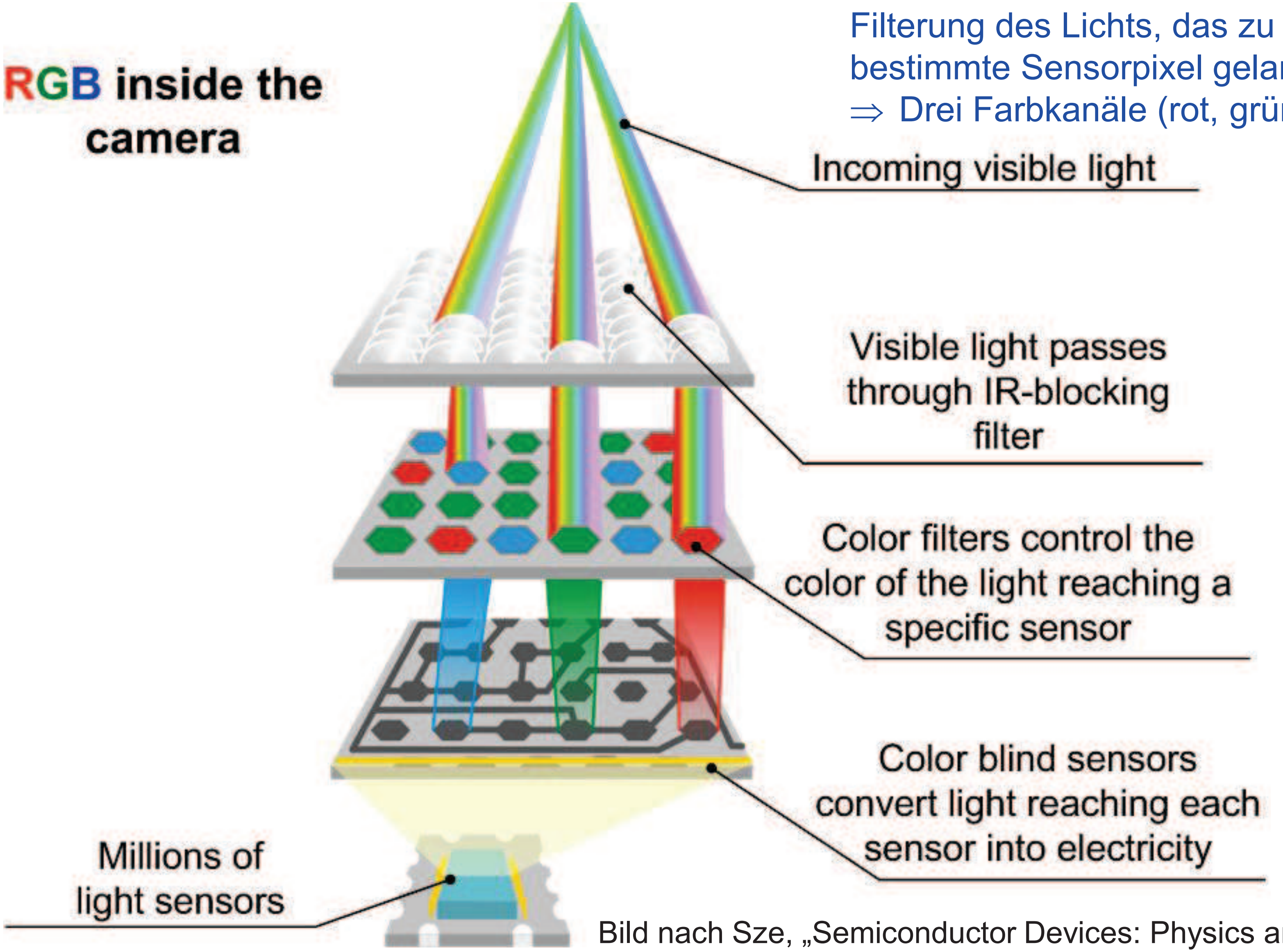


Bild nach Sze, „Semiconductor Devices: Physics and Technology“

Fragestunde HLB-Klausur

Fragestunde am Montag, 17. März (eine Woche vor der Klausur)

- Hier im NTI Hörsaal,14.00 Uhr
- Möglichkeit zur Klärung von Fragen zu Vorlesung und Übung
- Fragen bitte im Voraus, spätestens jedoch am Freitag, 14. März per Mail an:

  Simon.Schneider@kit.edu

  oder

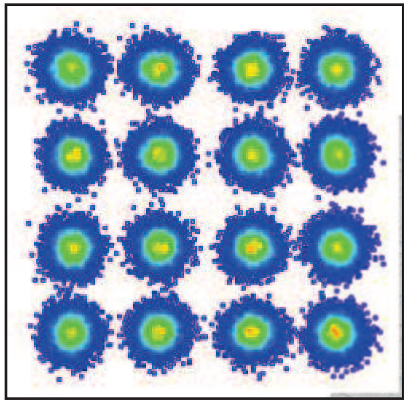
  Sascha.Muehlbrandt@kit.edu

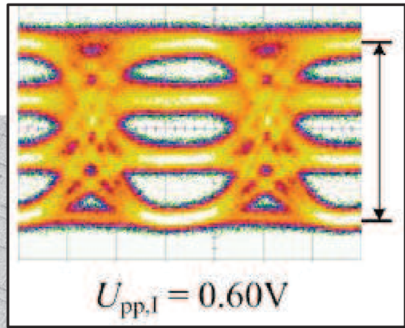
IPQ Labortour am Freitag, dem 14.02.2014

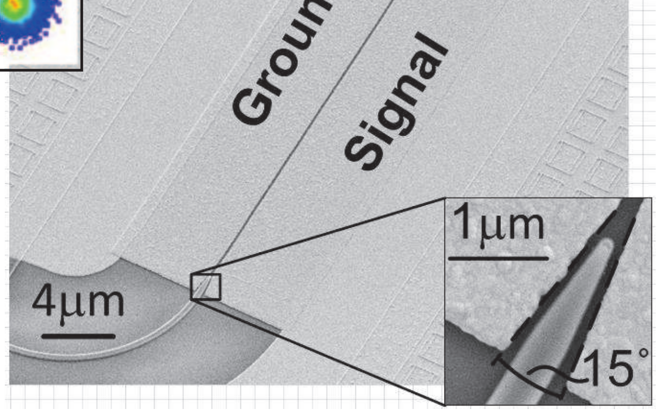
Ab ca. 15:00 Uhr: Führung durch das IPQ und Vorstellung laufender Arbeiten auf den Gebieten Nanophotonik und Teratronik:

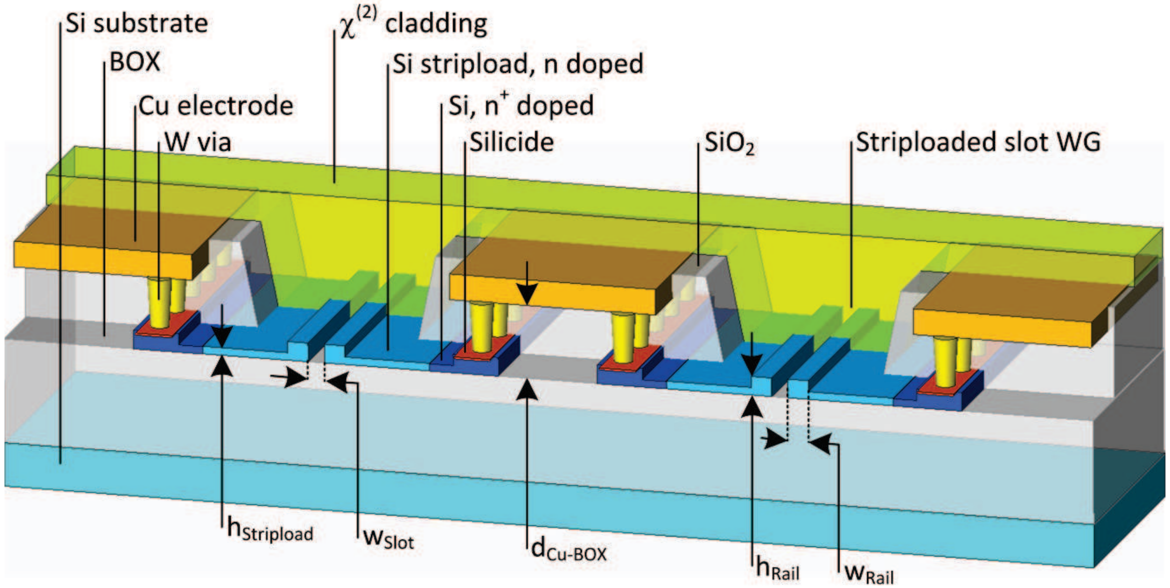
- Silizium-Photonik und Plasmonik
- Optische Systemintegration und „photonisches Wirebonden“
- Photonische Terabit-Kommunikation
- Optische Messtechnik

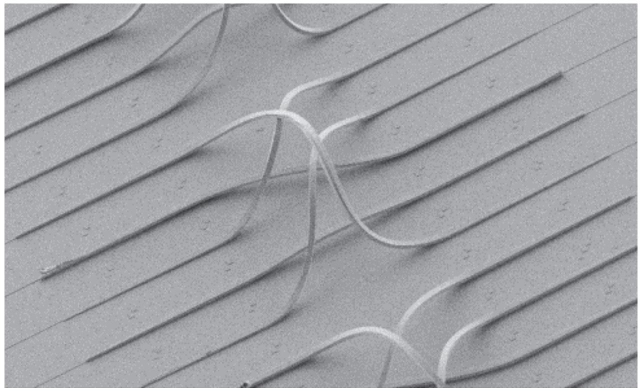
Fragen zum Institut werden bei Kaffee und Kuchen beantwortet.



