Institut für Analysis
PD Dr. Peer Christian Kunstmann
Silvana Avramska-Lukarska

WS 2015/16
17.11.2015

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

5. Übungsblatt

Aufgabe 1: Untersuchen Sie $(s_n)_{n\in\mathbb{N}}$ auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

(i) $s_n = \sum_{k=0}^{n} \frac{k}{(k+1)!}$ (ii) $s_n = \sum_{m=0}^{n} \sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{m+k}$

Aufgabe 2: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n!}$ (ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{1+n^2} - n\right)$ (iii) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+(-1)^n}$

(iv) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$ (v) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)^{n^2}$

Aufgabe 3: Für $n \in \mathbb{N}$ sei $a_n := \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$.

(a) Beweisen Sie: Es gilt $a_n > 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$ und $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

(b) Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ divergent ist.

(c) Warum ist das Leibnizkriterium hier nicht anwendbar?

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass die Reihe

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}} + - \ldots$$

konvergiert, die daraus durch Umordnung entstehende Reihe

$$1 + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{9}} + \frac{1}{\sqrt{11}} - \frac{1}{\sqrt{6}} + + - \ldots$$

jedoch divergiert.

Die Aufgaben werden in der Übung am 20.11.2015 besprochen.