

Übungsklausur
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Skizzieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge

$$A := \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \mid \operatorname{Re}(z + 3i) < \operatorname{Im}(z) - 1 \text{ und } \frac{3\pi}{4} < \arg(z) < \pi \right\}.$$

- b) Geben Sie alle $z \in \mathbb{C}$ an, die gleichzeitig die beiden folgenden Gleichungen erfüllen:

$$\operatorname{Re}(z^2) = 2 \quad \text{und} \quad \operatorname{Im}(z^2) = -4 \operatorname{Im}(z).$$

Welche dieser Zahlen liegen in der Menge A ?

- c) Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\sum_{k=2}^{13} (1+i)^k.$$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass

$$2^{n-1} \leq n! \leq 2^{\frac{(n-1)n}{2}}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

- b) Untersuchen Sie jeweils die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

i) $a_n = \frac{\sqrt{n} + 1}{(3\sqrt[4]{n} + 4\sqrt[5]{n})^2};$

ii) $a_n = \sqrt[n]{2^n + n}.$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, in denen die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(n+1)2^{4n}}} (x+3)^n$$

konvergiert. Geben Sie alle $x \in \mathbb{R}$ an, in denen absolute Konvergenz vorliegt.

- b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} x^k.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} x^{3/2} e^{-1/x} & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x \leq 0. \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Menge D aller $x_0 \in \mathbb{R}$, in denen f differenzierbar ist, und berechnen Sie in diesen Stellen $f'(x_0)$.

Ist die Ableitung $f': D \rightarrow \mathbb{R}$ stetig? Begründen Sie Ihre Antwort.

- b) Ermitteln Sie den Wertebereich $f(\mathbb{R})$ von f .

Viel Erfolg!

Nach der Klausur: Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, den 09.02.2010, im Sekretariat (Zimmer 3B-02, Allianzgebäude 05.20) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Donnerstag, den 11.02.2010, von 13.15 Uhr bis 13.30 Uhr im Zimmer 3A-01 (Allianzgebäude 05.20) möglich.