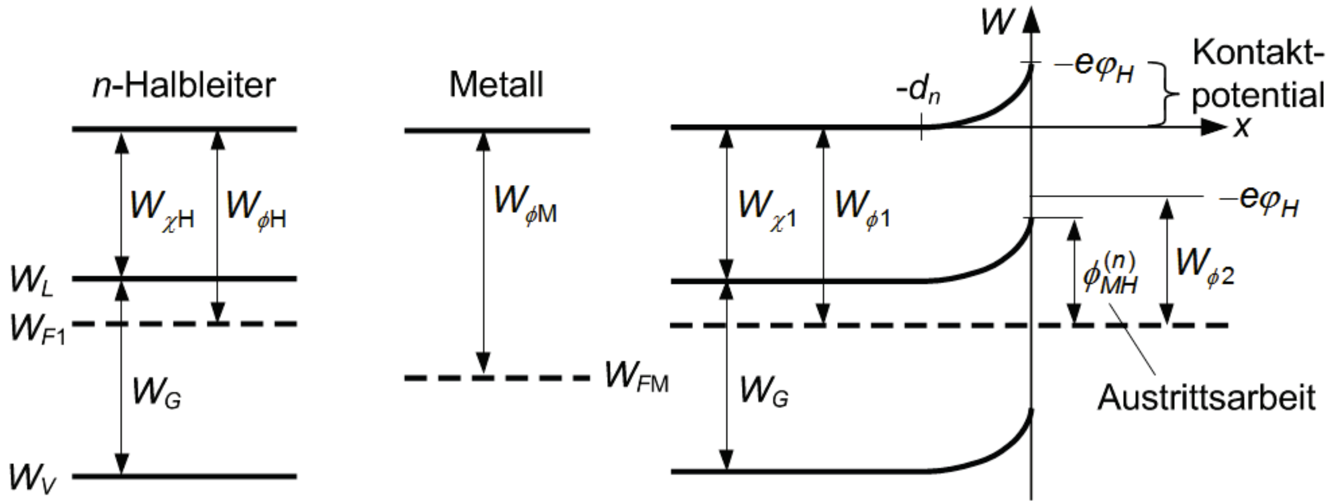


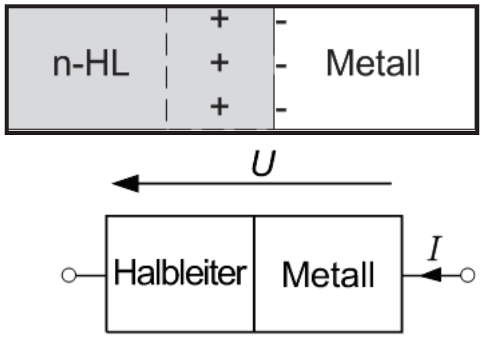






Hier:
Verarmungszone im Halbleiter
$\Rightarrow$ Gleichrichtender Kontakt





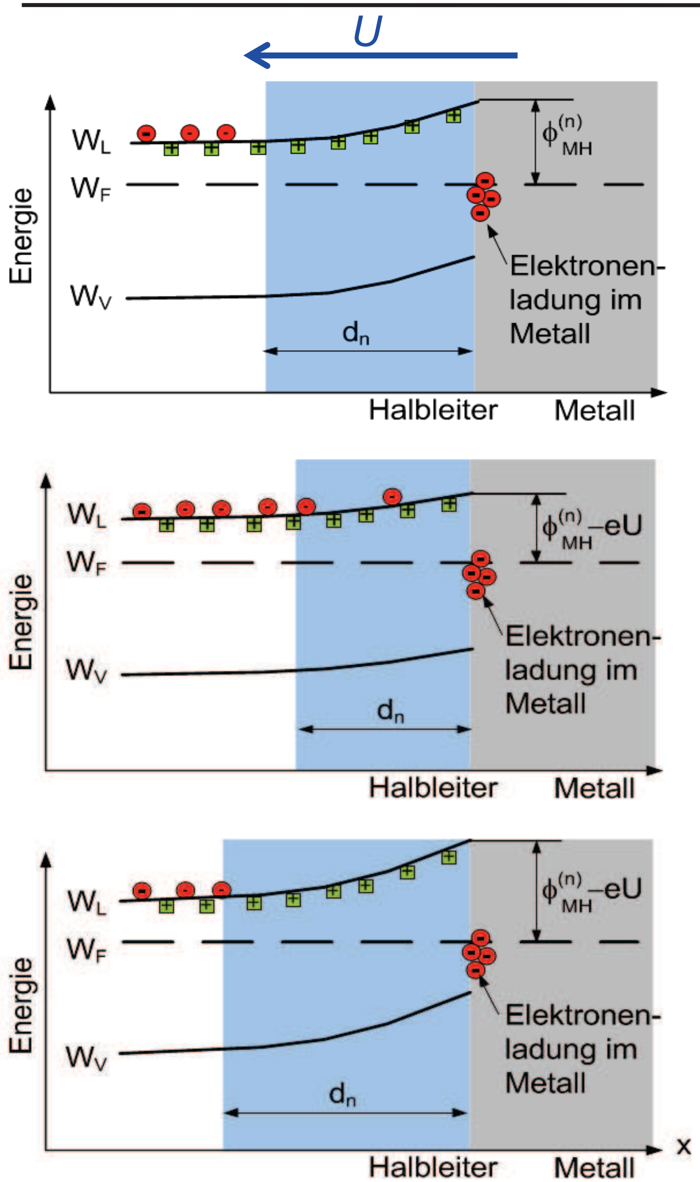
Definition von Austrittsarbeiten („Barrier Heights“):

$\phi_{\mathrm{MH}}^{(n)}$ für Elektronen (positiv, wenn die LB-Kante bei x = 0 oberhalb des Ferminiveaus des Metalls liegt)

$\phi_{\mathrm{MH}}^{(p)}$ für Löcher (positiv, wenn die VB-Kante bei x = 0 unterhalb des Ferminiveaus des Metalls liegt)

Anmerkung: Diese Austrittsarbeiten lassen sich i.d.R nicht aus den Austrittsarbeiten bzw. Elektronenaffinitäten des Halbleiters/Metalls berechnen. Sie müssen statt dessen für bestimmte Materialkombination separat gemessen und tabelliert werden.
Grund: In Realität kein abrupter Übergang zwischen den Materialien, sondern komplexe Verbindungen an den Grenzflächen, die zu Oberflächenladungen und Dipolschichten führen!

Schottky-Diode: Gleichrichtende Wirkung



Keine äußere Spannung (U = 0): Elektronen im Halbleiter und Metall sind durch eine Potentialbarriere voneinander getrennt

Spannung in Durchlassrichtung (U > 0): Potentialbarriere wird kleiner; Elektronen gelangen vom Halbleiter ins Metall

⇒ Starker Stromfluss in Vorwärtsrichtung

Spannung in Sperrrichtung (U < 0): Potentialbarriere wird größer; kein nennenswerter Elektronenfluss

⇒ Sehr kleiner Stromfluss in Rückwärtsrichtung infolge von Löcherdiffusion und Generation in der Raumladungszone

Schottky Diode: Eigenschaften

Strom-Spannungs-Charakteristik (ohne Herleitung!):

$$I = I_n + I_p = Ae\left[\frac{D_n n(0) d_n}{2L_{Dn}^2} + \frac{D_p p_{n0} d_n}{2L_{Dn}^2}\right]\left(e^{U/U_T} - 1\right)$$

wobei $d_n = L_{Dn}\sqrt{-\frac{2(\varphi_H + U)}{U_T}}$ $\quad \varphi_H < 0 \quad 0 < U < |\varphi_H|$

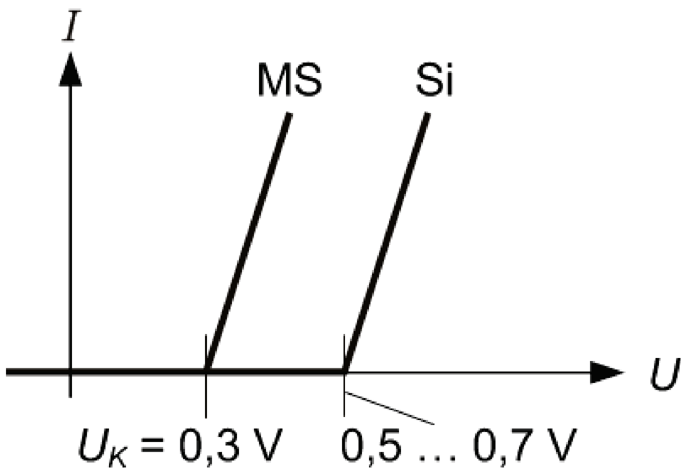
$$n(0) = n_D \exp\left(-\frac{\Phi_{MH}^{(n)}}{kT}\right)$$

Eigenschaften:

