

**Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
 Elektrotechnik und Informationstechnik
 15. Übungsblatt**

Aufgabe 1

Bestimmen Sie folgende Integrale.

- a) $\int_0^1 (1 + 2x)^3 dx$ b) $\int_{-2}^2 |x - 1| dx$ c) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} e^x \cos x dx$
 d) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{9 - 4x^2}} dx$ e) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{t}(1 + \sqrt{t})} dt$ f) $\int_1^e x \ln x dx$
 g) $\int_{(k-1)\pi}^{k\pi} |\sin x| dx$ ($k \in \mathbb{Z}$) h) $\int_0^1 x e^{2x^2} \sin(e^{x^2}) dx$ i) $\int_1^4 \arctan \sqrt{\sqrt{x} - 1} dx$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die unbestimmten Integrale.

- a) $\int \arcsin x dx$ b) $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx$ c) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x}} dx$

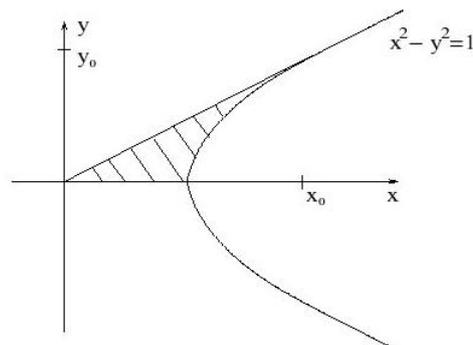
Aufgabe 3

- a) Seien $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \int_0^{\sin x} \sin(e^t) dt$ und $G: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \int_x^{\sin x} \sin(e^t) dt$. Begründen Sie, dass sowohl F als auch G auf \mathbb{R} differenzierbar sind, und bestimmen Sie $F'(x)$ bzw. $G'(x)$ für jedes $x \in \mathbb{R}$.
 b) Ermitteln Sie alle lokalen Extremstellen der Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \int_0^x (1 + 4t)e^{t^2} dt + xe^{x^2}.$$

Aufgabe 4

Der Schnittpunkt der skizzierten Geraden mit der Hyperbel $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 = 1\}$ sei (x_0, y_0) . Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt der schraffierten Fläche gleich $\frac{1}{2} \text{Arcosh}(x_0)$ ist.



Hinweis: Verwenden Sie $\text{Arcosh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$ für $x > 1$.

Aufgabe 5

Prüfen Sie, ob die Folge

$$\left(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[n]{e^{-k}} \right)_{n \in \mathbb{N}}$$

konvergiert, und berechnen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

Hinweis: Man kann die Summe als Riemannsche Summe auffassen.

Aufgabe 6

a) Untersuchen Sie das uneigentliche Integral

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x (\ln x)^2} dx$$

auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls seinen Wert.

b) Untersuchen Sie folgende uneigentliche Integrale auf Konvergenz.

i) $\int_0^1 \frac{1}{2\sqrt{x} - x^2} dx$

ii) $\int_{-\infty}^3 \frac{e^{2x}}{1 + e^x} dx$

Viel Erfolg bei der Klausur und danach schöne Semesterferien!

ZUSÄTZLICHE VORLESUNG:

Am Mittwoch, den 08.02., findet von 15:45 - 17:15 Uhr im Fasanengarten-Hörsaal eine zusätzliche Vorlesung statt.

Sprechstunde der Tutoren:

Am Dienstag, den 06.03.2012, findet von 14:00 bis 15:30 Uhr in 1C-04 (Allianz-Gebäude) eine Sprechstunde der Tutoren zur Beantwortung von Fragen zu Themen aus der HM I statt.

Die **Klausur zu HM I** findet am Montag, den 12.03.2012, 08:00-10:00 Uhr statt.

Zur Teilnahme ist eine Anmeldung erforderlich, welche über das KIT-Studierendenportal vorgenommen werden kann.

!!! Anmeldeschluss ist Freitag, der 10.02.2012 !!!