

12. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_x^{2x} \frac{\cos t}{1+t^2} dt$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_{-2x}^{2x} \ln(1+t^2) dt$

Hinweis zu a): Mittelwertsatz der Integralrechnung.

Aufgabe 2 Es sei $k \in \mathbb{N}$ beliebig. Zeigen Sie, dass dann

$$\int_{\sqrt{k\pi}}^{\sqrt{(k+1)\pi}} \sin(x^2) dx = \frac{(-1)^k}{\xi_k}$$

gilt, wobei ξ_k eine Zahl zwischen $\sqrt{k\pi}$ und $\sqrt{(k+1)\pi}$ ist. Geben Sie eine obere und eine untere Schranke für den Wert des Integrals an.

Aufgabe 3 Beweisen Sie, dass die folgenden Grenzwerte in $\mathbb{R}$ existieren.

a) $\lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_0^\beta \sin(x^2) dx$

b) $\lim_{\beta \rightarrow \infty} \int_0^\beta 2x \sin(x^4) dx$

Aufgabe 4 Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+3)e^{nx}$$

konvergiert. Bestimmen Sie für diese x den Wert der Reihe.

Aufgabe T1 Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\int_0^1 (1+2x)^3 dx$

b) $\int \operatorname{Arcsin} t \, dt$

c) $\int_0^\pi (\sin x)^2 dx$

d) $\int \frac{e^t}{e^{2t}+1} dt$

e) $\int \frac{t}{\sqrt{1-t}} dt$

f) $\int_1^4 \operatorname{Arctan} \sqrt{\sqrt{x}-1} dx$

g) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin 2t}{1-\sin t} dt$

h) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2+4t-t^2}} dt$

Aufgabe T2 Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int \frac{t^5 + 5t^4 + t^3 - 13t^2 - t + 9}{t^3 + 2t^2 - t - 2} dt$

b) $\int \frac{3e^{3s} + 2e^{2s} + 6e^s - 10}{2e^{3s} + 4e^{2s} + 10e^s} ds$

c) $\int^t \frac{3u - u^3 - 3}{(u^2 - 2u + 2)^2} du$

Aufgabe T3 Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz, und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

a) $\int_2^\infty \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$

b) $\int_1^\infty \frac{\ln x}{(2x-1)^2} dx$

Übungsklausur Die Anmeldung zur 2. Übungsklausur am 3.02.2001 ist in der Zeit vom 22.01. bis zum 25.01. um 13 Uhr. Tragen Sie sich einfach in die dann ausliegenden Listen ein.

Internet Informationen zur Vorlesung und zu Prüfungen finden Sie im Internet unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/>

Dort sind auch die Übungsblätter und deren Lösungen verfügbar.