Institut für Analysis
PD Dr. Peer Christian Kunstmann
Dr. Jens Babutzka

SS 2016
31.05.2016

Höhere Mathematik II

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

7. Übungsblatt

Aufgaben 1-2 werden in der Übung besprochen, Aufgaben 3-5 im Tutorium.

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass die Gleichung $z^3 + 7z^2 - 3xyz + x^5 + y^3 = 0$ in einer Umgebung von $(0, -2, 1)$ nach z aufgelöst werden kann. Berechnen Sie für die dadurch implizit definierte Funktion $g(x, y)$ die Ableitung $g'(x, y)$.

Aufgabe 2: Berechnen Sie das dritte Taylorpolynom von $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, f(x, y) = \cos(x)\,\sin(y)\,e^{x-y}$, in $x^0 = (0, 0)$.

Aufgabe 3: a) Zeigen Sie, dass die Gleichung $z^3 + 2z^2 - 3xyz + x^3 - y^3 = 0$ in einer Umgebung von $(0, 0, -2)$ nach z aufgelöst werden kann. Berechnen Sie für die dadurch implizit definierte Funktion $g(x, y)$ die Ableitung $g'(x, y)$.

b) Betrachten Sie die beiden Gleichungen $x^2 + y^2 - u^2 + v^2 = 0$ und $x^2 + 2y^2 - 3u^2 + 4v^2 = 1$.

Zeigen Sie: Durch diese Gleichungen werden in einer Umgebung des Punktes $(0, 0)$ zwei C^1-Funktionen $u(x, y)$ und $v(x, y)$ mit $u(0, 0) = v(0, 0) = 1$ implizit definiert.

Berechnen Sie die partiellen Ableitungen erster Ordnung dieser Funktionen in $(0, 0)$.

Aufgabe 4: Bestimmen Sie das zweite Taylorpolynom von $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ f(x, y, z) = xe^z - y^2$, in $x^0 = (1, -1, 0)$.

Aufgabe 5: Sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig differenzierbar mit $|f'(x)| < 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass $g(u, v) := \begin{pmatrix} u + f(v) \\ v + f(u) \end{pmatrix}$ überall lokal invertierbar ist.