

Lösung zu Aufgabe T1

- (a) Zuerst stellen wir die Wahrheitstafeln für die Ausdrücke der 1. und 2. Spalte auf und vergleichen die Ergebnisse.

Wahrheitstabelle 1.Spalte:

A	B	$A + B$	AB	$\overline{A + B}$	\overline{AB}
0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0

Wahrheitstabelle 1.Spalte:

A	B	$\overline{\overline{A + B}}$	$\overline{\overline{AB}}$	$\overline{A + B}$	\overline{AB}
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

Vergleich der beiden Wahrheitstabellen liefert die folgenden Zusammenhänge

$$A + B = \overline{\overline{A} \overline{B}}, \quad (5)$$

$$AB = \overline{\overline{A + B}}, \quad (6)$$

$$\overline{A + B} = \overline{AB}, \quad (7)$$

$$\overline{\overline{A} \overline{B}} = \overline{A + B}. \quad (8)$$

- (b) Wahrheitstabelle für die beschriebene Verknüpfung $Z = f(A, B, C)$:

A	B	C	Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$$\Rightarrow Z = \overline{A} \overline{B} \overline{C} + \overline{A} B \overline{C} + \overline{A} \overline{B} C.$$

Die logische Verknüpfung heißt Exklusiv-ODER.

Lösung zu Aufgabe T2 Wir betrachten die logische Verknüpfung

$$f(A, B, C) = \overline{B} + \overline{A} \overline{C}. \quad (9)$$

Vergleiche Ergebnis von Aufgabe H 2. Anwendung von der Regel aus Gleichung (5) liefert das gewünschte Ergebnis. Wir haben dann

$$f(A, B, C) = \overline{\overline{\overline{B} + \overline{A} \overline{C}}}. \quad (10)$$

Lösung zu Aufgabe T3 Zur Lösung der Aufgabe benutzen wir die De Morganschen Regeln aus Aufgabe T1 (a):

$$A + B = \overline{\overline{A} \overline{B}}, \quad (11)$$

$$AB = \overline{\overline{A} + \overline{B}}, \quad (12)$$

$$\overline{A} + \overline{B} = \overline{AB}, \quad (13)$$

$$\overline{\overline{A} \overline{B}} = \overline{\overline{A} + \overline{B}}. \quad (14)$$

- (a) Zuerst betrachten wir die Gleichung $Z_1 = (\overline{AB} + \overline{A\overline{B}})C + AB$. Anwendung von Gleichung (12) auf die Termine \overline{AB} und $\overline{A\overline{B}}$ liefert

$$Z_1 = (\overline{\overline{A} + \overline{B}} + \overline{\overline{A} + \overline{B}})C + \overline{\overline{A} + \overline{B}}. \quad (15)$$

Nochmalige Anwendung von Gleichung (12) auf $(\overline{\overline{A} + \overline{B}} + \overline{\overline{A} + \overline{B}})C$ liefert das Ergebnis

$$Z_1 = \overline{\overline{\overline{\overline{A} + \overline{B}} + \overline{\overline{A} + \overline{B}}}} + \overline{\overline{A} + \overline{B}}. \quad (16)$$

Anwendung von Gleichung (12) auf $Z_2 = AB + AC + BC$ liefert sofort das Ergebnis

$$Z_2 = \overline{\overline{A} + \overline{B}} + \overline{\overline{A} + \overline{C}} + \overline{\overline{B} + \overline{C}}. \quad (17)$$

- (b) Wir betrachten wieder die Gleichung $Z_1 = (\overline{AB} + \overline{A\overline{B}})C + AB$ und wenden diesmal die Gleichung (11) auf den Term $(\overline{AB} + \overline{A\overline{B}})$ an. Daraus folgt dann

$$Z_1 = \overline{\overline{\overline{\overline{AB} \overline{A\overline{B}}}}}C + AB. \quad (18)$$

Nochmalige Anwendung von Gleichung (11) liefert dann das Ergebnis

$$Z_1 = \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{AB} \overline{A\overline{B}}}}}}}C \overline{AB}. \quad (19)$$

Für die Gleichung $Z_2 = AB + AC + BC$ erhält man wiederum durch Anwendung von (11) auf die ersten zwei Terme