- Stromfluss wird durch Majoritätsträger dominiert

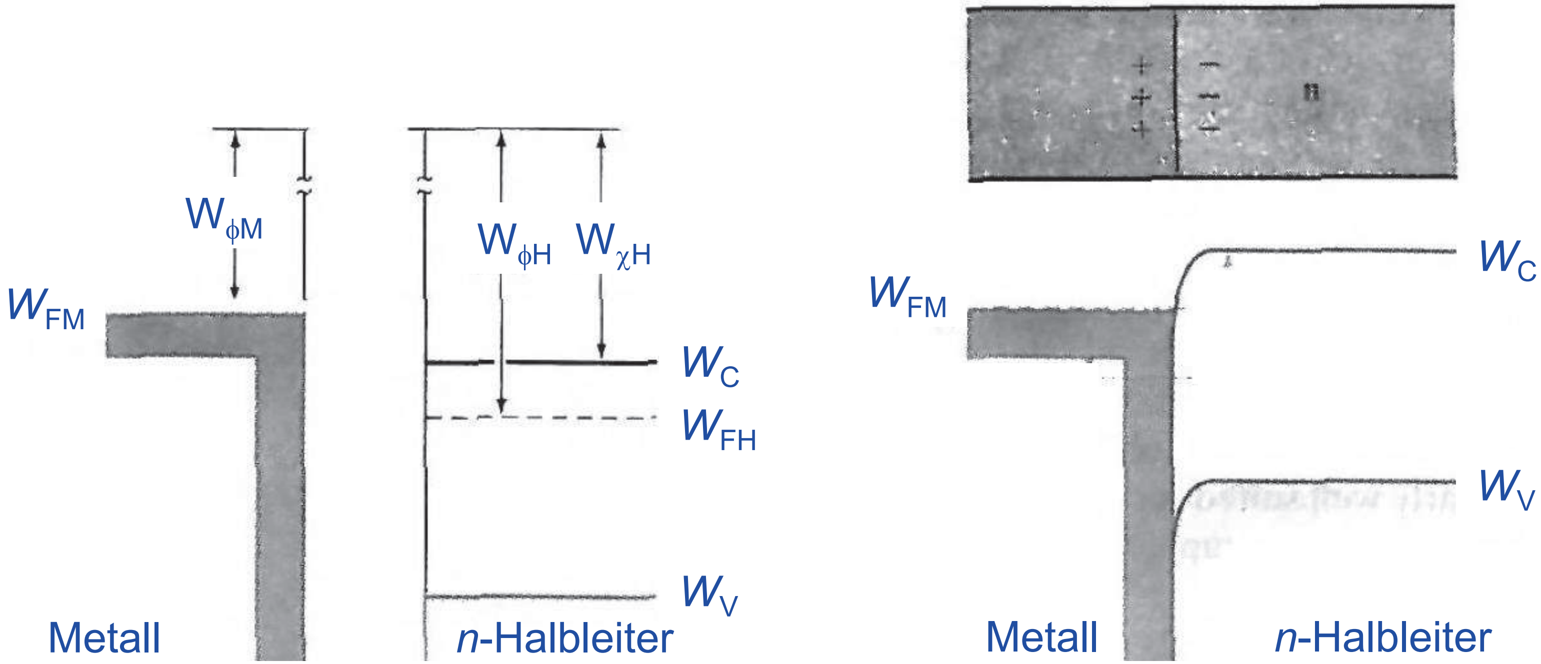
$$\frac{I_n}{I_p} \approx \gamma = \frac{n(0)}{p_{n0}} = \frac{n_D}{n_i \exp\left(\frac{\phi_{\mathrm{MH}}^{(n)} - W_G/2}{kT}\right)} \gg 1$$

- Hohe Schaltgeschwindigkeiten, da sich Majoritätsträger innerhalb der dielektrischen Relaxationszeit rearrangieren
- Geringere Durchlassspannung („Knickspannung“), geringere Durchbruchspannung und höherer Sperrstrom als pn-Diode



Ohmscher Kontakt

Idealer ohmscher Kontakt: Wahl der Materialien so, dass eine Angleichen der Fermienergien nach Kontaktierung durch Zufluss von Majoritätsträgern in den HL erfolgt! ($W_{FM} > W_{FH}$ im *n*-Halbleiter bzw. $W_{FM} < W_{FH}$ im p-Halbleiter vor der Kontaktierung)
$\Rightarrow$ Keine Verarmungszone im Halbleiter; verschwindender Kontaktwiderstand!

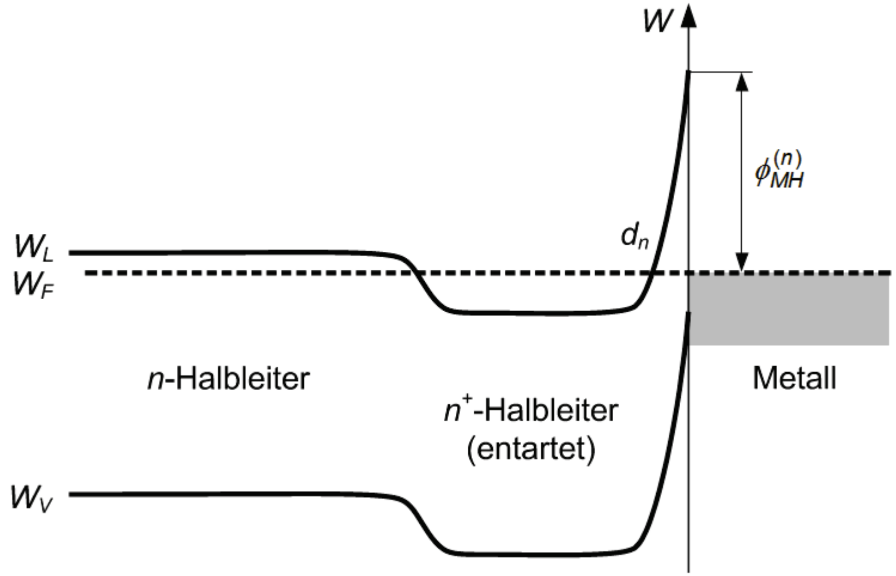


Problem: Erfordert beim *n*-HL ein Metall mit hinreichend kleiner Austrittsarbeit!

Ohmscher Kontakt durch Tunnelstrom

Kontaktierung eines Metalls mit großer Austrittsarbeit möglich durch sehr starke Dotierung des Halbleiters (Entartung!) am Metallkontakt

$\Rightarrow$ Sehr schmale Potentialbarrieren, die durchtunnelt werden können („Tunnelkontakt")
Wird auch angewandt, um *p*-Silizium mit Aluminium-Elektroden zu kontaktieren.



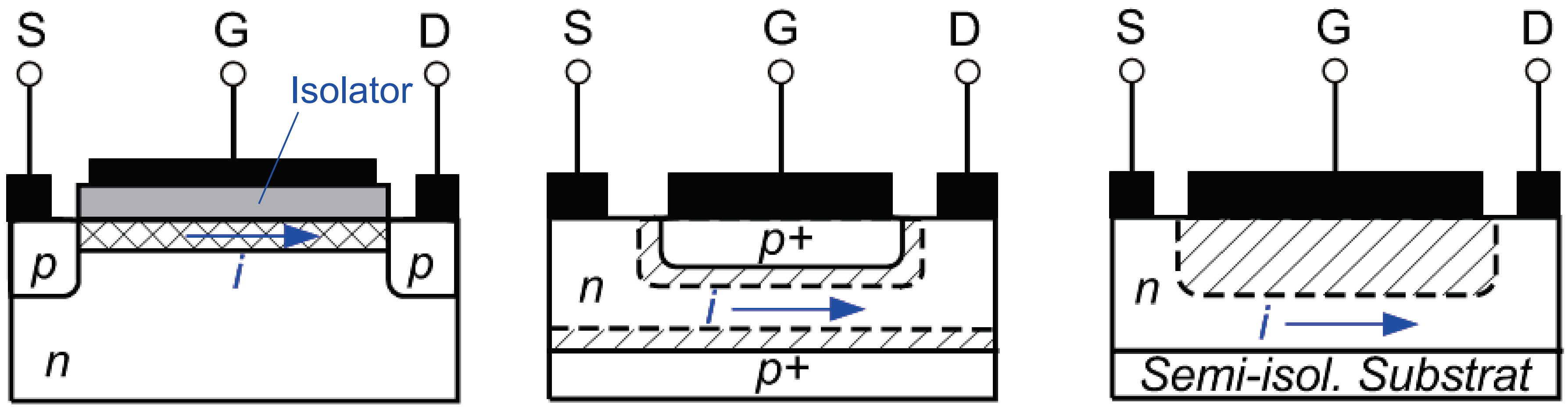
Problem bei Metallkontakten: Dotierung des Halbleiters an der Kontaktstelle durch Eindiffusion der Metall-Atome; bei Kontakten von n-Silizium mit Al (Akzeptor!) führt die Eindiffusion von Al beispielsweise zum „Umdotierung" des Halbleiters.

$\Rightarrow$ Statt dessen: Kontaktierung über eine Schicht aus Siliciden (binäre metallische Verbindung von Si, z.B. mit Ti, W, Mo, Pt, Ni)

Beispiel: n-Si/ TiSi / TiN / Al erlaubt niederohmige Kontakte zwischen Aluminium und n-Silizium

Kapitel 10:
Feldeffekttransistoren

Klassifizierung von Feldeffekttransistoren (FET)



Metal-Insulator-Semiconductor FET (**MISFET**) bzw. Insulated-Gate Field Effect Transistor (**IGFET**) :

- Kontrolle des Stromflusses durch Modulation der Anreicherungs- oder Verarmungsrandschicht einer MIS-Struktur
- Falls SiO_2 als Isolator verwendet wird: Metal-Oxide Semiconductor FET (**MOSFET**)

Junction Field Effect Transistor (**JFET**):

- Kontrolle des Stromflusses durch Modulation der Breite der Raumladungszone eines pn-Überganges („Junction Gate“)

Metal-Semiconductor Field Effekt Transistor (**MESFET**) :

- Kontrolle des Stromflusses durch Modulation der Breite der Raumladungszone eines Schottky-Überganges („Schottky Gate“)

Anmerkung: Der Aufbau der Bauteile ist im Prinzip symmetrisch, d.h. die Kennlinien ändern sich nicht, wenn die Rolle von Source und Drain vertauscht wird. In der Praxis sollte man die Anschlüsse trotzdem nicht vertauschen, da die Kapazitäten zwischen Gate und Drain durch ein entsprechendes Bauteildesign häufig geringer gehalten werden als zwischen Gate und Source.

Der MIS-Feldeffekttransistor (MOSFET)

Betrachte n-Kanal Feldeffekttransistor:

Drain-Strom: $I_D = -\sigma_K(y)\, b v_n$

Annahme: $U_I(y) > U_{th}\ \forall\ y$, d.h. der Halbleiter unter der Gate-Elektrode ist auf der gesamten Länge invertiert.

