

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

14. Übungsblatt

Aufgabe 1

- a) Begründen Sie, dass die folgenden Funktionen konstant sind, und bestimmen Sie die jeweilige Konstante.
- i) $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \arctan(x) + \arctan(x^{-1})$
ii) $g: [0, \pi/2] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \arcsin(\cos x) - \arccos(\sin x)$
- b) Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Funktion $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ und entscheiden Sie, welche der beiden Zahlen e^π, π^e die größere ist.

Aufgabe 2

Für eine physikalische Größe werden bei n Messungen die Messwerte a_1, \dots, a_n bestimmt. Als Messergebnis gibt man dann die Zahl a an, die durch

$$f(a) = \min\{f(x) : x \in \mathbb{R}\} \quad \text{mit} \quad f(x) := \sum_{k=1}^n (x - a_k)^2$$

definiert wird (*Methode der kleinsten Quadrate*). Berechnen Sie a .

Aufgabe 3

Untersuchen Sie jeweils, ob die Regeln von de l'Hospital anwendbar sind, und berechnen Sie den Grenzwert, falls er existiert.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos(1/x)}{\sin x}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(\cos x)}$ c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x}$ d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sinh x}{\cosh x}$

Aufgabe 4

- a) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_4(f; 0)$ von $f: x \mapsto \ln(1+x)$ und zeigen Sie

$$0 \leq \ln(1+x) - T_4(f; 0)(x) \leq \frac{1}{5} x^5 \quad \text{für alle } x \geq 0.$$

- b) Bestimmen Sie Zahlen $a, b, c \in \mathbb{R}$ mit

$$|\ln(2+x) - a - bx| \leq cx^2 \quad \text{für alle } x \in [-1, 1].$$

- c) Approximieren Sie $f(x) := e^{-x} + \frac{1}{1+x}$ durch das Taylorpolynom $T_2(f; \frac{1}{2})$ und geben Sie eine Konstante $C > 0$ so an, dass für alle $x \in [0, 1]$ gilt:

$$|f(x) - T_2(f; \frac{1}{2})(x)| \leq C \left|x - \frac{1}{2}\right|^3.$$

Aufgabe 5

- a) Zeigen Sie, dass für alle $|x| < 1$ gilt

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}.$$

- b) Bestimmen Sie durch gliedweises Differenzieren den Wert der Potenzreihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n^2 - n} \quad \text{für } |x| < 1.$$

Hinweis: Die Funktion $g: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $y \mapsto y \ln y - y$, ist differenzierbar mit $g'(y) = \ln y$ für jedes $y > 0$.

- c) Die Funktion $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(x) := \ln(1 - x^2)$. Berechnen Sie $f^{(20)}(0)$ sowie $f^{(31)}(0)$.

Aufgabe 6

Gesucht ist eine differenzierbare Funktion $y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$\begin{aligned} y'(x) &= xy(x) && \text{für alle } x \in \mathbb{R} \text{ und} \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie eine solche Funktion, indem Sie den Ansatz machen, y lasse sich als Potenzreihe mit Entwicklungspunkt 0 und Konvergenzradius ∞ darstellen.

ZUSÄTZLICHE VORLESUNGEN:

Am Mittwoch, den 01.02., von 15:45 - 17:15 Uhr im Benz-Hörsaal und am Mittwoch, den 08.02., von 15:45 - 17:15 Uhr im Fasanengarten-Hörsaal finden zusätzliche Vorlesungen statt als Ersatz für die wegen Feiertag und Krankheit ausgefallenen Veranstaltungen.



MINT-Kolleg Baden-Württemberg

Aufbaukurse Höhere Mathematik in der vorlesungsfreien Zeit

für die Fachrichtungen Elektro- und Informationstechnik,
Physik, Chemie- und Biowissenschaften, Geodäsie u. ä.

Die Aufbaukurse des MINT-Kollegs bieten Ihnen die Möglichkeit, persönliche inhaltliche Probleme der Vorlesung **Höhere Mathematik I** aufzuarbeiten und Grundlagen zu festigen, die für das Verständnis der Vorlesung **Höhere Mathematik II** benötigt werden. Die Kurse finden in kleinen Gruppen mit maximal 30 Teilnehmern statt und ermöglichen die Behandlung individueller Fragen mit dem Schwerpunkt **Übungsaufgaben**. Themen sind u. a.: Grundlegende Rechentechiniken, Folgen und Reihen, Differenzial- und Integralrechnung, Vektoren, Matrizen und Determinanten, Gleichungssysteme.

Das MINT-Kolleg bietet zwei **4-wöchige Kurse**, die sich explizit an *Studierende der oben genannten Fachrichtungen* wenden, im Zeitraum **13.03. - 05.04.2012** an:

Kurs Mathematik C1

Zeit: Mittwochs, donnerstags und freitags
09:45 - 13:00 Uhr

Ort: Raum 01, Kapellenstraße 17

Kurs Mathematik C2

Zeit: Mittwochs, donnerstags und freitags
14:00 - 17:15 Uhr

Ort: Raum 02, Kapellenstraße 17

Zwei weitere, **7-wöchige Kurse**, die sich an *Studierende aller Fachrichtungen* wenden, werden im Zeitraum **22.02. - 05.04.2012** angeboten:

Kurs Mathematik A

Zeit: Montag und Dienstag
09:45 - 13:00 Uhr

Ort: Raum 01, Kapellenstraße 17

Kurs Mathematik B

Zeit: Donnerstag und Freitag
14:00 - 17:15 Uhr

Ort: Raum 01, Kapellenstraße 17

Das **Anmeldeformular** und weitere Informationen finden Sie unter:

<http://www.mint-kolleg.kit.edu/teilnahme.php>

Das Kursangebot richtet sich nach der Teilnehmerzahl. Die Anmeldung kann bis 1 Stunde vor Beginn des jeweiligen Kurses erfolgen.