

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung  
Elektrotechnik und Informationstechnik

3. Übungsblatt

**Aufgabe 1**

Zeigen Sie, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

a)  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2};$

b)  $\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2;$

c)  $\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!};$

d)  $6^n - 5n + 4$  ist durch 5 teilbar.

**Aufgabe 2**

a) Beweisen Sie die geometrische Summenformel: Für alle  $n \in \mathbb{N}$  und  $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$  gilt:

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{1 - q^n}{1 - q}.$$

b) Folgern Sie hieraus, dass für alle  $w, z \in \mathbb{C}$  und  $n \in \mathbb{N}$  gilt:

$$z^n - w^n = (z - w) \sum_{k=0}^{n-1} z^{n-1-k} w^k.$$

c) Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{i}{2}\right)^k.$$

**Aufgabe 3**

Sei  $n \in \mathbb{N}$ . Zeigen Sie, dass für alle  $x, y \in [0, \infty)$  gilt:

$$x \leq y \Leftrightarrow x^n \leq y^n.$$

**Aufgabe 4**

Es seien  $w, z \in \mathbb{C}$ . Beweisen Sie:  $|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2|z|^2 + 2|w|^2$ .  
Was bedeutet dies geometrisch?