UNIVERSITÄT KARLSRUHE
MATHEMATISCHES INSTITUT I
Dr. A. Müller-Rettkowski
J. Bitzer

WS 2001/2002
29.01.2002

14. Übungsblatt – Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

1) a) Bestimmen Sie die Taylor-Reihe von $f(x) = e^{e^x}$ um die Stelle $x_0 = 0$.

b) Zeigen Sie, daß gilt

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{k!} = 2e \qquad , \qquad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^3}{k!} = 5e\,.$$

2) Berechnen Sie (mit Hilfe von Ober– oder Untersummen) das Integral $\displaystyle\int_0^1 e^x\,dx$.

3) Gegeben ist die Folge (a_n) durch

$$a_n = \int_0^{\pi} \sin^n t\,dt \qquad (n \in \mathbb{N})\,.$$

Zeigen Sie, daß (a_n) beschränkt und monoton ist.

4) Berechnen Sie geometrisch $\displaystyle\int_{-3}^{4} \Big||x| - 2\Big|\,dx$.

5) Berechnen Sie jeweils den Wert des Integrals.

a) $\displaystyle\int_0^1 (1+2x)^3\,dx$ b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{9-4x^2}}\,dx$

c) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x\cos x\,dx$ d) $\displaystyle\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\,dx$

e) $\displaystyle\int_{(k-1)\pi}^{k\pi} |\sin x|\,dx \quad (k \in \mathbb{Z})$ **f)** $\displaystyle\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{t}(1+\sqrt{t})}\,dt$

6) Mit einem Parameter $a \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f für $|x| \neq 1$ gegeben durch

$$f(x) = \frac{(x-2)(x-a)}{(x^2-1)^2}\,.$$

a) Bestimmen Sie die Zahlen A, B, C und D in der Darstellung *(Partialbruchzerlegung)*

$$f(x) = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+1} + \frac{D}{(x+1)^2} \qquad (x \in \mathbb{R} \setminus \{-1,1\})\,.$$

b) Für welche $a \in \mathbb{R}$ sind die Stammfunktionen F von f rationale Funktionen? Bestimmen Sie in diesem Fall den Wert des Integrals $I(x) = \int_2^x f(t)\,dt$ $(x > 2)$, und überprüfen Sie, ob der Grenzwert $\lim\limits_{x\to\infty} I(x)$ existiert.

– bitte wenden –

7) Bestimmen Sie alle Extremstellen der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad , \quad f(x) = \int_0^x (1+4t)e^{t^2}\, dt + xe^{x^2} .$$

8) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

a) $\lim\limits_{x\to 0} \int_x^{2x} \frac{\cos t}{1+t^2}\, dt$ **b)** $\lim\limits_{x\to\infty} xe^{-x^2} \int_0^x e^{t^2}\, dt$

Hinweis: Mittelwertsatz der Integralrechnung und Regel von de l'Hospital

>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>>> HINWEISE ZUR 2. ÜBUNGSKLAUSUR: <<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<<

- Teilnehmen können nur die Studierenden, die sich bereits angemeldet haben.
- Termin: 2. Februar (Samstag) von 8 Uhr bis 10 Uhr
- Bringen Sie Studierendenausweis und Schreibgerät mit; Papier wird gestellt.
- Zulässige Hilfsmittel: alle Arten mathematischer Literatur und geheftete Blätter (z. B. Mitschriften, Übungsblätter, alte Klausuren).
- **Nicht zugelassen** sind dagegen lose Blätter und elektronische Hilfsmittel (z. B. Taschenrechner).
- Die korrigierten Übungsklausuren können ab 13. Februar (Mittwoch) im Sekretariat abgeholt werden.
- Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am 14. Februar (Donnerstag) von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 möglich.