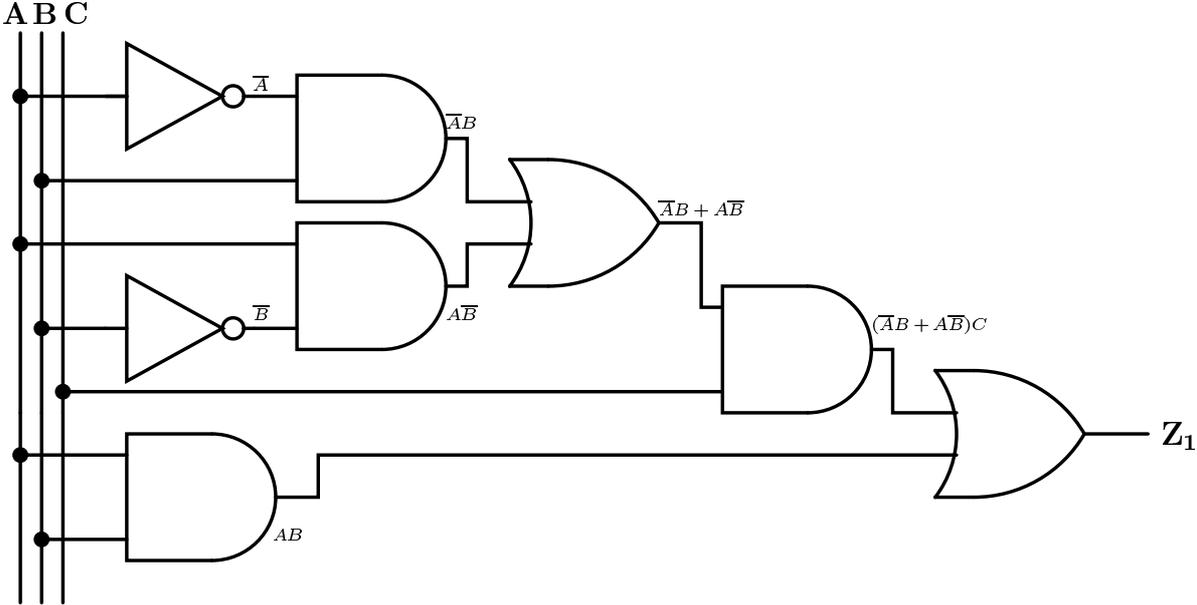
$$Z_2 = \overline{\overline{AB} \overline{AC}} + BC. \quad (20)$$

Nochmalige Anwendung von (11) liefert das Ergebnis.

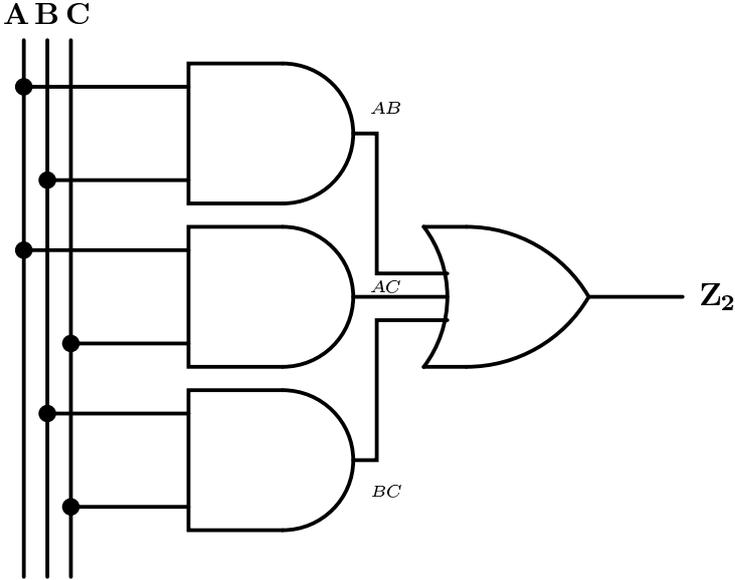
$$Z_2 = \overline{\overline{\overline{\overline{\overline{\overline{AB} \overline{AC}}}}}BC} = \overline{\overline{AB} \overline{AC} \overline{BC}}. \quad (21)$$

