

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

4. Übungsblatt

Aufgabe 1: Bestimmen Sie jeweils alle Häufungspunkte von $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und geben Sie $\liminf_{n \rightarrow \infty}(a_n)$ und $\limsup_{n \rightarrow \infty}(a_n)$ an.

$$(i) \ a_n = n^{n(-1)^n} \qquad (ii) \ a_n = \begin{cases} 1 + 1/2^n, & n = 3k \text{ für ein } k \in \mathbb{N} \\ 2, & n = 3k - 1 \text{ für ein } k \in \mathbb{N} \\ 2 + (n + 1)/n, & n = 3k - 2 \text{ für ein } k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Aufgabe 2: Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ wird rekursiv definiert durch

$$a_1 := 1, \quad a_{n+1} = \frac{2 + 4a_n}{4 + 3a_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Konvergiert die Folge? Bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

Aufgabe 3: Untersuchen Sie jeweils $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

(a) $a_n = \frac{n^2 - 5n - 9}{1 + 2n^2 + 3n^3}$;

(b) $a_n = (-1)^n + 1/n$;

(c) $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3^n}$;

(d) $a_n = n - n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^5$;

(e) $a_n = \frac{a^n - a^{-n}}{a^n + a^{-n}}$ ($a > 0$ fest);

(f) $a_n = \sqrt{9n^2 + 2n + 1} - 3n$;

(g) $a_n = n^3 \left(\sqrt[3]{n^6 + 6n} - \sqrt[3]{n^6 + 6} \right)$.

Die Aufgaben werden in der Übung am 13.11.2015 besprochen.