

**Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen  
Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive  
Komplexe Analysis und Integraltransformationen**

**5. Übungsblatt**

**Aufgabe 17**

Es seien  $A, B \in \mathbb{C}^{(n,n)}$ ,  $A \neq 0, B \neq 0$ . Ferner sei  $AB = 0$ . Beweisen Sie:

$$\det A = \det B = 0.$$

**Aufgabe 18**

Es seien  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  und  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- a) Ist  $A$  unitär, so haben die Eigenwerte der Matrix Betrag 1.
- b)  $B$  besitzt mindestens einen reellen Eigenwert.
- c) Hat  $A$  den Eigenwert  $\lambda$ , so ist  $\lambda^2$  ein Eigenwert von  $A^2$ .

**Aufgabe 19**

Bestimmen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume von

$$A = \begin{pmatrix} 22 & -2 & -4 \\ 4 & 16 & -4 \\ 2 & -1 & 16 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Welche algebraischen und geometrischen Vielfachheiten haben die Eigenwerte? Welche Matrix ist diagonalisierbar? Ermitteln Sie, falls möglich, reguläre Matrizen  $S_A$  bzw.  $S_B$  so, dass  $S_A^{-1}AS_A$  bzw.  $S_B^{-1}BS_B$  Diagonalgestalt hat.

**Aufgabe 20**

Bestimmen Sie alle Eigenwerte von

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Begründen Sie, dass  $A$  diagonalisierbar ist, und geben Sie eine reguläre Matrix  $S$  so an, dass  $S^{-1}AS$  Diagonalgestalt hat. Ist es möglich, die Matrix  $S$  orthogonal zu wählen?

## Aufgabe 21

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Untersuchen Sie  $A$  auf Diagonalisierbarkeit. Geben Sie, falls möglich, eine orthogonale Matrix  $S$  und ihre Inverse  $S^{-1}$  so an, dass  $S^{-1}AS$  Diagonalgestalt hat.
- b) Ermitteln Sie alle  $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ , die das lineare Gleichungssystem  $A\vec{x} = 2\vec{x}$  lösen.

**Achtung:**

**Beachten Sie bitte die Hinweise auf der Seite**  
[www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etec2013s/](http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etec2013s/).

**Hinweis** Die Lösungen zum Übungsblatt werden in den Tutorien besprochen.