

9. Übungsblatt – Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

1) Auf einem Konto werde das Guthaben zu einem Zinsfuß p (Jahreszinsfuß) verzinst.

a) Welcher effektive Jahreszinssatz p_m ergibt sich, wenn die Zinsgutschrift der im jeweiligen Zeitintervall angelaufenen Zinsen m mal pro Jahr erfolgt? Berechnen Sie den Grenzwert $p_\infty = \lim_{m \rightarrow \infty} p_m$. (Zahlenbeispiel: $p = 5\%$, $m = 12$, d.h. monatliche Verzinsung)

Hinweis: m gibt die Anzahl der (gleich langen) Zeitintervalle pro Jahr an, nach denen die Verzinsung jeweils zu einem Prozentsatz von $\frac{p}{m}$ erfolgt.

b) Welches Endguthaben wird sich bei jährlicher Verzinsung (d.h. $m = 1$) nach n Jahren angesammelt haben, wenn monatlich der Betrag b eingezahlt wird? (Zahlenbeispiel: $b = 100$ DM, $p = 5\%$, $n = 40$)

2) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{4 - x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2 - 3x + 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x} - 2}{x}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{n} \left(\left(1 + \frac{n}{x}\right)^n - 1 \right)$

3) a) Bestimmen Sie die Konstanten $a, b \in \mathbb{R}$ so, daß die Funktion f , definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1} + \frac{a}{x} & \text{falls } x < -1 \\ |2 - x| + 3b & \text{falls } x \geq -1, \end{cases}$$

auf \mathbb{R} stetig ist und $f(1) = 4$ erfüllt.

b) Für $x \in \mathbb{R}$ wird mit $[x]$ die größte ganze Zahl $\leq x$ bezeichnet. Skizzieren Sie den Graphen der Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = [x] + \sqrt{x - [x]},$$

und überprüfen Sie f auf Stetigkeit.

c) Zeigen Sie, daß die Funktion

$$f : (3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$$

monoton und stetig ist, und bestimmen Sie die Umkehrfunktion.

