

15. Übungsblatt – Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

1) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\int^x \arcsin t \, dt$

b) $\int_0^\pi (\sin x)^2 \, dx$

c) $\int^x \frac{e^t}{e^{2t} + 1} \, dt$

d) $\int^x \frac{t}{\sqrt{1-t}} \, dt$

e) $\int_1^4 \arctan \sqrt{\sqrt{x} - 1} \, dx$

f) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\sin 2t}{1 - \sin t} \, dt$

2) Bestimmen Sie

a) durch Reihenentwicklung des Integranden

b) mittels der Regel von de l'Hospital

den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^3} \int_{-2x}^{2x} \ln(1+t^2) \, dt$$

3) $a > 0$ sei eine vorgegebene Zahl. Bestimmen Sie Konstanten β und $\gamma \in \mathbb{R}$ derart, daß

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\beta x - \sin x} \int_0^x \frac{t^2}{\sqrt{\gamma+t}} \, dt = a$$

gilt. Sind β, γ eindeutig bestimmt? Kann man $a < 0$ vorgeben?

4) Untersuchen Sie

$$A_k(x) := \int^x \frac{dt}{(1+t^2)^k}, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

und leiten Sie die Rekursionsformel

$$A_{k+1} = \frac{1}{2k} \frac{x}{(1+x^2)^k} + \frac{2k-1}{2k} A_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

her. Was ergibt sich für A_4 ?

5) Berechnen Sie für $b, c \in \mathbb{R}$ ohne Formelsammlung

$$I(x) = \int^x \frac{dt}{t^2 + 2bt + c}.$$

