

15. Übungsblatt

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 a) Bestimmen Sie alle Funktionen φ , die folgender Gleichung genügen:

$$\varphi'(x) = \varphi(x) \cdot \sin x \quad \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

b) Geben Sie alle Funktionen $\varphi \in C^0[-1, +1]$ an, für die folgende Gleichung gilt:

$$\varphi(x) = \int_0^x \varphi(t) dt \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

Aufgabe 2 Berechnen Sie den Wert des Integrals

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin x + \cos x} dx,$$

indem Sie die Substitution $t = \tan(x/2)$ verwenden.

Aufgabe 3 Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale.

a) $\int^x \frac{t^5 + 5t^4 + t^3 - 13t^2 - t + 9}{t^3 + 2t^2 - t - 2} dt$	b) $\int^y \frac{1}{\sqrt{2t-1} - \sqrt[3]{2t-1}} dt$
c) $\int^x \frac{3e^{3s} + 2e^{2s} + 6e^s - 10}{2e^{3s} + 4e^{2s} + 10e^s} ds$	d) $\int^t \frac{3u - u^3 - 3}{(u^2 - 2u + 2)^2} du$

Aufgabe 4 Untersuchen Sie, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(n+3)e^{nx}$$

konvergiert. Bestimmen Sie für diese x den Wert der Reihe.

Aufgabe 5 Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz, und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Wert.

a) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$	b) $\int_0^{\infty} \frac{y \ln y}{\sinh y - y} dy$
c) $\int_0^{\infty} e^{sx} \cos(tx) dx \quad (s < 0, t \in \mathbb{R})$	d) $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{(2x-1)^2} dx$

Aufgabe 6 Bestimmen Sie sämtliche Stammfunktionen von

$$\frac{1}{x + \sqrt{x^2 + 2x + 2}}$$

Hinweis: Substituieren Sie zunächst $x = \sinh y - 1$.

Aufgabe 7 Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz, gegebenenfalls in Abhängigkeit vom Parameter a .

a) $\int_0^\infty e^{-t} \ln(1+t) dt$

b) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{\cosh x - 1}} dx$

c) $\int_0^1 (\ln x)^4 dx$

d) $\int_0^\infty \frac{t^a}{e^t - 1} dt$

Hinweise zur 2. Übungsklausur:

- Die korrigierten Übungsklausuren können ab 15.2. (Dienstag) im Sekretariat abgeholt werden.
- Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am 17.2. (Donnerstag) von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 möglich.

Hinweis In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die folgenden Aufgaben besprochen: **1, 3 a), 3 b), 4 und 6**. Der Rest wird in den Tutorien behandelt.