

1. Übungsklausur
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 + 7x_3 &= 5 \\ -x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 &= 3\end{aligned}$$

b) Zeigen Sie

$$\sum_{k=0}^{n-1} (k^2 + 4k + 2)2^k = n^2 2^n$$

mittels vollständiger Induktion.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''' + 2y'' + y' = 0 .$$

b) Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der Differentialgleichung

$$y''' + 2y'' + y' = e^{-2t} .$$

c) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung aus b).

d) Wie lautet der Ansatz zur Bestimmung einer speziellen Lösung von

$$y''' + 2y'' + y' = (26t + 43)e^{-t} ?$$

e) Bestimmen Sie die Lösung der Differentialgleichung

$$y''' + 2y'' + y' = 0$$

mit $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ und $y''(0) = 0$.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sind die zwei Geraden

$$g_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ x \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \mid \lambda \in \mathbb{R} \right\}$$

und

$$g_2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \mid \mu \in \mathbb{R} \right\}.$$

- Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Ebene E , welche g_1 enthält und parallel zu g_2 ist.
- Bestimmen Sie die Hessesche Normalform dieser Ebene und den Abstand des Ursprungs von dieser Ebene.
- Berechnen Sie den Punkt P der Ebene mit minimalem Abstand zum Ursprung.
- Bestimmen Sie den Punkt Q auf g_1 , welcher minimalen Abstand zu $P = (1, 0, 0)$ hat.
- Betrachten Sie das Dreieck Δ mit den Eckpunkten $(1, 1, 0)$, $(1, 4, 4)$ und $(1, -3, 3)$. Bestimmen Sie den Flächeninhalt von Δ und den Innenwinkel bei $(1, 1, 0)$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- Bestimmen Sie die Lösungen $z_0, \dots, z_7 \in \mathbb{C}$ der Gleichung $z^8 = -16$.
- Zeichnen Sie diese in der komplexen Zahlenebene ein.
- Bestimmen Sie das Produkt $z_0 z_1 z_2 z_3 z_4 z_5 z_6 z_7$ der Lösungen.
- Erwin, Ulrike und Petra kaufen eine Tüte Gummibären. Würde Erwin diese alleine leer essen, so würde er 45 Minuten benötigen, Ulrike entsprechend 30 Minuten und Petra 60 Minuten.
Wie lange dauert es, bis die Drei gemeinsam die Tüte leer gegessen haben?

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, dem **20. Dezember 2005**, im Sekretariat (312) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am **21. Dezember 2005** von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Seminarraum S 31 möglich.