

16. Übungsblatt – Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen  
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

1) Skizzieren Sie folgende Kurven in der  $xy$ -Ebene, und berechnen Sie ihre Längen.

- a)  $f(x) = |x|$ ,  $x \in [-1, 1]$   
b)  $(x, y) = (\sin^3 \frac{t}{3} \cos t, \sin^3 \frac{t}{3} \sin t)$ ,  $t \in [0, 6\pi]$   
c)  $\vec{x}(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)^T$ ,  $t \in [0, 2\pi]$   
d)  $r(\varphi) = a\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $a > 0$   
Hinweis:  $r, \varphi$  sind Polarkoordinaten in der  $xy$ -Ebene.

2) Für die Raumkurve

$$\vec{x}(t) = (\text{Arcsin } t, t, \sqrt{1-t^2})^T \quad (-1 \leq t \leq 1)$$

berechne man

- a) eine Parameterdarstellung der Tangente in einem Kurvenpunkt  $\vec{x}(t_0)$ ,  
b) die Parametrisierung nach der Bogenlänge,  
c) eine Darstellung  $\vec{t}(s)$  des Tangentenvektors in Abhängigkeit von der Bogenlänge.

3) Parametrisieren Sie die durch

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad , \quad x + z = 1$$

gegebene Kurve  $K$  nach der Bogenlänge, und bestimmen Sie in jedem Kurvenpunkt den Tangentenvektor, einen Normalenvektor und die Krümmung. Was für eine Kurve ist  $K$ ?

4) Eine Parametrisierung einer *Kardioide*  $K$  ist gegeben durch

$$\vec{x}: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{pmatrix} (1 + \cos t) \cos t \\ (1 + \cos t) \sin t \end{pmatrix}$$

- a) Parametrisieren Sie  $K$  nach der Bogenlänge.  
b) Bestimmen Sie die Länge von  $K$ .  
c) Skizzieren Sie  $K$ .  
d) Welche Art von Singularitäten hat  $K$ ?  
e) Berechnen Sie den Flächeninhalt des von  $K$  berandeten Bereichs.

