UNIVERSITÄT KARLSRUHE
Institut für Analysis
Dr. A. Müller-Rettkowski
Dr. A. Melcher

WS 2006/2007
27. November 2006

6. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe H1

(a) Im $\mathbb{R}^n$ seien die orthogonalen Vektoren $\vec{v}_j,\ j = 1, 2, \ldots, n$ gegeben. Weiter sei $\vec{x} = \sum_{j=1}^{n} a_j \vec{v}_j$. Man bestimme die $a_j \in \mathbb{R}$. Wie ändern sich die a_j, wenn die Vektoren $\vec{v}_j$ orthonormal sind ?

(b) Es seien $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\vec{x} = \begin{pmatrix} 10 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix} = \sum_{j=1}^{3} a_j \vec{v}_j$. Sind die Vektoren $\vec{v}_j,\ j = 1, 2, 3$ orthogonal ? Weiter bestimme man die $a_j \in \mathbb{R}$.

Aufgabe H2

(a) Gegeben sind die Vektoren $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 9 \\ 13 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\vec{c}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{c}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, daß die Ebenen $E_1 : \vec{x} = \vec{a}_1 + \lambda \vec{b}_1 + \mu \vec{c}_1$ und $E_2 : \vec{x} = \vec{a}_2 + \sigma \vec{b}_2 + \tau \vec{c}_2$ parallel sind und bestimmen Sie den Abstand.

(b) Die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ spannen die Ebenen E_1 und E_2 durch den Nullpunkt auf. Man bestimme eine Parameterdarstellung der Schnittgeraden dieser beiden Ebenen.

Aufgabe H3

Man bestimme den Grenzwert der Folgen, falls er existiert !

(a) $a_n = \dfrac{3n^2 - 5n}{5n^2 + 2n - 6}$, (b) $b_n = \dfrac{3n^2 + 4n}{2n - 1}$, (c) $c_n = \dfrac{2n^5 - 4n^2}{3n^7 + n^3 - 10}$,

(d) $d_n = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{k}{n^2}$, (e) $e_n = (\sqrt{(a+n)(b+n} - \sqrt{(a-n)(b-n)})$, (f) $f_n = \left(1 - \dfrac{1}{n}\right)^n$.

Aufgabe T1

(a) Man wähle die $\alpha \in \mathbb{R}$ so, daß die beiden Ebenen $E_1 : x + 2y - z + 4 = 0,\ E_2 = 2x - y + \alpha z - 1 = 0$ aufeinander senkrecht stehen.

— bitte wenden —

(b) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a}_0 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{b}_0 = \begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$ und $\vec{u} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}4\\0\\5\end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix}11\\7\\2\end{pmatrix}$. Man bestimme die Zahlen $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ so, daß die Punkte $A,\ B,\ C$ mit den Ortvektoren $\vec{a} = \alpha\vec{a}_0$, $\vec{b} = \beta\vec{b}_0$ und $\vec{c} = \gamma(\vec{a}_0 \times \vec{b}_0)$ ein räumliches Dreieck Δ aufspannen, welches von der Geraden $g : \vec{x} = \vec{u} + t\vec{v}$ im Schwerpunkt S orthogonal durchstoßen wird.

Aufgabe T2 g sei die Schnittgerade der beiden Ebenen $E_1 : x + y + z + 1 = 0$ und $E_2 = 2x + y + 3z - 2 = 0$. g' sei die senkrechte Projektion von g auf die Ebene $E_3 = x - y + z - 1 = 0$. E sei die Ebene die g und g' enthält.

(a) Man gebe die Gleichung von g in Parameterform an.

(b) Man gebe die Gleichung von E in Normalform an.

(c) Man gebe die Gleichung von g' in Parameterform an.

Aufgabe T3 Man bestimme die Grenzwerte der Folgen, falls existent.

(a) $a_n = (1 + n + n^2)^{\frac{1}{n}}$, (b) $b_n = 2^{-\frac{1}{\sqrt{n}}}$, (c) $c_n = \dfrac{1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^5}{1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)}$,

(d) $d_n = \dfrac{\sum_{k=1}^{2n}(-1)^k k}{\sqrt{n^2+1}}$, (e) $e_n = \left(\dfrac{2n-3}{3n+7}\right)^4$, (f) $f_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$.

Hinweis: Die Aufgaben H1-H3 werden in der Hörsaalübung und die Aufgaben T1-T3 in den Tutorien besprochen.

Informationen zur 1. Übungsklausur: Die Klausur findet am **Samstag, den 09.12.2006 von 08.00-10.Uhr** statt.

Hörsaalverteilung:

Fachrichtung	Anfangsbuchstabe Nachname	Hörsaal
Physik/Chemie	(A-J)	HMU
Physik/Chemie	(K-Z)	HM0
ETEC/Geodäsie	(A-0)	Gerthsen
ETEC/Geodäsie	(P-Z)	HS 37

Die Klausuren können ab Dienstag, den 19.12.2006 im Sekretariat (Zi.312) abgeholt werden. Am Mittwoch, den 20.12.2006 findet von 13.15-13.45 Uhr im S 31 eine Meckerstunde statt.

Hinweise: Zu den Klausuren mitzubringen sind Studienausweis und Schreibgerät; Papier wird gestellt.

Zulässige Hilfsmittel sind alle Arten mathematischer Literatur und geheftete Blätter (z. B. Mitschriften, Übungsbltter, alte Klausuren). Nicht zugelassen sind einzelne Blätter und elektronische Hilfsmittel (z.B. Laptops,Taschenrechner,Mobiltelephone,...).