Institut für Analysis
PD Dr. Peer Christian Kunstmann
Silvana Avramska-Lukarska

WS 2015/16
26.1.2016

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

13. Übungsblatt

Aufgabe 1: Bestimmen Sie alle Lösungen $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ von

$$\begin{array}{rcrcrcrcrl} x_1 & - & 2\,x_2 & + & x_3 & - & x_4 & + & x_5 = & 0 \\ 4\,x_1 & - & 8\,x_2 & + & 3\,x_3 & - & 3\,x_4 & + & x_5 = & 2 \\ -2\,x_1 & + & 4\,x_2 & - & 2\,x_3 & - & x_4 & + & 4\,x_5 = & -3 \\ x_1 & - & 2\,x_2 & & & - & 3\,x_4 & + & 4\,x_5 = & -1 \end{array}$$

Aufgabe 2:

(a) Im $\mathbb{R}^4$ sind die Vektoren $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ gegeben. Zeigen Sie:

(i) Die Vektoren $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ und $\vec{v}_3$ sind linear abhängig.

(ii) Es gibt keine Zahlen $\alpha_1, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ mit $\vec{v}_2 = \alpha_1\vec{v}_1 + \alpha_3\vec{v}_3$.

(b) Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}$ so, dass die Vektoren $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ des $\mathbb{R}^3$ linear abhängig sind.

Aufgabe 3: Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 7 & 3 & 9 \\ 1 & 5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie Kern A und Bild A sowie Rang A.

Aufgabe 4: Die lineare Abbildung $\phi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ ist gegeben durch

$$\phi(\vec{e}_3) = 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2 + 5\vec{e}_3\,, \qquad \phi(\vec{e}_2 + \vec{e}_3) = \vec{e}_1\,, \qquad \phi(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3) = \vec{e}_2 - \vec{e}_3\,.$$

Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix von ϕ bezüglich der Standardbasis des $\mathbb{R}^3$.

Die Aufgaben werden in der Übung am 29.1.2016 besprochen.