$\Rightarrow$ $$\sigma_K(y) = C'_I\left(U_{\mathrm{th}} - U_I(y)\right)$$

$$v_n = \mu_n \frac{\mathrm{d}U_K(y)}{\mathrm{d}y}$$

$$U_I(y) = U_{GS} - U_K(y)$$

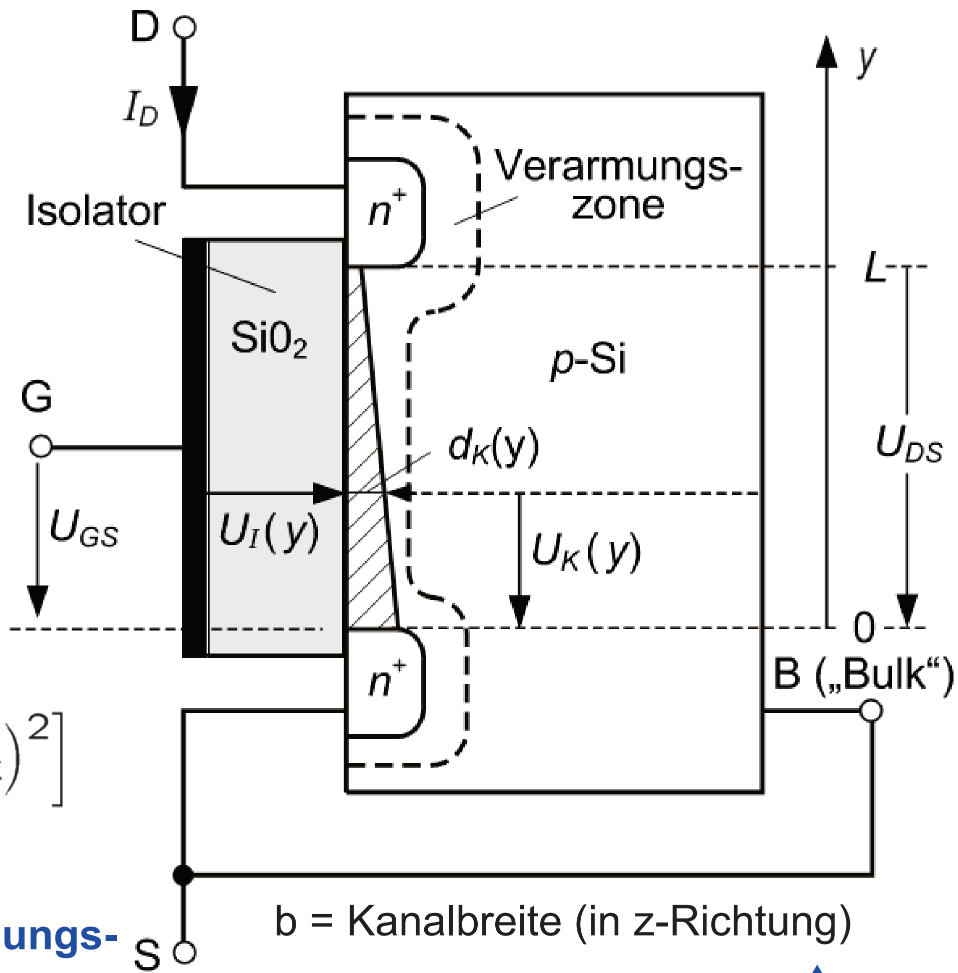
$\Rightarrow$ Drain-Strom im sog. **ohmschen Bereich** ($U_{DS} < U_{GS} - U_{th}$):

$$I_D = \frac{\mu_n b C'_I}{2L}\left[U_{DS,\mathrm{sat}}^2 - \left(U_{DS} - U_{DS,\mathrm{sat}}\right)^2\right]$$

wobei $U_{DS,\mathrm{sat}} = U_{GS} - U_{\mathrm{th}}$

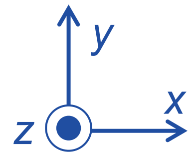
Für $U_{DS} > U_{GS} - U_{th}$ (**Abschnür- bzw. Sättigungs-bereich**) bleibt der Drain-Strom konstant:

$$I_D = I_{D,\mathrm{sat}} = \frac{\mu_n b C'_I}{2L} U_{DS,\mathrm{sat}}^2$$



b = Kanalbreite (in z-Richtung)

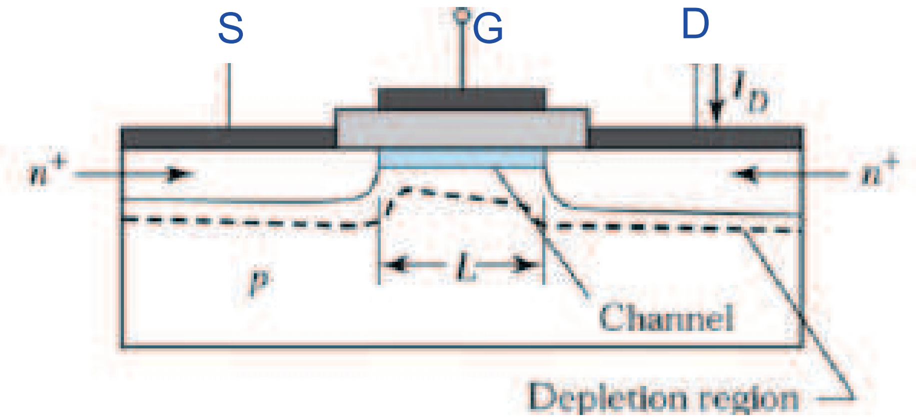
Inversionsrandschicht in der MIS-Struktur…

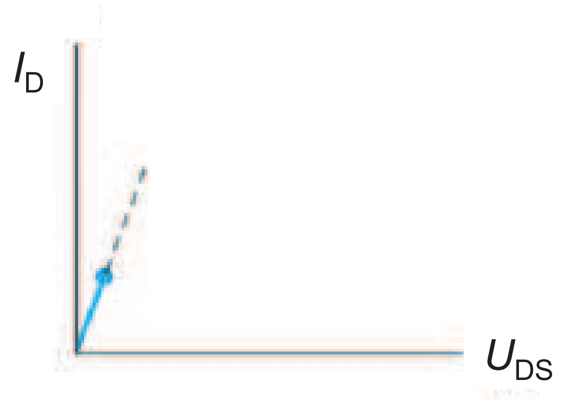


Betriebsbereiche des *n*-Kanal MOSFET

Ohmscher Bereich (engl. „Ohmic Region“ bzw. „Linear Region“): $U_{DS} \ll U_{DS,sat} = U_{GS} - U_{th}$

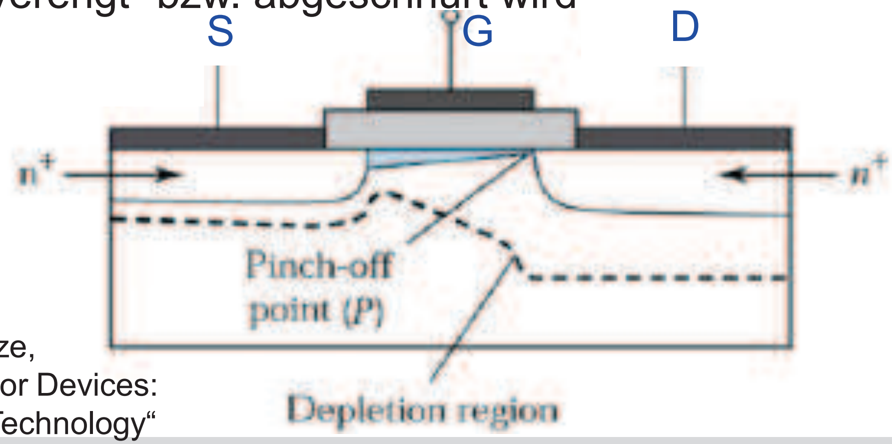
„Offener Inversionskanal“; Zunahme des Drainstromes I_D mit der Drain-Source-Spannung U_{DS}; diese Zunahme erfolgt näherungsweise linear für kleine Werte von U_{DS}

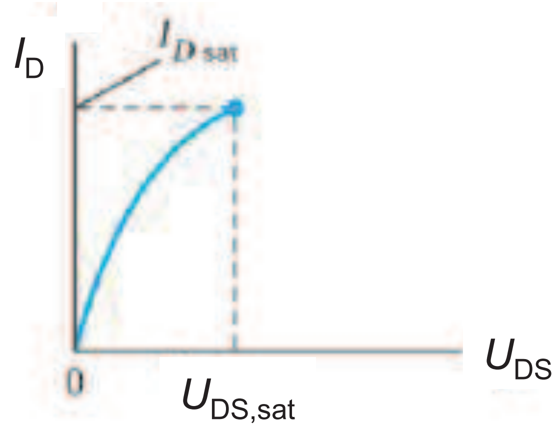




Abschnürung (engl. „Saturation“) für $U_{DS} \approx U_{DS,sat} = U_{GS} - U_{th}$

Zunahme des Drainstromes I_D verlangsamt sich, da der Inversionskanal am Drain-seitigen Ende „verengt“ bzw. abgeschnürt wird



