UNIVERSITÄT KARLSRUHE
MATHEMATISCHES INSTITUT I
Dr. O. Knab
J. Bitzer

WS 2003/2004
23.12.2003

11. Übungsblatt – Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

1) a) Zeigen Sie, dass das Polynom

$$f(x) = x^3 - x^2 - x - 1$$

genau eine reelle Nullstelle ξ hat.

b) Geben Sie ein Iterationsvervahren zur Berechnung von ξ an, und schätzen Sie den Fehler ab.

2) Gegeben ist die Gleichung $\quad x = e^{-x}$.

a) Zeigen Sie, dass genau ein $x^* \in \mathbb{R}$ existiert, das diese Gleichung erfüllt und dass gilt $0 < x^* < 1$.

b) Wenden Sie zur Berechnung von x^* das Newtonverfahren auf $f(x) = (x - e^{-x})^2$ mit $x \in [0, 2]$ an. Führen Sie ausgehend vom Startwert $x_0 = 0$ zwei Iterationsschritte durch.

c) Konvergiert das Newtonverfahren für $x_0 = 0$?

3) Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\displaystyle\int (1+x)^4 \, dx$ **b)** $\displaystyle\int \frac{1}{(4x-1)^3} \, dx$ **c)** $\displaystyle\int \frac{2x+1}{x^2(x+1)^2} \, dx$

d) $\displaystyle\int \arctan x \, dx$ e) $\displaystyle\int x^2 \sin x \, dx$ **f)** $\displaystyle\int \frac{x}{4x^2-8} \, dx$

g) $\displaystyle\int \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1} \, dx$ **h)** $\displaystyle\int \cos(\ln x) \, dx$ i) $\displaystyle\int \frac{x - \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}} \, dx$

j) $\displaystyle\int \frac{\cosh^5 x - \cosh^2 x - 7}{\cosh^4 x} \sinh x \, dx$

4) Berechnen Sie geometrisch $\int_{-3}^{4} \Big||x| - 2\Big| dx$.

5) Berechnen Sie jeweils den Wert des Integrals.

a) $\int_0^1 (1+2x)^3\, dx$ b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{9-4x^2}}\, dx$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x \cos x\, dx$ d) $\int_0^{\frac{a}{2}} \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}\, dx$

e) $\int_{(k-1)\pi}^{k\pi} |\sin x|\, dx \quad (k \in \mathbb{Z})$ **f)** $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{t}(1+\sqrt{t})}\, dt$

6) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mittels Riemannscher Zwischensummen.

a) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n-1} \frac{n}{n^2+k^2}$ b) $\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$

7) Berechnen Sie (mit Hilfe von Ober– oder Untersummen) das Integral $\int_0^1 e^x\, dx$.

Wir wünschen Ihnen
ein frohes Weihnachtsfest
und einen
guten Rutsch ins neue Jahr