Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. P. C. Kunstmann
Dr. S. Wugalter

Sommersemester 2014
12.06.2014

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive Komplexe Analysis und Integraltransformationen

9. Übungsblatt

Aufgabe 1

In welchen Punkten sind die folgenden Funktionen $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ komplex differenzierbar, wo sind sie holomorph? Bestimmen Sie gegebenenfalls f'.

a) $f(z) = \begin{cases} e^{-1/z^4} & \text{für } z \neq 0 \\ 0 & \text{für } z = 0 \end{cases}$

b) $f(x+iy) = \sin x \, \sin y - i \cos x \, \cos y \quad (x, y \in \mathbb{R})$

c) $f(z) = z \operatorname{Re} z$

d) $f(z) = \frac{z}{\overline{z}} + \frac{\overline{z}}{z} \quad (\text{für } z \neq 0)$

Aufgabe 2

Berechnen Sie jeweils für die Funktion F und die Kurve γ das Kurvenintegral $\int_\gamma F(z)\,dz$.

a) $F(z) = \overline{z} z^2\,, \quad \gamma(t) = e^{i(\pi - t)}\,, \ 0 \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}$

b) $F(z) = |z|^2\,, \quad \gamma$ sei der positiv orientierte Rand von $\{z \in \mathbb{C} :\ \operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z \in (0,1)\}$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie mit Hilfe der Multiplikatorenregel von Lagrange diejenigen Punkte $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ auf der Kreislinie $x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$, die vom Punkt $(-1, 1)$ den kleinsten bzw. den größten Abstand haben. Geben Sie die Abstände an.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die globalen Extrema von

$$f(x, y, z) := 5x + y - 3z$$

auf der Menge $S = \big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ x + y + z = 0,\ x^2 + y^2 + z^2 = 1\big\}$.