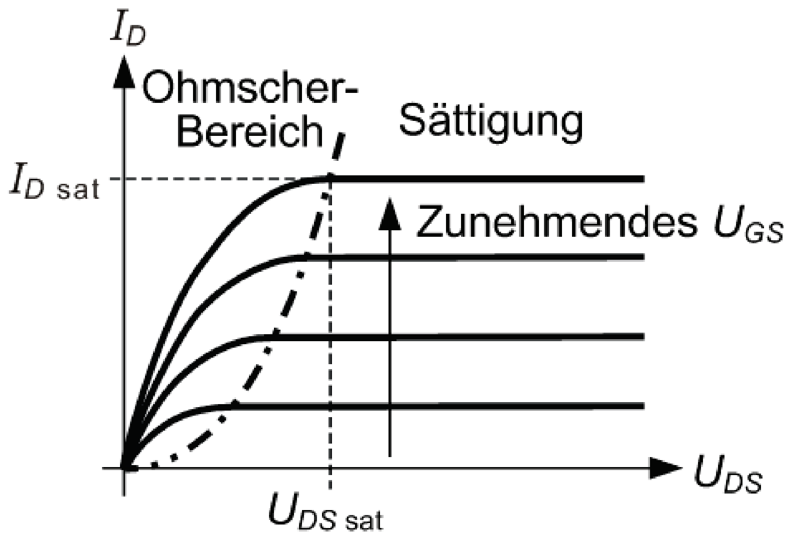


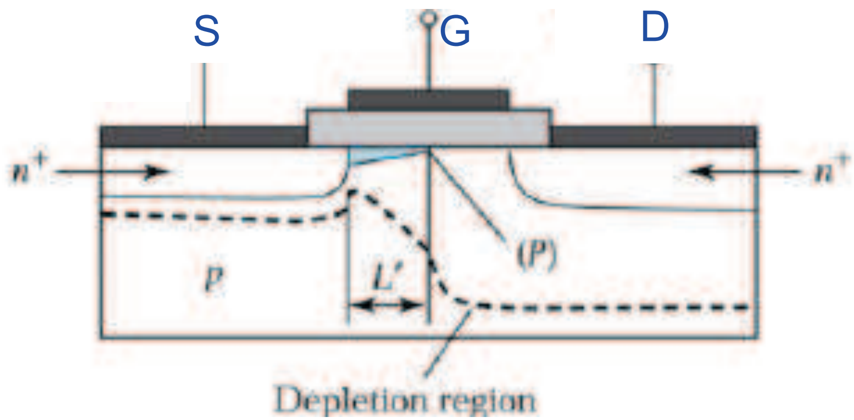
Bilder nach Sze, „Semiconductor Devices: Physics and Technology“

Betriebsbereiche des *n*-Kanal MOSFET

Abschnürbereich bzw. Sättigungsbereich (engl. „Saturation Region"): $U_{DS} > U_{DS,sat} = U_{GS} - U_{th}$

- Drainstrom I_D nimmt bei weiterer Erhöhung von U_{DS} nicht mehr zu; statt dessen fällt die zusätzliche Spannung über den abgeschnürten Bereich des Kanals ab (hochohmig, da kleine Ladungsträgerdichte!)
- Eine geringfügige Zunahme von I_D mit U_{DS} bleibt aufgrund einer Kanallängenmodulation bestehen („Channel-Length Modulation"), ist aber in vielen Fällen vernachlässigbar.





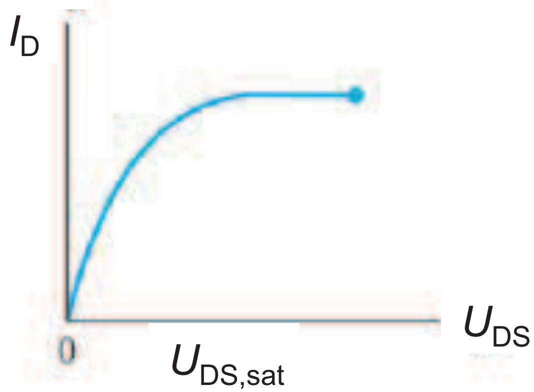


Bild nach Sze, „Semiconductor Devices: Physics and Technology"

MOSFET: Klassifikation und Kennlinienfelder

$V_D = U_{DS}$; $V_G = U_{GS}$
$V_T = U_{th}$

n-Kanal
Anreicherungstyp
(selbstsperrend)

n-Kanal
Verarmungstyp
(selbstleitend)

p-Kanal
Anreicherungstyp
(selbstsperrend)

p-Kanal
Verarmungstyp
(selbstleitend)

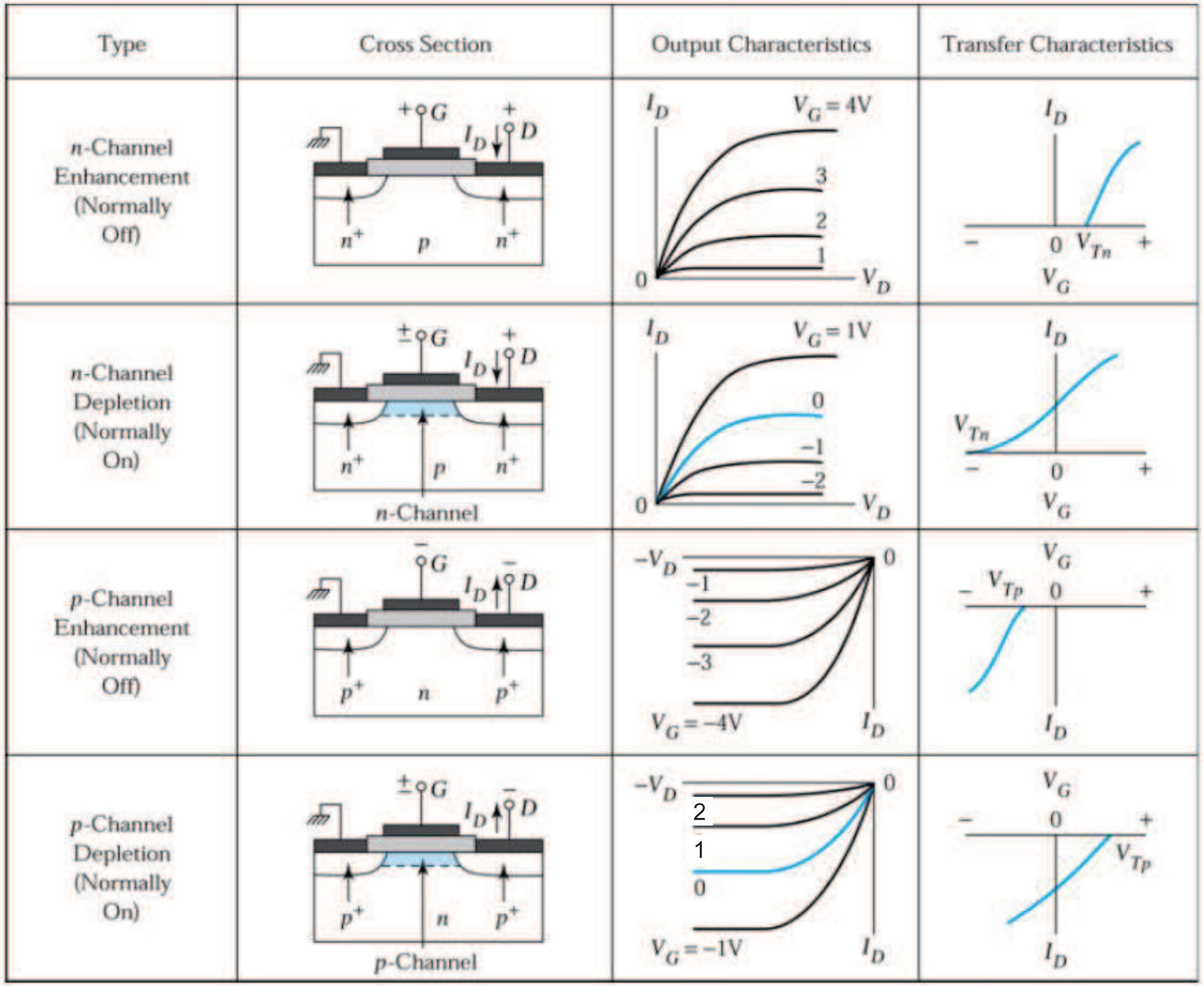


Bild nach Sze, „Semiconductor Devices: Physics and Technology“

MOSFET: Kleinsignal-Ersatzschaltbild

Niederfrequenz-Fall: Das Kleinsignal-ESB ergibt sich aus der Linearisierung der Großsignal-Charakteristik um einen Arbeitspunkt (U_{GS}, U_{DS}, I_D)

$$i_D = g_m u_{GS} + g_d u_{DS}$$

wobei $$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial U_{GS}} = \begin{cases} \frac{\mu_n b C'_I}{L} U_{DS} & \text{für } U_{DS} < U_{GS} - U_{\text{th}} \\ \frac{\mu_n b C'_I}{L} [U_{GS} - U_{\text{th}}] & \text{für } U_{DS} > U_{GS} - U_{\text{th}} \end{cases}$$ Steilheit

$$g_d = \frac{\partial I_D}{\partial U_{DS}} = \begin{cases} \frac{\mu_n b C'_I}{L} [U_{GS} - U_{\text{th}} - U_{DS}] & \text{für } U_{DS} < U_{GS} - U_{\text{th}} \\ 0 & \text{für } U_{DS} > U_{GS} - U_{\text{th}} \end{cases}$$ Kanal-Leitwert

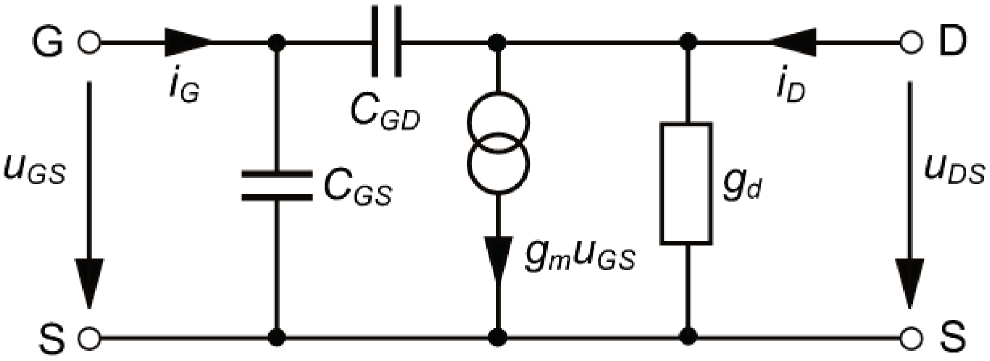
Hochfrequenz-Fall: Kapazitive Kopplung zwischen Gate und Source bzw. zwischen Gate und Drain wird durch die Kapazitäten C_{GS} und C_{GD} berücksichtigt.

