	0 $0°$	$\frac{1}{6}\pi$ $30°$	$\frac{1}{4}\pi$ $45°$	$\frac{1}{3}\pi$ $60°$	$\frac{1}{2}\pi$ $90°$	$\frac{2}{3}\pi$ $120°$	$\frac{3}{4}\pi$ $135°$	$\frac{5}{6}\pi$ $150°$	π $180°$	$\frac{7}{6}\pi$ $210°$	$\frac{5}{4}\pi$ $225°$	$\frac{4}{3}\pi$ $240°$	$\frac{3}{2}\pi$ $270°$	$\frac{5}{3}\pi$ $300°$	$\frac{7}{4}\pi$ $315°$	$\frac{11}{6}\pi$ $330°$	2π $360°$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\cot x$	$\pm\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\pm\infty$

Additionstheoreme:

$\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$

$\sin(x\pm y)=\sin(x)\cdot\cos(y)\pm\cos(x)\cdot\sin(y)$

$\cos(x\pm y)=\cos(x)\cdot\cos(y)\mp\sin(x)\cdot\sin(y)$

$\sin(2x)=2\cdot\sin(x)\cdot\cos(x)$

$\cos(2x)=2\cdot\cos^2(x)-1$

$\sin^2(x)=\frac{1}{2}\cdot(1-\cos(2x))$

$\cos^2(x)=\frac{1}{2}\cdot(1+\cos(2x))$

$\sin(z)=\frac{1}{2i}(e^{iz}-e^{-iz})$

$\cos(z)=\frac{1}{2}(e^{iz}+e^{iz})$

$\cosh^2(x)-\sinh^2(x)=1$

$\cosh(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$

$\sinh(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$

$\cos(-x)=\cos(x)$

$\sin(-x)=-\sin(x)$

tan, cot wie sin

$z\in\mathbb{C}$ $\quad z=x+iy=r\cdot e^{i\varphi}$, $x,y\in\mathbb{R}$

$r=|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{z\cdot\bar{z}}$, $\varphi=\arctan\left(\frac{y}{x}\right)$

$\bar{z}=x-iy=r\cdot e^{-i\varphi}$, $\overline{z+w}=\bar{z}+\bar{w}$ | $\overline{zw}=\bar{z}\cdot\bar{w}$

$z\cdot\bar{z}=r^2=x^2+y^2=|z|^2$

$e^{i\varphi}=\cos\varphi+i\sin\varphi$

$F(x)$	$f(x)$
$x\cdot\ln(x)-x+C$	$\ln(x)$
$\ln(\ln(x))+C$	$\frac{1}{x\cdot\ln(x)}$
$\frac{2}{3}\sqrt{x^3}+C$	$\sqrt{x}$
$\frac{1}{2a}\cdot\ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)+C$	$\frac{1}{a^2-x^2}$
$\frac{1}{a}\cdot\arctan\left(\frac{x}{a}\right)$	$\frac{1}{a^2+x^2}$
$\frac{1}{n+1}\cdot(\ln(x))^{n+1}$	$\frac{(\ln(x))^n}{x}$

$f(x)$	$f'(x)$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\cot x$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\text{arccot}\, x$	$\frac{-1}{1+x^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\frac{1}{\cosh^2(x)}$
$\coth x$	$-\frac{1}{\sinh^2(x)}$

Injektivität: mit Monotonie
Surjektivität: Wertebereich mit Bild vergleichen

Partielle Integration:

$$\int f'g=fg-\int fg'$$

Mittelwertsatz:

$$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}\quad c\in(a,b)$$

Differenzenquotient:

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

Ableitung d. Umkehrfunkt.

$$g'(y)=\frac{1}{f'(g(y))}$$

für $f'(x)\neq 0$
wobei: $f^{-1}=g$

Potenzreihen:

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$

$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$

$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$

$\sinh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!} x^{2n+1}$

$\cosh x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n)!} x^{2n}$

$|x| \leq 1$
$\arctan x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$

$-1 < x \leq 1$
$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n$

$-1 \leq x < 1$
$\ln(1-x) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} x^n$

Konvergenzradius:

$R = \frac{1}{\limsup_{n\to\infty} (\sqrt[n]{|a_n|})}$

$R = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$

$|x-x_0| < R \rightarrow$ abs. konv.
$|x-x_0| > R \rightarrow$ div.
$|x-x_0| = R \rightarrow$ genauer prüfen

