

1. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 Es seien A, B und C mathematische Aussagen. Untersuche den Wahrheitswert folgender Aussagen D_i für $i \in \{1, \dots, 5\}$ definiert durch

$$D_1 : A \wedge (B \vee \neg C)$$

$$D_2 : \neg B \wedge C$$

$$D_3 : A \wedge (B \vee \neg C) \implies \neg B \wedge C$$

$$D_4 : A \wedge (B \vee \neg C) \iff \neg B \wedge C$$

$$D_5 : \neg B \wedge C \implies A \wedge (B \vee \neg C)$$

in Abhängigkeit der Gültigkeit oder Nichtgültigkeit der Aussagen A, B und C .

Aufgabe 2 Zeige:

- a) $\sqrt{13}$ ist irrational.
- b) $\sqrt{7225}$ ist natürlich.

Aufgabe 3 In einem Wasserbehälter münden 2 Röhren. Die erste allein würde den Behälter in 10 Minuten, die zweite allein in 15 Minuten füllen.

In welcher Zeit würde der Behälter gefüllt, wenn beide Röhren zugleich benutzt werden?

Aufgabe 4 Bilde die Negation der folgenden Aussage und überprüfe den Wahrheitsgehalt (mit Begründung oder Gegenbeispiel) von dieser und deren Negation:

$$\forall n \in \mathbb{N} \forall m \in \mathbb{N} : (\exists k \in \mathbb{N} : n = m \cdot k) \vee (n < m)$$

Aufgabe 5 Ein Astronaut mit der Masse 75 kg verläßt bei einem Kopplungsmanöver sein Raumschiff und erteilt sich beim Abstoßen die Geschwindigkeit von $0,20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gegenüber dem Raumschiff. Um seine Bewegung wieder abzubremsen, verwendet er eine Pistole, aus der pro Sekunde $0,30 \text{ kg}$ Gas mit der Geschwindigkeit $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ausströmt. (Der Massenverlust, den der Astronaut mit seiner Pistole durch das ausströmende Gas erfährt, soll vernachlässigt werden.)

Wie lange muß er die Pistole betätigen? Welche Kraft wirkt dabei auf den Astronauten?

Aufgabe T1 Negiere die folgenden Aussagen und gib den Wahrheitswert der Aussage und deren Negation an und formalisiere Aussage und Negation mit Symbolen der Mengenlehre und Aussagenlogik der Symbole $\forall$ und $\exists$:

- a) Jede nichtnegative reelle Zahl ist positiv.
- b) Es gibt keine reelle Zahl, die zugleich positiv und negativ ist.
- c) Es gibt keine reelle Zahl, die weder positiv noch negativ ist.

Aufgabe T2 Andrea, Bernhard, Christine, David und Erwin sind zusammen genau so alt wie die Universität Karlsruhe, und zwar genau 177 Jahre. Erwin, der genau so alt ist wie Andrea, Bernhard und Christine zusammen, ist am ältesten. Andrea, die heute doppelt so alt ist wie Bernhard, wird in 11 Jahren nur noch eineinhalb mal so alt sein. Christine ist älter als Andrea und zwar genau um so viele Jahre wie Bernhard erst in 2 Jahren alt sein wird. In 23 Jahren hingegen, also zum 200. Jahrestag der Universität Karlsruhe, werden nur noch Andrea, David und Erwin zusammen genauso alt sein. Alle zusammen werden nun sogar um ein Jahr älter sein als Erwin und die Universität es zusammen sind.

Wie alt sind dann eigentlich Andrea, Bernhard, Christine, David und Erwin jeweils heute?

Aufgabe T3 Gib zu allen einstelligen und zweistelligen logischen Funktionen die Wahrheitstabelle an und überlege jeweils, ob eine umgangssprachliche Bezeichnung für die logische Funktion existiert. Beispiel:

A	B	$f(A, B)$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$f(A, B)$ gilt genau dann, "wenn sowohl A als auch B gelten".

Aufgabe T4 Auf einen stehenden Zug aus fünf zusammenhängenden Wagen mit je 20t fährt ein gleich schwerer Wagen mit einer Geschwindigkeit von $7,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf, so daß die automatische Kupplung einrastet.

Mit welcher Geschwindigkeit rollt der zusammenhängende Zug weg, wenn die Bremsen nicht gezogen sind?

Aufgabe T5 Zeige mittels einer Wahrheitstafel, dass für Aussagen A , B und C gilt:

$$A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C).$$

Hinweis. Die mit **T** gekennzeichneten Aufgaben sind für die Tutorien gedacht.