Grenzfrequenz: Die Grenzfrequenz (Cut-Off-Frequency) ist erreicht, wenn die Kurzschluss-Stromverstärkung auf 1 abgefallen ist.

$$\left|\frac{\underline{I}_D}{\underline{I}_G}\right| = \left|\frac{g_m - j\omega C_{GD}}{j\omega\left(C_{GD} + C_{GS}\right)}\right| \approx \frac{g_m}{\omega C_{GS}} = \frac{\mu_n U_{DS}}{\omega L^2}$$

Komplexe Kleinsignal-Amplitude

$\Rightarrow$ Grenzfrequenz: $\omega_G = \frac{\mu_n U_{DS}}{L^2}$



MOSFET: Designziele und Parameter

Kleine Schaltspannung am Gate: Betrachte Spannungshub ΔU_{GS} der für eine bestimmte Änderung der Flächenladungsdichte σ_K im Kanal benötigt wird:

$$\Delta\sigma_K = \epsilon_I \Delta E_I = \frac{\epsilon_I}{d_I} \Delta U_{GS}$$

$\Rightarrow$
- Dünnes Gate-Dielektrikum (nach unten begrenzt durch Tunnelströme und Gefahr von dielektrischen Durchbrüchen)
- Hohe Dielektrizitätszahl ϵ_I ($\rightarrow$ „High-k Dielectrics “)

Großer Drainstrom / hohe Steilheit g_m:

$$I_D = \frac{\mu_n b \epsilon_I}{2 L d_I} \left[U_{DS,\mathrm{sat}}^2 - \left(U_{DS} - U_{DS,\mathrm{sat}} \right)^2 \right]$$

$\Rightarrow$
- Hohe Beweglichkeit μ_n im Kanal ($\rightarrow$ „High Electron-Mobility Transistor“, HEMT)
- Hohe Dielektrizitätszahl ϵ_I
- Geringe Kanallänge *L*
- Dünnes Gate-Dielektrikum

Hohe Grenzfrequenz:

$$\omega_G = \frac{\mu_n U_{DS}}{L^2}$$

$\Rightarrow$
- Hohe Beweglichkeit μ_n im Kanal
- Geringe Kanallänge *L*

MOSFET-Skalierung

„Constant-Field Scaling“ bzw. „Dennard Scaling“: Reduzierung aller Bauteilabmessungen und aller angelegten Spannungen um einen Skalierungsfaktor κ; gleichzeitig Erhöhung aller Dotierunsdichten um denselben Faktor.

$\Rightarrow$ Interne elektrische Felder bleiben unverändert

Device Parameter	**Scaling Factor**
Device dimensions: d_{ox}, L, b …	$1/\kappa$
Doping concentration $n_{A,}$ n_D	κ
Voltage U	$1/\kappa$

Device or Circuit Parameter	**Scaling Factor**
Electric field E	1
Carrier velocity v_n, v_p	1
Channel resistance R	1
Current (drift) I	$1/\kappa$
Depletion layer width (l_n, l_p, l)	$1/\kappa$
Capacitance eA/d	$1/\kappa$
Inversion-layer charge density σ_K	1
Circuit delay time / RC time constant UC/I	$1/\kappa$
Power dissipation per circuit UI	$1/\kappa^2$
Circuit density	κ^2
Power density UI/A	1

Absehbare Grenze der Skalierbarkeit: Oxid-Dicke *d* (Durchschlagfestigkeit, Tunnelströme)

$\Rightarrow$ Verwendung von „High-k Dielectrics“ mit großer Bandlücke:

material	Band gap (eV)	Relative dielectric constant	Conduction band offset (eV)	Leakage current reduction (ref SiO_2)
SiO2	9	3.9	3.15	
Al2O3	8.8	9.5-12	2.8	10^2-10^3
ZrO2	5.7-5.8	12-16	1.4-1.5	10^4-10^5
HfO2	4.5-6	16-30	1.5	10^4-10^5
ZrSiO4	~6	10-12	1.5	
HfSiO4	~6	~10	1.5	

Technologiegenerationen und die ITRS-Roadmap

Die Skalierung der CMOS-Technologie bedarf einer Vielzahl auf aufeinander abgestimmten Innovationen auf verschiedenen Gebieten.

⇒ Firmenübergreifende Koordinierung der Forschungs- und Entwicklungsziele durch die International Technology Roadmap for Semiconductors (ITRS) (http://www.itrs.net)

Year of first product shipment	1997	1999	2002	2005	2008	2011	2014
Feature size (nm)	250	180	130	100	70	50	35
DRAM size (bit)	256M	1G	—	8G	—	64G	—
Wafer size (mm)	200	300	300	300	300	300	450
Gate oxide (nm)	3–4	1.9–2.5	1.3–1.7	0.9–1.1	<1.0	—	—
Junction depth (nm)	50–100	42–70	25–43	20–33	15–30	—	—

Institute of Photonics and Quantum Electronics

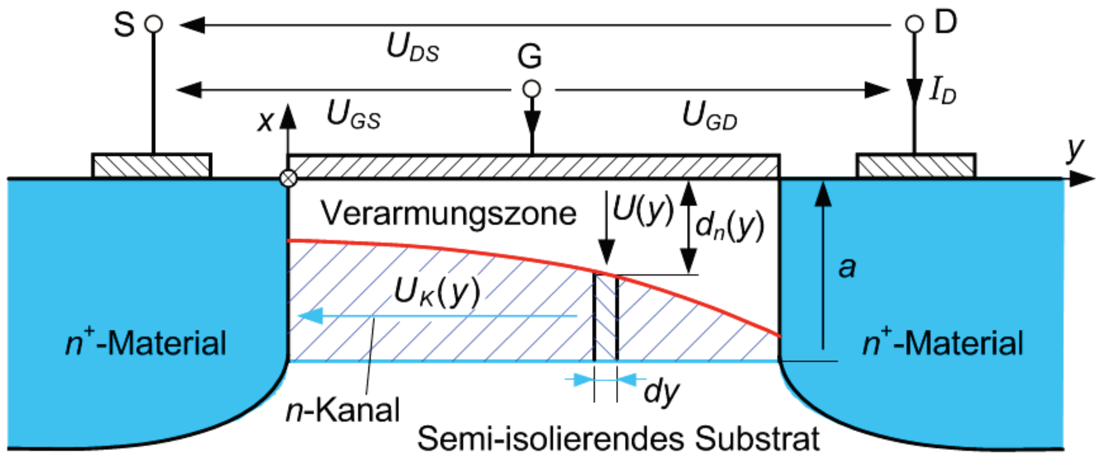
Sperrschicht-FET (JFET) und Metall-Halbleiter FET (MESFET)

Betrachte Drain-Strom

$$I_D = -\sigma_n b\,(a - d_n(y))\,E_y$$
$$= \sigma_n b\,(a - d_n(y))\,\frac{\mathrm{d}U_K(y)}{\mathrm{d}y}$$

wobei

$$U_K(y) = U_{GS} - U(y)$$



$$d_n(y) = \begin{cases} L_{Dn}\sqrt{-\frac{2[\varphi_H + U(y)]}{U_T}} & \text{für MESFET (Schottky-Übergang)} \\ L_{Dn}\sqrt{\frac{2[U_D - U(y)]}{U_T}} & \text{für JFET (einseitig abrupter p-n-Übergang mit } n_D \ll n_A) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Die Sperrschichtdicken für JFET und MESFET lassen sich mit äquivalenten Formeln beschreiben! Die entsprechenden Beziehungen für den MESFET erhält man, indem man U_D durch $-\varphi_H$ ersetzt.

„Pinch-Off“: Der Kanal wird am Drain-seitigen Ende abgeschnürt, wenn die über die Sperrschicht abfallende Spannung $U(L)$ hinreichend negativ wird, $U(L) = U_P < 0$ (Pinch-Off). Die Abschnürspannung bzw. Pinch-Off-Spannung U_P ist gegeben durch

$$U_D - U_P = \frac{1}{2} U_T \left(\frac{a}{L_{Dn}}\right)^2$$

Funktionsweise des JFET bzw. MESFET

Lösen der DGL für $U_K(y)$ und Entwickeln des Ergebnisses in eine Potenzreihe führt zu:

$$I_D \approx \begin{cases} \frac{\mu_n b C'}{2L}\left[2U_{DS}\left(U_{GS}-U_P\right)-U_{DS}^2\right] & \text{für } U_{DS} < U_{GS}-U_P \text{ (Ohmscher Bereich)} \\ \frac{\mu_n b C'}{2L}\left[\left(U_{GS}-U_P\right)^2\right] & \text{für } U_{DS} > U_{GS}-U_P \text{ (Sättigungsbereich)} \end{cases}$$

wobei $C' = \frac{\epsilon_H}{a}$

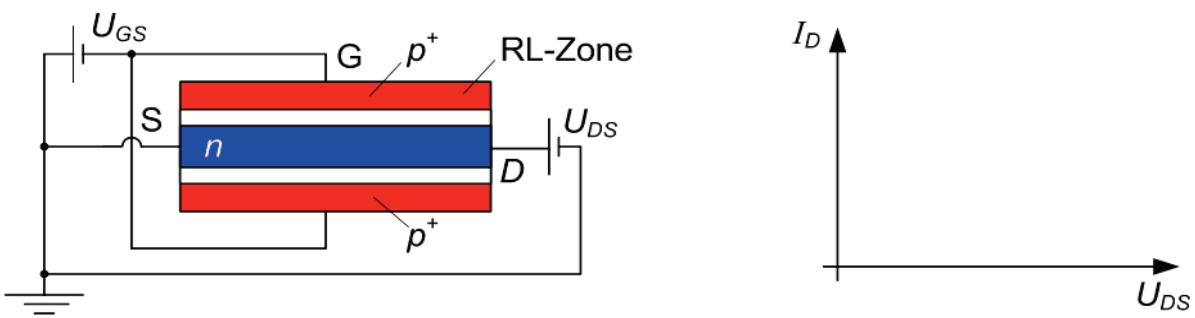
Der JFET bzw. MESFET weist ein zum MISFET äquivalentes Verhalten auf. Man erhält die Formeln für den JFET, wenn in den Beziehungen für den MISFET die Schwellenspannung U_{th} durch die Pinch-Off-Spannung U_p und der Kapazitätsbelag C'_I durch den Kapazitätsbelag C‘ eines in voller Breite verarmten Kanals ersetzt werden.

