

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung  
Elektrotechnik und Informationstechnik

6. Übungsblatt

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und berechnen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{3n-1}}{3^{2n+1}}$       b)  $\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \left(\frac{1}{2}\right)^{n+k}$       c)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$

Aufgabe 2

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[n]{n}}{n!}$       b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+4}{n^2-3n+1}$       c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)^n$   
d)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$       e)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+(-1)^n}$       f)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$

Aufgabe 3

Für  $n \in \mathbb{N}$  seien  $a_n := \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$  und  $b_n := \frac{\left(1 + \frac{1}{2}(-1)^n\right)^n}{n^2}$ .

a) Beweisen Sie: Es gilt  $a_n > 0$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  und  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

b) Zeigen Sie, dass die Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$  divergent ist.

c) Warum ist das Leibnizkriterium hier nicht anwendbar?

d) Was kann man mit dem Quotientenkriterium über die Konvergenz der Reihe  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  sagen? Und was liefert das Wurzelkriterium?

Aufgabe 4

Bestimmen Sie (gegebenenfalls in Abhängigkeit von den vorkommenden Parametern) die Zeilennormalform und den Rang der Matrizen und untersuchen Sie die Zeilen auf linear Unabhängigkeit.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & 4 & -5 \\ -2 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & \alpha & \beta \end{pmatrix}.$$

**Hinweis** In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die folgenden Aufgaben besprochen: **1a),1c), 2a),2d)2f), 3),und 4B)**. Die restlichen werden in den Tutorien behandelt.