

Modulprüfung / Bachelor
Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (5 + 4 +1 Punkte)

- a) Beweisen Sie dass, für alle $n \in \mathbb{N}$

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + \dots + n \cdot (2n + 1) = \frac{n(n + 1)(4n + 5)}{6}$$

gilt.

- b) Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, die der Gleichung

$$z^5 = \frac{1 + i}{1 - i}$$

genügen.

- c) Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3 + 1}{2n^2 - 5n^3 + 3n + 10}.$$

Aufgabe 2 (5 + 5 Punkte)

- a) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz und absolute Konvergenz

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{[\sqrt{n} + (-1)^{n-1}]^3}.$$

- b) Gegeben sei die reelle Potenzreihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{n+2}}{(n-1)} x^n.$$

- i) Berechnen Sie den Konvergenzradius R der Potenzreihe.
ii) Ermitteln Sie die Menge aller Punkte $x \in \mathbb{R}$, in denen die Reihe konvergiert.

Aufgabe 3 (4 + 3 + 3 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Grenzwerte

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin ax)}{\ln(\sin bx)}, \quad a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$

ii) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\tan x)^{\frac{1}{3}} - 1}{2 \sin^2 x - 1}.$

b) Berechnen Sie Maximum und Minimum der Funktion

$$f : [-2, 2] \longrightarrow \mathbb{R}, x \longrightarrow e^x(x^2 + x - 5).$$

c) Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\ln(x - 1) + \cos^2 x = 0$$

auf $(1, 2)$ genau eine Lösung hat.

Aufgabe 4 (5 + 5 Punkte)

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

i) $\int_0^{\pi} e^x \cos(2x) dx,$

ii) $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{5}} \frac{x^3}{\sqrt{x^2 - 1}} dx.$

b) Bestimmen Sie eine Zeilennormalform sowie Kern und Bild der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 1 & 2 \\ -8 & 5 & -4 & -7 \end{pmatrix}.$$

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab **11.04.2014**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.math.kit.edu/iana1/>

im Internet.

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **16.04.2014**, von 16 bis 18 Uhr im HS Benz (Geb.10.21) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **22.04.2014** bis **25.04.2014** im Allianz-Gebäude 05.20 (3.OG.).