Parametrisierung des Randes für $n = 2$

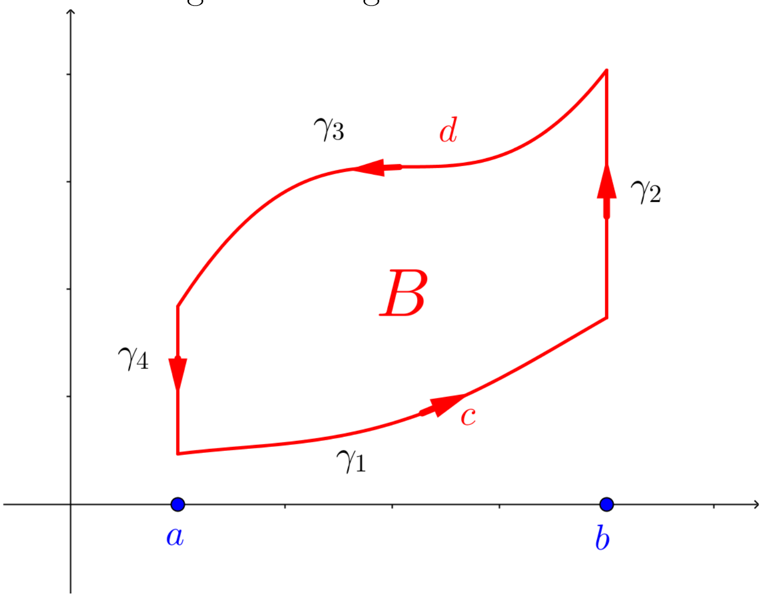
Es sei

$$B = \{(x, y) \colon x \in (a, b), y \in (c(x), d(x))\},$$

wobei $c, d \colon [a, b] \to \mathbb{R}$ stetig mit $c \leq d$ auf $[a, b]$. Dann ist (vgl. Skript S.51 und das Bild hier)

$$\partial B = \{(x, c(x)) \colon x \in [a, b]\} \cup \{(x, d(x)) \colon x \in [a, b]\} \\ \cup \{(a, y) \colon y \in [c(a), d(a)]\} \cup \{(b, y) \colon y \in [c(b), d(b)]\}$$

Diesen Mengen möchten wir nun so parametrisieren, dass der Rand entgegen des Uhrzeigersinns durchlaufen wird (Gebiet liegt dann links vom Rand). Die Orientierung ist wichtig!



Wir starten in $(a, c(a))$ und verbinden entlang des Graphen der Funktion c zu $(b, c(b))$. Dazu gehört die Parametrisierung

$$\gamma_1(t) = (t, c(t)),\ t \in [a, b].$$

Nun parametrisieren wir die Strecke von $(b, c(b))$ nach $(b, d(b))$, also

$$\gamma_2(t) = (b, t),\ t \in [c(b), d(b)].$$

Jetzt starten wir in $(b, d(b))$ und verbinden entlang des Graphen d zu $(a, d(a))$, also

$$\gamma_3(t) = (b - t, d(b - t)),\ t \in [0, b - a].$$

Schließlich ist

$$\gamma_4(t) = (a, d(a)(1 - t) + td(b)),\ t \in [0, 1].$$

Die Kurve γ_2 entfällt falls $c(b) = d(b)$, vgl. zum Beispiel Übungsblatt 11, Aufgabe 1, und die Kurve γ_4 entfällt falls $c(a) = d(a)$. Beispiele: