

Modulprüfung / Bachelor
Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (4 + 2 + 4 Punkte)

- a) Bestimmen Sie den Real und Imaginärteil der Zahl

$$z = (1 - i)^{21}.$$

- b) Bestimmen alle lokale Minimum/Maximum Stellen der Funktion

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1.$$

Hat die Funktion f globale Minima oder Maxima?

- c) Zeigen Sie, dass die Gleichung $\tan(x) - x = \pi$ genau eine Lösung hat auf $(0, \frac{\pi}{2})$.

Aufgabe 2 (5 + 5 Punkte)

- a) Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \cos(\sin(x))$.

- i) Bestimmen Sie $T_1(f, \pi)(x)$ (erstes Taylorpolynom von f um den Entwicklungspunkt π).

- ii) Zeigen Sie, dass

$$\cos(\sin(x)) - T_1(f, \pi)(x) \geq -(x - \pi)^2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

- b) Gegeben sei die reelle Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5 + (-1)^n}{3} + \frac{1}{n} \right)^n (x - 1)^{2n}.$$

Bestimmen Sie die Menge aller Punkte $x \in \mathbb{R}$, in denen die Reihe konvergiert.

Aufgabe 3 (4 + 4 + 2 Punkte)

a) Beweisen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=1}^n 6k(k+2) = n(n+1)(2n+7)$$

gilt.

b) Berechnen Sie die folgenden Integrale

i) $\int_0^2 4x^3 e^{x^4} dx.$

ii) $\int_0^\pi x \cos(x) dx.$

c) Untersuchen Sie das folgende uneigentliche Integral auf Konvergenz $\int_0^1 \frac{\cos(x)}{x} dx.$

Aufgabe 4 (6 + 4 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie das Bild und den Kern von A und begründen Sie Ihre Antwort.

b) Gegeben seien die Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in \mathbb{R}^4$ mit

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie mithilfe des Gram-Schmitt-Verfahrens eine Orthonormalbasis von $\text{lin}\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab **17.10.2017** unter <http://www.math.kit.edu/iana1/> im Internet.

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **18.10.2017**, von 16 bis 18 Uhr im HSa.F. (Geb.50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **23.10.2017** bis **27.10.2017**.