

**Modulprüfung / Bachelor**  
**Höhere Mathematik I für die Fachrichtung**  
**Elektrotechnik und Informationstechnik**

**Aufgabe 1 (3 + 4 + 3 Punkte)**

- a) Berechnen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , die der Gleichung

$$z^6 + 2z^3 + 1 = 0$$

genügen.

- b) Bestimmen Sie den Grenzwert

(i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$

- c) Untersuchen Sie die folgende Reihe auf Konvergenz und absolute Konvergenz

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( 1 - \frac{1}{2} \cos \left( \frac{1}{n} \right) \right).$$

**Aufgabe 2 (5 + 5 Punkte)**

- a) Sei  $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \sin(\sin x)$ .

- i) Bestimmen Sie die Zahl  $T_1(f, 0)(0.2)$  (erstes Taylorpolynom von  $f$  um 0 an der Stelle 0.2).

- ii) Zeigen Sie, dass für alle  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$  gilt

$$|\sin(\sin x) - T_1(f, 0)(x)| \leq x^2.$$

- b) Gegeben sei die reelle Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{5 + (-1)^n}{3} \right)^n (x-1)^n.$$

- i) Berechnen Sie den Konvergenzradius  $R$  der Potenzreihe.  
ii) Ermitteln Sie die Menge aller Punkte  $x \in \mathbb{R}$ , in denen die Reihe konvergiert.

### Aufgabe 3 (3 + 4 + 3 Punkte)

- a) Berechnen Sie Minimum und Maximum der Funktion

$$f : \left[ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}, x + \frac{1}{2x}.$$

- b) Berechnen Sie die folgenden Integrale

i)

$$\int_0^1 \frac{x+5}{x^2+1} dx$$

ii)

$$\int x^2 \arcsin(x) dx$$

- c) Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral

$$\int_1^\infty \frac{\cos 2x}{x} dx$$

konvergent ist.

### Aufgabe 4 (5 + 5 Punkte)

- a) Beweisen Sie, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$

$$4^n \geq n^2 + 3^n$$

gilt.

- b) Wir betrachten die Matrix  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 4}$  mit  $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 & 9 \\ 8 & -6 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie Kern $A$  und Bild $A$

**Viel Erfolg!**

#### Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab **12.10.2015** unter <http://www.math.kit.edu/iana1/> im Internet.

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **21.10.2015**, von 16 bis 18 Uhr im HSA.F. (Geb.50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **26.10.2015** bis **30.10.2015**.