Lösung zu Aufgabe T4

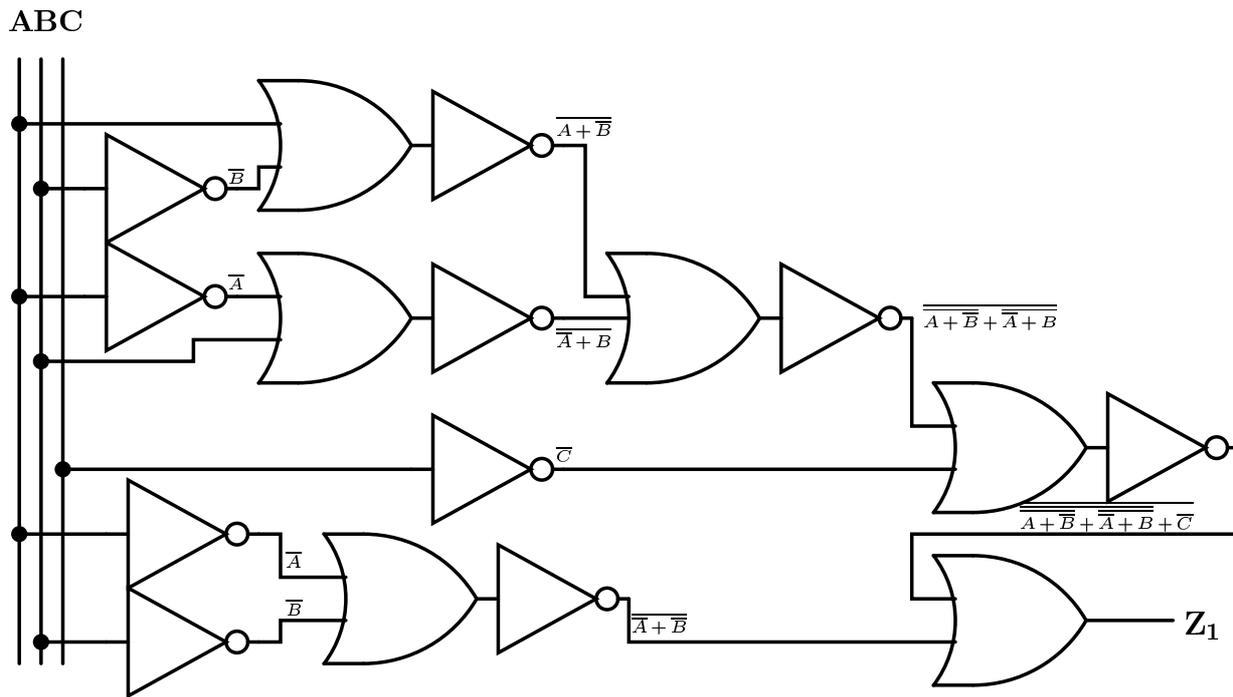
(a) (i) $Z_1 = (\bar{A}B + A\bar{B})C + AB$



