

11. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1

- a) Zeigen Sie, dass das Polynom $f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$ genau eine reelle Nullstelle ξ hat.
- b) Geben Sie ein Iterationsverfahren zur Berechnung von ξ an und schätzen Sie den Fehler ab.

Aufgabe 2

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \begin{cases} 0, & x \in [-1, 0] \\ 1, & x \in (0, 1] \end{cases}$$

keine Stammfunktion besitzt.

- b) Bestimmen Sie $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

Aufgabe 3 Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \int \frac{1}{\sqrt{2x-1} - \sqrt[3]{2x-1}} dx \\ \text{b)} & \int \frac{x^3}{1-x^4} dx \\ \text{c)} & \int \frac{1}{2x+x^2} dx \\ \text{d)} & \int \frac{e^x(e^{4x}+1)}{(e^{2x}+1)^2} dx \end{array}$$

Aufgabe T1 Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \int (1+x)^4 dx & \text{b)} \quad \int \frac{1}{(4x-1)^3} dx & \text{c)} \quad \int \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} dx \\ \text{d)} \quad \int \arctan x dx & \text{e)} \quad \int x^2 \sin x dx & \text{f)} \quad \int \frac{x}{4x^2-8} dx \\ \text{g)} \quad \int \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1} dx & \text{h)} \quad \int \cos(\ln x) dx & \text{i)} \quad \int \frac{x-\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}} dx \end{array}$$

$$\text{j)} \quad \int \frac{\cosh^5 x - \cosh^2 x - 7}{\cosh^4 x} \sinh x dx$$

Aufgabe T2

a) Versuchen Sie die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} 0, & x \notin \mathbb{Q} \\ \frac{1}{q}, & x = \frac{p}{q}, \text{ mit } p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}, p, q \text{ teilerfremd} \end{cases}$$

zu skizzieren.

b) Berechnen Sie die Ober- und die Untersumme von f .

Aufgabe T3 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mittels Riemannscher Zwischensummen.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n}{n^2 + k^2} & \text{b)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} & \text{c)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[n]{e^{-k}} \end{array}$$

Internet Informationen zur Vorlesung und zu Prüfungen finden Sie im Internet unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/>

Dort sind auch die Übungsblätter und deren Lösungen verfügbar.