Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Dr. A. Müller-Rettkowski

Herbst 2013
31.07.2013

Bachelor–Modulprüfung
Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 **(10 Punkte)** (5+5)

a) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$$n! \leq 2^{\frac{n(n-1)}{2}}$$

gilt.

b) Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, die der Gleichung

$$z^3 = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \frac{1}{(i-1)^k}$$

genügen.

Aufgabe 2 **(10 Punkte)** (4+6)

a) Geben Sie alle $x \in \mathbb{R}$ an, für die die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n} \, x^n$$

konvergiert.

b) Drücken Sie den Wert dieser Reihe mit Hilfe von elementaren Funktionen aus.

(Hinweis: Berechnen Sie $A, B \in \mathbb{R}$ so, dass

$$\frac{1}{n^2 + 2n} = \frac{A}{n} + \frac{B}{n+2}$$

gilt.)

Aufgabe 3 (10 Punkte) (4+6)

a) Begründen Sie, dass die Gleichung

$$\ln(x) + x = 0$$

genau eine positive reelle Lösung besitzt.

Geben Sie ein Intervall der Länge $l \leq \frac{1}{2}$ an, in dem die Lösung liegt.

(**Hinweis:** Monotonie.)

b) Berechnen Sie

$$\lim_{n\to\infty} \int\limits_{n-1}^{n+1} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\, dx\,.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte) (4+2+4)

a) Berechnen Sie alle Stammfunktionen von

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}}\,,\ x > 0\,.$$

(**Hinweis:** Substituiere $x \to y = \sqrt{e^x - 1}$.)

b) Mit $f(x) = \exp(4 - x^2)$ ist

$$\lim_{n\to\infty} n(f(2 + \frac{1}{n}) - f(2))$$

zu berechnen.

c) Berechnen Sie

$$\lim_{x\to\infty} \int\limits_{1}^{x} \frac{1}{t\sqrt{t^2 - 1}}\, dt\,.$$

(**Hinweis:** Substitution $t \to \tau = \sqrt{t^2 - 1}$.)

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab **11.10.2013**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

`http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm1etec2012w/`

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den **23.10.2013**, von 16.00 Uhr bis 18.00 Uhr im HS a.F. (Geb. 50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **28.10.2013** bis **31.10.2013** im Allianzgebäude 05.20 (3.OG.).