

2. Übungsklausur

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Betrachte die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die durch $f(x) = x^4 - x^3$ gegeben ist.

- Bestimme die Polstellen, untersuche auf Symmetrie und berechne $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- Bestimme die Nullstellen und untersuche auf Extrema. Welche Punkte sind das globale Minimum?
- Zeichne die Funktion für $x \in [-1, 2]$.
- Bestimme $\sup \{f(x) | x \in \mathbb{R}\}$ und $\inf \{f(x) | x \in \mathbb{R}\}$.
- Bestimme das Taylorpolynom $T_3(x, 0)$ dritten Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Wie lautet $T_7(x, 0)$?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- Gegeben sei die reellwertige Funktion $f(x) = \ln(1 + x^2)$.
 - Bestimme die Taylorreihe von $f(x)$ zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.
Hinweis: Verwende die bekannte Reihe von $y \rightarrow \ln(1 + y)$.
 - Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergiert die Taylorreihe?
 - Bestimme $f^{(531)}(0)$ und $f^{(532)}(0)$.
- Gegeben sei die reellwertige Funktion $f(x) = x^3 \ln(1 + x^2)$. Bestimme das Taylorpolynom $T_5(x, 0)$ fünften Grades zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

- Bestimme die folgenden Limits

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{\sin x},$ ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arctan x}{\sin(x^2)}.$

- Bestimme die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen

i) $\sum_{k=0}^{\infty} x^k,$ ii) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^k} x^k,$ iii) $\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{\arctan(k^4)}{2^k} \right) x^k.$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Bestimme eine Stammfunktion von $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$.

b) Bestimme den Limes: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x e^{-\cos(y^{17})} dy$.

Nach der Klausur: Die korrigierten Übungsklausuren können ab 11.02. (Dienstag) im Sekretariat abgeholt werden. Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am 13.02. (Donnerstag) von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S31 möglich.