Verhalten des JFET:

- Keine äußeren Spannungen

$\Rightarrow$ Kein Stromfluss

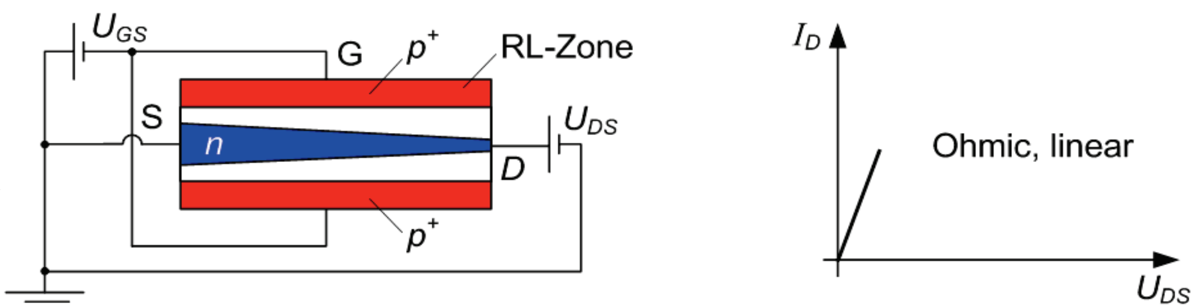
(a) $U_{GS} = 0$ V, $U_{DS} = 0$ V



- Mit Drain-Source-Spannung, pn-Übergang auf der Drain-Seite in Sperrrichtung gepolt

$\Rightarrow$ Verbreiterung der RLZ, macht sich bei kleinen Spannungen aber noch nicht bemerkbar.

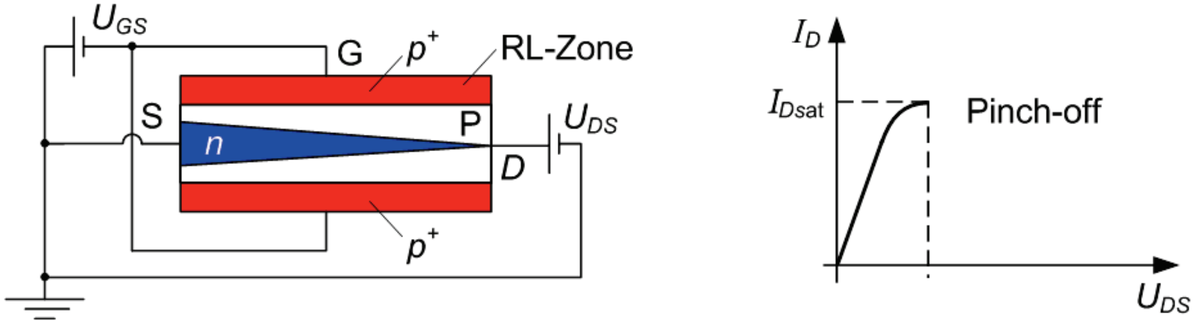
(b) $U_{GS} = 0$ V, $U_{DS} > 0$ V



Funktionsweise des JFET bzw. MESFET

- Pinch-off (U_P): Drainseitige Sperrspannung schließt leitfähigen Kanal

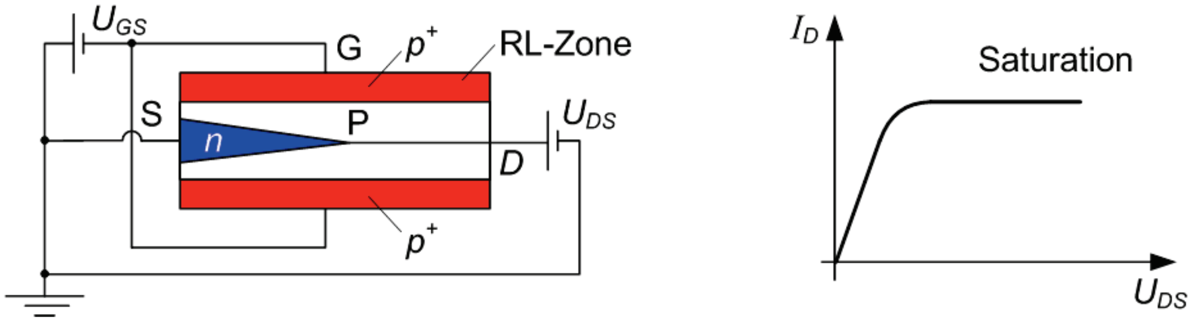
(c) $U_{GS} = 0$ V, $U_{DS} = V_{DSat}$



- Sättigung: Abschnürpunkt verschiebt sich nach links

⇒ Drain-Strom steigt mit wachsender Drain-Source-Spannung nicht mehr weiter an

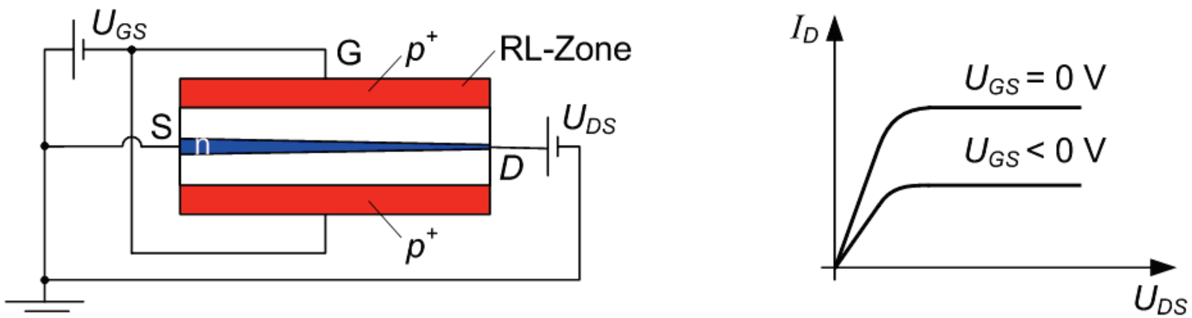
(d) $U_{GS} = 0$ V, $U_{DS} > 0$ V



- Negative Gate-Spannung führt zu Verbreiterung der RLZ und zur Verengung des Kanals

⇒ Kleinerer Drain-Strom; Pinch-Off wird früher erreicht

(e) $U_{GS} < 0$ V, $U_{DS} > 0$ V



Institute of Photonics and Quantum Electronics

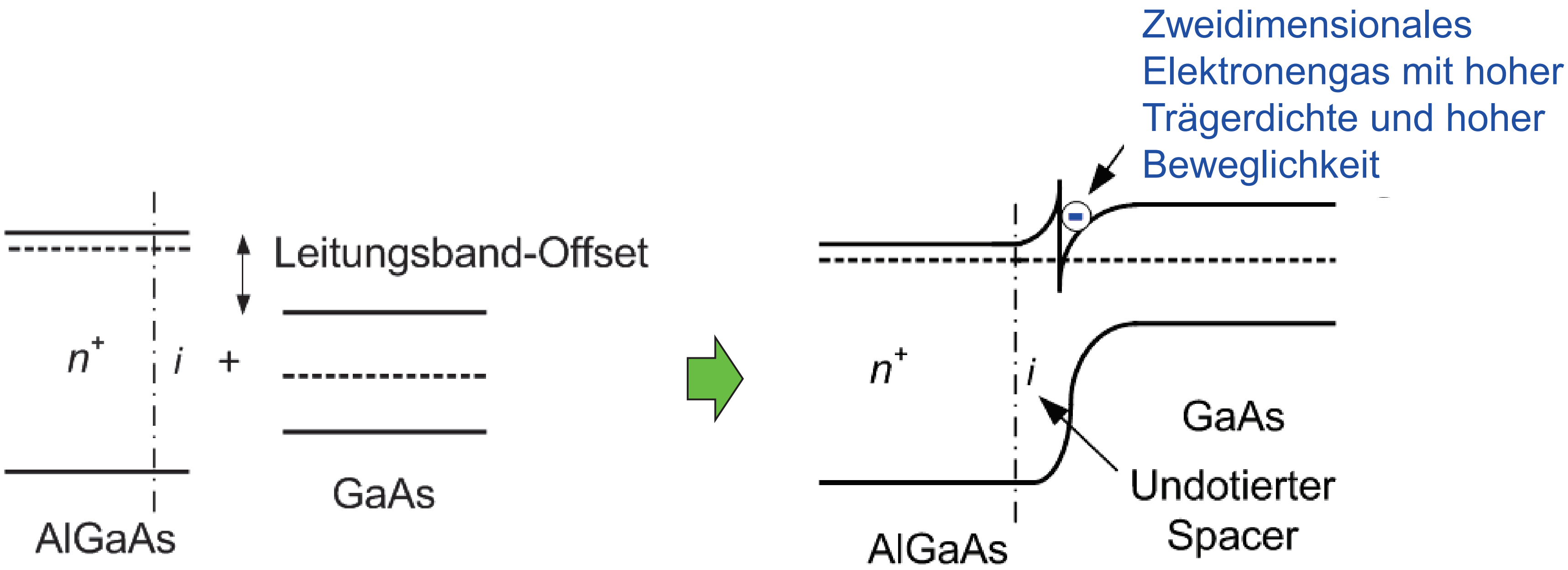
Der High-Electron-Mobility-Transistor (HEMT)

Zielkonflikt beim Design von JFET:

- Hohe Steilheit erfordert hohe Kanalleitfähigkeit und damit starke Dotierung.
- Starke Dotierung verringert die Beweglichkeit der Träger im Kanal und führt daher zu einer großen Transit-Zeit.

