

**Modulprüfung / Bachelor**  
**Höhere Mathematik I für die Fachrichtung**  
**Elektrotechnik und Informationstechnik**

**Aufgabe 1 (5 + 4 +1 Punkte)**

- a) Mittels der Vollständigen Induktion, beweisen Sie dass, für alle  $n \in \mathbb{N}$  und alle  $s \in \mathbb{R}, s > 0$

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b (3x)^n e^{-xs} dx = \frac{3^n \cdot n!}{s^{n+1}}.$$

gilt.

- b) Berechnen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , die der Gleichung

$$z^4 = \frac{2 + 2i}{1 - i} - i$$

genügen.

- c) Bestimmen Sie den Grenzwert

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^5 + n + 1}{2n^2 \log n - 5n^5 + 18n + 10}.$$

**Aufgabe 2 (5 + 5 Punkte)**

- a) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz und absolute Konvergenz

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n + 50}.$$

- b) Gegeben sei die reelle Potenzreihe

$$\sum_{n=6}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5^{n-2}}{(n-5)^2} x^n.$$

- i) Berechnen Sie den Konvergenzradius  $R$  der Potenzreihe.  
ii) Ermitteln Sie die Menge aller Punkte  $x \in \mathbb{R}$ , in denen die Reihe konvergiert.

### Aufgabe 3 (4 + 3 + 3 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Grenzwerte

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + \sin^2 3x)}{x \cdot (\sin 2x)}$ .

ii)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{4 \sin^2 x \cdot \cos^2 x - 1}{(\tan x)^{\frac{1}{2}} - 1}$ .

b) Berechnen Sie Maximum und Minimum der Funktion

$$f : \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sqrt{5 - 4 \sin^2 x}.$$

c) Zeigen Sie, dass die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x + \sin x$  bijektiv ist, d.h. jeden Wert aus  $\mathbb{R}$  genau ein Mal annimmt.

### Aufgabe 4 (5 + 5 Punkte)

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

i)  $\int_0^{\pi} x \sin^2(3x) dx,$

ii)  $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x}{(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}} dx.$

b) Bestimmen Sie eine Zeilennormalform sowie Kern und Bild der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 1 & 2 \\ 8 & 7 & 5 & 8 \end{pmatrix}.$$

**Viel Erfolg!**

#### Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab **15.10.2014** unter <http://www.math.kit.edu/iana1/> im Internet.

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **22.10.2014**, von 16 bis 18 Uhr im HSa.F. (Geb.50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **27.10.2014** bis **31.10.2014**.