Uneigentliche Integrale

$\int_0^1 x^{-y} dx$ → konvergent für $y<1$

$\int_1^{\infty} x^{-y} dx$ → konvergent für $y>1$

$\int_0^{\infty} e^{-t} dt$ → konvergent für $t>0$

Reihen:

geo. Reihe: für $|x|<1$

$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ | $\sum_{n=0}^{k} x^n = \frac{1-x^{k+1}}{1-x}$

harm. Reihe: konvergent für $x>1$

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$

bin. Reihe: $|x| \leq 1, r>0$ o. $|x|<1, r<0$

$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{r}{n} x^n = (1+x)^r$

Taylorreihen:

$T_n(f,a)(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k$

$R_n(f,a)(x) = f(x) - T_n(f,a)(x)$

$R_n(f,a)(x) = f^{(n+1)}(c) \cdot \frac{1}{(n+1)!} \cdot (x-a)^{n+1}$
mit: $a < c < x$

Cauchy-Produkt:

a_n u. b_n a. konv. $\Downarrow$ C_n a. konv.

$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cdot \sum_{n=0}^{\infty} b_n = \sum_{n=0}^{\infty} c_n$

$c_n = \sum_{k=0}^{n} a_k \cdot b_{n-k}$

Konvergenzkriterien:

- Quotientenkriterium:

$R = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| \begin{cases} <1 \rightarrow \text{konv.} \\ >1 \rightarrow \text{div.} \end{cases}$

- Wurzelkriterium:

$R = \limsup_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} \begin{cases} <1 \rightarrow \text{konv.} \\ >1 \rightarrow \text{div.} \end{cases}$

- Leibnizkriterium:

$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \cdot a_k$ ist konvergent, wenn a_k eine positive monoton-fallende Nullfolge ist. (Oder a_k eine negative monotonsteigende Nullfolge ist)

Wichtige Grenzwerte
$(n\to\infty, a>0)$

$\sqrt[n]{a} \rightarrow 1$	$(1+\frac{1}{n})^n \rightarrow e$
$\sqrt[n]{n} \rightarrow 1$	$(1-\frac{1}{n})^n \rightarrow e^{-1}$
$\sqrt[n]{n!} \rightarrow \infty$	$(1+\frac{x}{n})^n \rightarrow e^x$
$\frac{n}{\sqrt[n]{n!}} \rightarrow e$	$(1-\frac{x}{n})^n \rightarrow e^{-x}$
$\frac{a^n}{n!} \rightarrow 0$	$\frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty$

Ableitung von Potenzreihen:

$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-x_0)^n$

$f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n (x-x_0)^{n-1}$

$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$ | $\log_a(x) = \frac{\ln x}{\ln a}$

$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k, n \in \mathbb{N}$

$(a^n - b^n) = (a-b) \cdot \sum_{k=0}^{n-1} (a^{n-1-k} \cdot b^k)$

Bernoullische Ungleichung:

$(1+x)^n \geq 1 + nx$

$a^n \geq 1 + n \cdot (a-1)$

Dreiecksungleichung:

$||x|-|y|| \leq |x \pm y| \leq |x| + |y|$

Fixpunktkriterium:

für rekursive Folgen:
$a = a_{n+1}(a)$, jede monotone und beschränkte Folge ist konv.

$|a-b| \geq |a| - |b|$

$|a+b| \leq |a| + |b|$

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \leq \frac{1}{2}(a+b)$

$1+t \leq e^t$
$\Downarrow$
$\ln(1+t) \leq t$

Lineare Abbildung: $\varphi: V \to W$ $u, s, t \in K$

① $\varphi(u+s) = \varphi(u) + \varphi(s)$ ② $\varphi(tu) = \varphi(u) \cdot t$

Gram-Schmidt: Berechnung der ONB aus x, y, z. Für b_1 x auf 1 normieren. Für b_2: von y das $SP(y, b_1) \cdot b_1$ abziehen dann auf 1 normieren. Für b_3: die $SP(z, b_1) \cdot b_1$ und $SP(z, b_2) \cdot b_2$ von z abziehen. Danach normieren.

$(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$ $\quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

$\det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = aei + bfg + cdh - gec - hfa - idb$

$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = a \cdot d - b \cdot c$

$A^T = \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix}$	$A^* = \begin{pmatrix} \bar{a} & \bar{d} & \bar{g} \\ \bar{b} & \bar{e} & \bar{h} \\ \bar{c} & \bar{f} & \bar{i} \end{pmatrix}$	$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det A}$

Skalarprodukt: $x, y \in \mathbb{C}$, $a, b \in \mathbb{R}$

$x \cdot y^*$, $a \cdot b$, $\quad |x| = \sqrt{\langle x \, x^* \rangle}$