$\Rightarrow$ Lösung: Kanal ist undotiert; Ladungsträger werden von einem benachbarten Halbleiter mit hoher Dotierung und größerer Bandlücke geliefert

$\Rightarrow$ High-Electron-Mobility-Transistor (HEMT) (auch: Modulation-Doped Field-Effect Transistor, MODFET)



HEMT: Bauteilstruktur

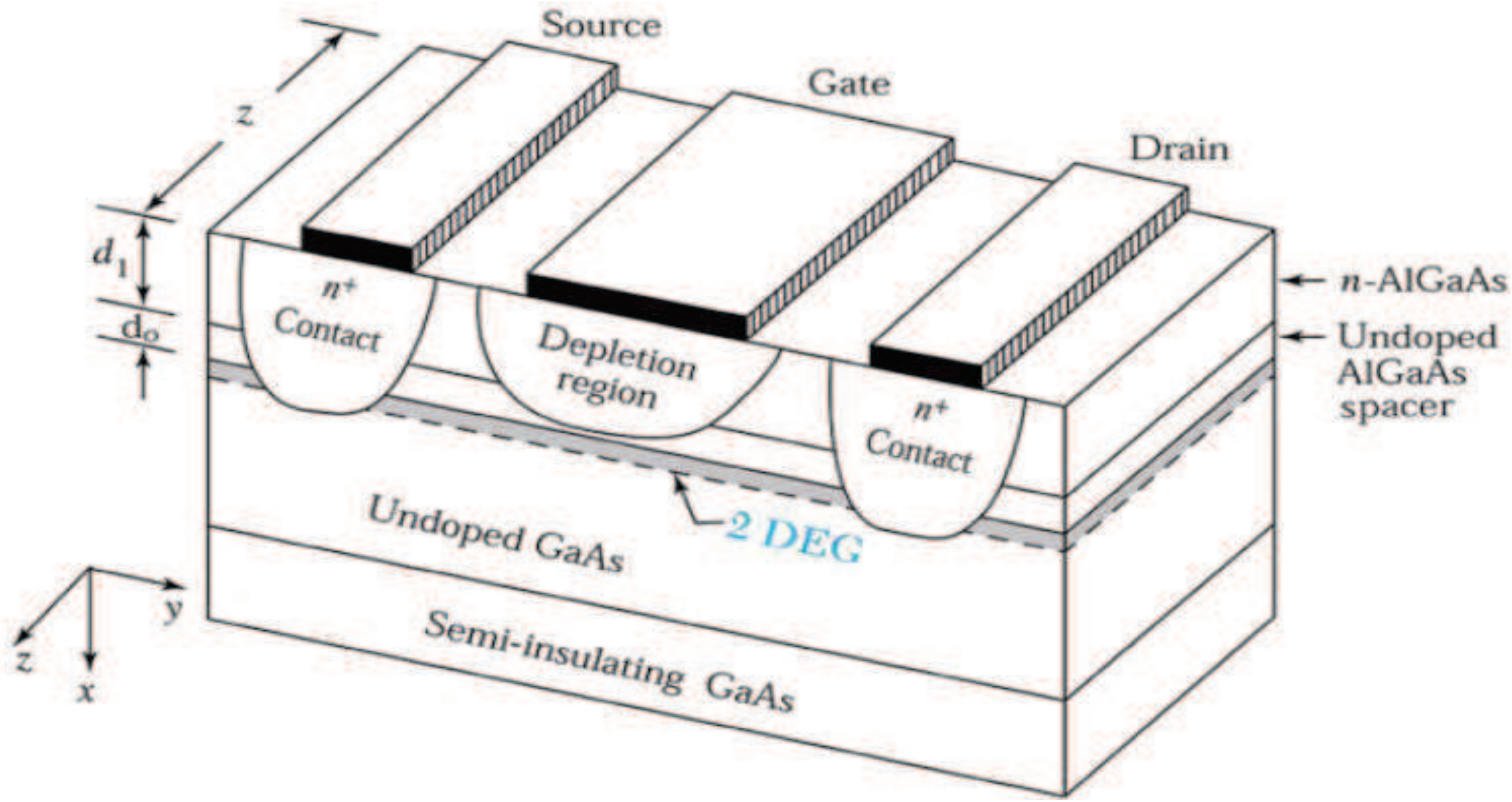
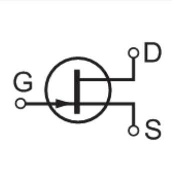
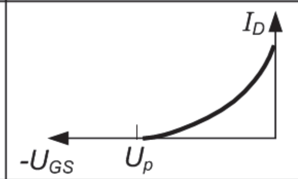
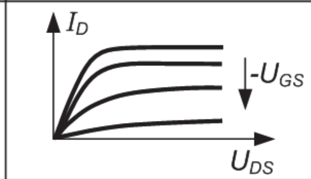
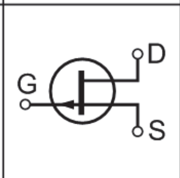
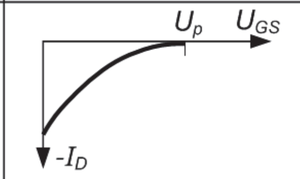
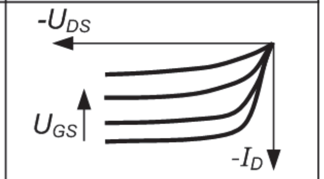
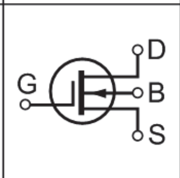
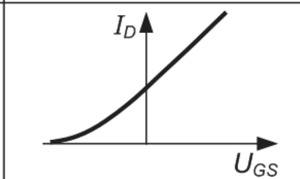
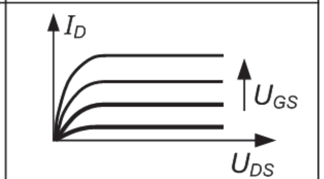
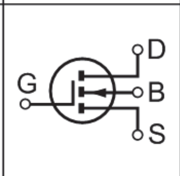
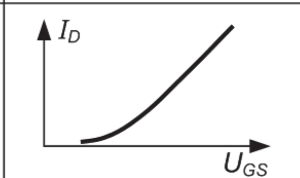
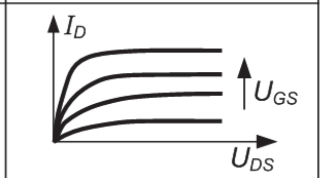
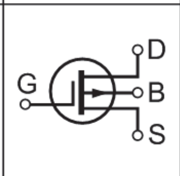
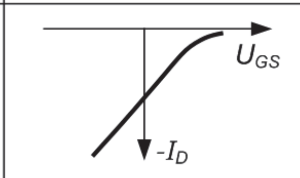
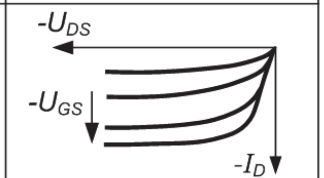
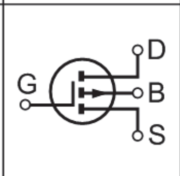
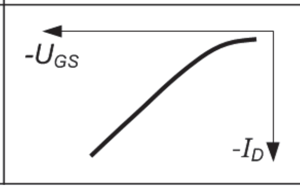
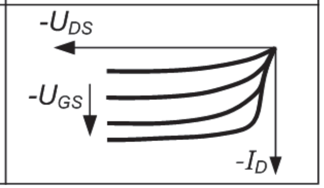


Bild nach Sze, „Semiconductor Devices: Physics and Technology“

Schaltungssymbole und Kennlinienfelder von FET

Typ	Symbol	Übertragungs-charakteristik	Ausgangs-charakteristik
n-Kanal Sperrschicht FET selbstleitend			
p-Kanal Sperrschicht FET selbstleitend			
n-Kanal MOS FET selbstleitend			
n-Kanal MOS FET selbstsperrend			
p-Kanal MOS FET selbstleitend			
p-Kanal MOS FET selbstsperrend			

Schaltungssymbole:

JFET / MESFET:

- Gate wird durch einen einzigen dicken Strich dargestellt
- Pfeil zeigt in Durchlassrichtung des Gate-Überganges

MISFET/MOSFET:

- Gate wird durch zwei Striche dargestellt
- Drain-Source-Linie durchgezogen für selbstleitende Bauteile bzw. unterbrochen für selbstsperrende Bauteile
- Beim n-Kanal-Bauteil zeigt der Pfeil zum Gate, sonst vom Gate weg („Bewegungsrichtung der Elektronen beim Schaltvorgang“)

Institute of Photonics and Quantum Electronics

Complementary-Metal-Oxide-Semiconductor-(CMOS-)Technologie

- Kombination von p-Kanal- und n-Kanal-Feldeffekttransistoren
- Komplementäre Ausführung jeder Logikoperation – einmal in p-Kanal und einmal in n-Kanal-Technik; dabei sperrt immer ein Transistor, während der andere leitet.

⇒ Stromfluss nur im Moment des Umschaltens (im Gegensatz zur Realisierung mit Arbeitswiderständen!)

⇒ Sehr geringer Leistungsverbrauch

CMOS ist heute die meistgenutzte Logik-Familie!

Beispiel: CMOS-Inverter