Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Dr. Andreas Müller-Rettkowski
Dr. Vu Hoang

Sommersemester 2013
10.07.2013

Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive Komplexe Analysis und Integraltransformationen

13. Übungsblatt

Aufgabe 64

Berechnen Sie jeweils die Laplacetransformierte der Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$, die auf $(-\infty, 0)$ durch 0 und auf $[0, \infty)$ wie folgt definiert ist.

a) $f(t) = e^{at}(t^2 + bt + c) \quad (a, b, c \in \mathbb{R})$ **b)** $f(t) = \cos(\omega t) \quad (\omega \in \mathbb{R})$

c) $f(t) = \sinh(\omega t) \quad (\omega \in \mathbb{R})$ **d)** $f(t) = \sinh^2(\omega t) \quad (\omega \in \mathbb{R})$

e) $f(t) = e^{at}\sin(bt) \quad (a \in \mathbb{C}, b \in \mathbb{R})$ **f)** $f(t) = \sin(\omega t + \varphi) \quad (\omega, \varphi \in \mathbb{R})$

g) $f(t) = \begin{cases} e^{t-1}\sin(t-1)\,, & t \geqslant 1 \\ 0\,, & t \in [0,1) \end{cases}$ **h)** $f(t) = \begin{cases} t\,, & 0 \leqslant t < 1 \\ 2 - t\,, & 1 \leqslant t < 2 \\ 0\,, & \text{sonst} \end{cases}$

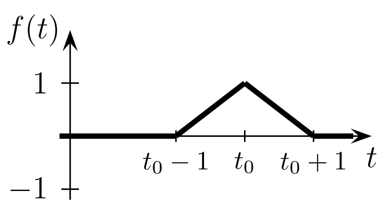
Aufgabe 65

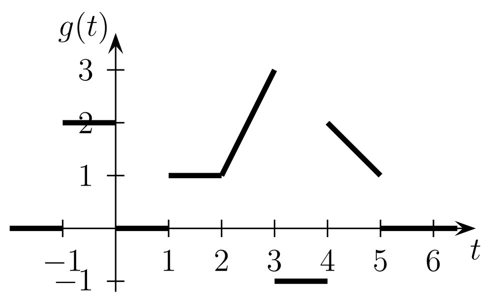
Bestimmen Sie jeweils eine Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ mit

a) $\mathscr{L}(f)(s) = \frac{1}{s-a} \quad (a \in \mathbb{C})\,;$ **b)** $\mathscr{L}(f)(s) = \frac{e^{-3s}}{s+2}\,;$ **c)** $\mathscr{L}(f)(s) = \frac{s+3}{(s+1)^2+4}\,.$

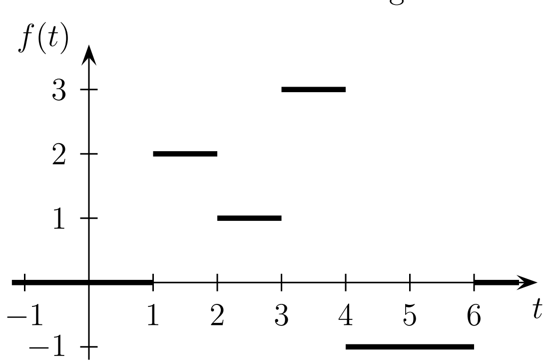
Aufgabe 66

Stellen Sie die Funktionen f und g mit Hilfe der Heaviside-Funktion h in einem geschlossenen Ausdruck dar.





Ermitteln Sie die Laplacetransformierte der unten dargestellten Funktion f.



— bitte wenden —

Aufgabe 67

Die Schwingungsgleichung für eine schwingende Feder mit der Federkonstanten $\kappa > 0$, an der eine Masse $m > 0$ befestigt ist, lautet

$$m\,u''(t) + \kappa\,u(t) = 0 \qquad \text{für alle } t \geqslant 0\,.$$

Hierbei beschreibt $u(t)$ die Auslenkung der Masse vom Ruhepunkt 0 zur Zeit t. Zur Zeit 0 befinde sich die Masse im Ruhepunkt mit der Geschwindigkeit $v_0 > 0$. Es gelte also $u(0) = 0$ sowie $u'(0) = v_0$.
Berechnen Sie eine Lösung $u(t)$ dieses Anfangswertproblems.

Aufgabe 68

Sei $f \in \mathcal{Z}$. Zeigen Sie, dass auch die Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $t \mapsto \int_0^t f(u)\,du$ in $\mathcal{Z}$ liegt.

Die **Prüfungen** zu HM II und KAI finden am Montag, den 19.09.2013, statt.
Zur Teilnahme ist eine Anmeldung erforderlich.

!!! Anmeldeschluss: Freitag, der 19.07.2013. !!!

Weitere Informationen zu den Prüfungen entnehmen Sie bitte der Vorlesungshomepage

`www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etec2013s/`.