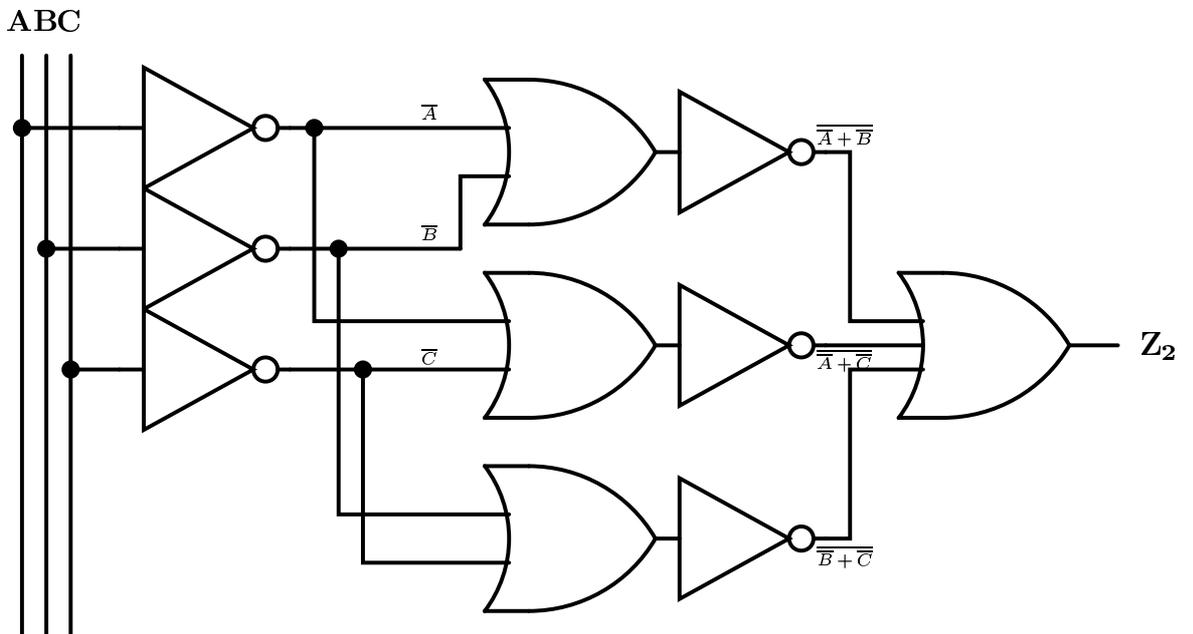
(ii) $Z_2 = AB + AC + BC$



(b) (i) $Z_1 = \overline{\overline{\overline{A + \overline{B}} + \overline{\overline{A} + B} + \overline{C}} + \overline{\overline{A} + \overline{B}}}$

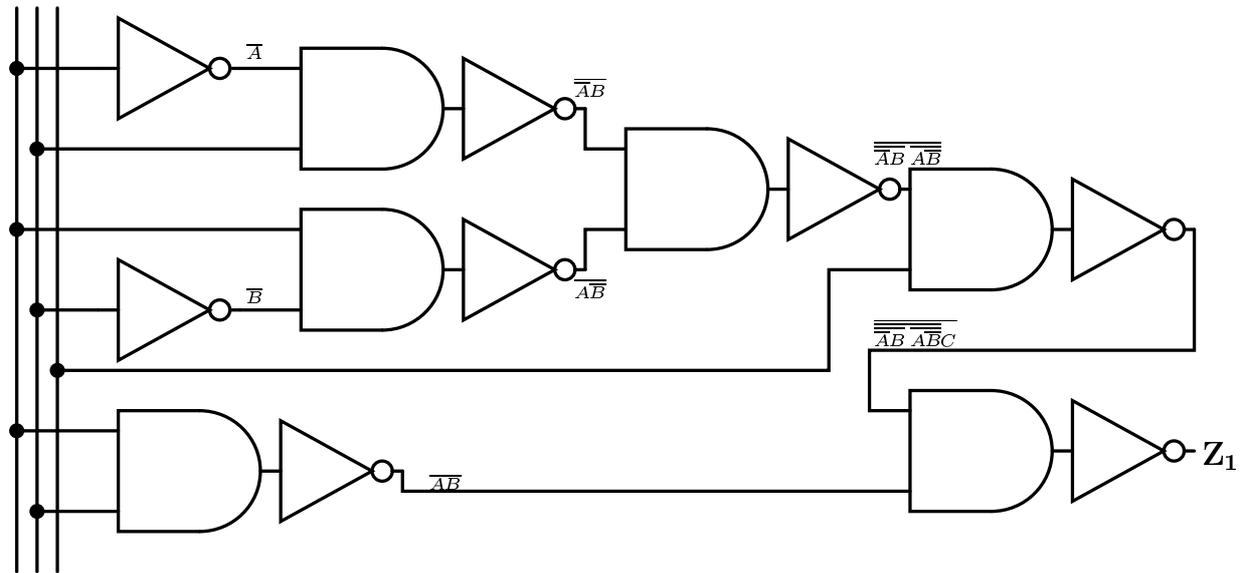


(ii) $Z_2 = \overline{\overline{A} + \overline{B}} + \overline{\overline{A} + \overline{C}} + \overline{\overline{B} + \overline{C}}$



(iii) $Z_1 = \overline{\overline{\overline{AB} \overline{AB}} C \overline{AB}}$

ABC



(iv) $Z_2 = \overline{\overline{AB} \overline{AC} \overline{BC}}$

ABC

