

**Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik**
12. Übungsblatt

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

a) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$ b) $\int_0^{\infty} e^{sx} \cos(tx) dx \quad (s < 0, t \in \mathbb{R})$

Aufgabe 2

a) Untersuchen Sie die uneigentlichen Integrale auf Konvergenz.

i) $\int_{-1}^1 \ln|x| dx$ ii) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx$

iii) $\int_0^{\infty} e^{-t} \ln(1+t) dt$

b) Existieren die folgenden Grenzwerte?

i) $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{-\varepsilon} \ln|x| dx + \int_{\varepsilon}^1 \ln|x| dx \right)$ ii) $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left(\int_{-1}^{-\varepsilon} \frac{1}{x} dx + \int_{\varepsilon}^1 \frac{1}{x} dx \right)$

Aufgabe 3

Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume von $V := \{f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}\}$?

a) $\{f \in V \mid \exists C > 0 \forall x \in [-1, 1] : |f(x)| \leq C\}$ b) $\{f \in V \mid f(0) = 0\}$
c) $\{f \in V \mid f \text{ hat mind. eine Nullstelle}\}$ d) $\{f \in V \mid f \text{ ist surjektiv}\}$

Aufgabe 4

Es sei V ein \mathbb{K} -Vektorraum und V_1, V_2 seien Untervektorräume von V . Zeigen Sie:

- a) $V_1 \cap V_2$ ist ein Untervektorraum von V .
b) $V_1 \cup V_2$ ist im allgemeinen kein Untervektorraum von V .
c) $V_1 + V_2 := \{v_1 + v_2 \mid v_1 \in V_1, v_2 \in V_2\}$ ist ein Untervektorraum von V .