

16. Übungsblatt – Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

1) Man betrachte folgende Differentialgleichungen und Substitutionen:

a) $2y' + y^2 + \frac{1}{x^2} = 0$, $z(x) = xy(x)$

b) $y' = (x - y)^2 + 1$, $z(x) = x - y(x)$

Geben Sie eine Differentialgleichung an, der die Funktion z genügt, wenn y eine Lösung des gegebenen Problems ist. Lösen Sie die Differentialgleichung für z , und gewinnen Sie daraus eine Lösung y der gegebenen Gleichung.

2) Bestimmen Sie die Lösung der folgenden Anfangswertprobleme:

a) $y' + x^2y = x^2$, $y(2) = 1$

b) $y' - y = xy^5$, $y(0) = \sqrt{2}$

c) $x^2y'' + xy' - y = \ln x$, $y(1) = 2$, $y'(1) = -1$

3) Lösen Sie folgende Anfangswertprobleme:

a) $y'' - 2y' + 3y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$

b) $y'' - 5y' + 4y = e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$

4) Berechnen Sie alle Lösungen der folgenden Differentialgleichungen:

a) $y \ln y + (x - \ln y)y' = 0$ b) $x \sin \frac{y}{x} - y \cos \frac{y}{x} + xy' \cos \frac{y}{x} = 0$

c) $x^3y' + (2 - 3x^2)y = x^3$ d) $y'' - 2y' + 5y = -4e^x \cos 2x$

5) Gegeben ist die Integralgleichung

$$y(x) = a + \int_b^x (ty^2(t) - y(t)) dt \quad . \quad (*)$$

a) Geben Sie ein zu (*) äquivalentes Anfangswertproblem an, und lösen Sie dieses für $a = \frac{1}{2}$ und $b = 1$.

b) Rechnen Sie nach, daß die in a) gefundene Funktion $y(x)$ tatsächlich die Integralgleichung (*) im Fall $a = \frac{1}{2}$ und $b = 1$ löst.

c) Gibt es Lösungen von (*) bzw. des entsprechenden Anfangswertproblems im Fall $a = b = 0$? Geben Sie gegebenenfalls alle Lösungen an.

