Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Analysis
PD Dr. Peer Christian Kunstmann
Silvana Avramska-Lukarska

WS 2015/16
26.1.2016

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

13. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1: Seien $u_1, u_2, v_1, v_2 \in C^\infty(\mathbb{R})$ gebeben durch

$$u_1(t) = e^{-\gamma t}\cosh(\kappa t), \quad u_2(t) = e^{-\gamma t}\frac{1}{\kappa}\sinh(\kappa t), \quad v_1(t) = e^{(-\gamma+\kappa)t}, \quad v_2(t) = e^{(-\gamma-\kappa)t}$$

für alle $t \in \mathbb{R}$ mit den Konstanten $\gamma, \kappa > 0$. Zeigen Sie:

(a) $\{u_1, u_2\}$ ist linear unabhängig

(b) $\operatorname{lin}(\{u_1, u_2\}) = \operatorname{lin}(\{v_1, v_2\})$

Aufgabe 2:

(a) Zeigen Sie, dass die durch $f(x) := 2$, $g(x) := x - 1$ und $h(x) := x^2 + 3x$ definierten Funktionen f, g und h aus $C([0,1])$ linear unabhängig sind.

(b) Sei $P_2([0,1]) := \{p\colon [0,1] \to \mathbb{C} \mid p \text{ ist Polynom vom Grad } \le 2\}$. Begründen Sie, dass f, g, h eine Basis von $P_2([0,1])$ bildet.

(c) Bestimmen Sie die Koordinaten des durch $p(x) = 8x^2 + 2x + 2$, $x \in [0,1]$, gegebenen Polynoms p bzgl. der Basis f, g, h, d.h. $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \in \mathbb{C}^3$ mit $p = \alpha_1 f + \alpha_2 g + \alpha_3 h$.

Aufgabe 3: Seien

$$A = \begin{pmatrix} 3+4i & 4+i & -5 \\ -5 & 1-4i & 3-4i \\ 5 & 0 & -3+4i \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 11+i \\ 1-5i \\ 1-3i \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie alle Lösungen $\vec{x} \in \mathbb{C}^3$ von $A\vec{x} = \vec{b}$.

Aufgabe 4: Gegeben sei die Abbildung

$$\phi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2,\ (x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1 + x_2, -2x_1 + x_2 - x_3)\,.$$

Zeigen Sie, dass ϕ linear ist, und bestimmen Sie $\operatorname{Kern}\phi$, $\operatorname{Bild}\phi$ sowie $\operatorname{Rang}\phi$.

Die Aufgaben werden in den Tutorien in der Woche vom 1. bis 5.2.2016 besprochen.