Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Analysis
PD Dr. Peer Christian Kunstmann
Silvana Avramska-Lukarska

WS 2015/16
17.11.2015

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

5. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1:

(a) Untersuchen Sie

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-2)^{3k-1}}{3^{2k+1}}$$

auf Konvergenz und berechnen Sie den Grenzwert.

(b) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ definiere $\sigma_n := \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!}$. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$e - \frac{1}{n \cdot n!} < \sigma_n < e - \frac{1}{(n+1)!}\,.$$

Hinweis: Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$ gilt

$$\sum_{k=0}^{n-1} q^k = \frac{1-q^n}{1-q} \qquad \text{(geometrische Summenformel).}$$

Aufgabe 2: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

(i) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)^n$ (ii) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^{-1-\frac{1}{n}}$ (iii) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

(iv) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1\cdot 3\cdot 5 \cdots (2n-1)}$ (v) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1 - \sqrt[n]{a})$ mit $0 < a < 1$

Aufgabe 3: Betrachten Sie die Reihe:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{2}(-1)^n\right)^n}{n^2}$$

(a) Was kann man mit dem Quotientenkriterium über die Konvergenz der obigen Reihe sagen?

(b) Was kann man mit dem Wurzelkriterium über die Konvergenz der obigen Reihe sagen?

Aufgabe 4: Untersuchen Sie die komplexe Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{i^k}{k}$$

auf Konvergenz.

Die Aufgaben werden in den Tutorien in der Woche vom 23. bis 27.11.2015 besprochen.