Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Prof. Dr. Wolfgang Reichel
Dr. Semjon Wugalter

Sommersemester 2018
03.05.2018

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnikl
2. Übungsblatt

Aufgabe 1

a) Sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Determinante von A

i) durch Entwicklung nach der ersten Zeile.

ii) indem ein Einheitsvektor durch Spaltenumformungen erzeugt wird und dann nach diesem entwickelt wird.

b) Berechnen Sie die Determinanten folgender Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & \alpha+1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix}.$$

Für welche $\alpha \in \mathbb{C}$ ist C regulär?

Aufgabe 2

Es seien $x, a_0, a_1, \ldots \in \mathbb{C}$ sowie

$$D_{n+1}(x) = \det \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & \cdots & a_n \\ -1 & x & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -1 & x \end{pmatrix} \quad \text{für } n = 0, 1, 2, \ldots .$$

a) Berechnen Sie $D_1(x)$, $D_2(x)$ und $D_3(x)$.

b) Geben Sie eine Formel zur Berechnung von $D_{n+1}(x)$ an und beweisen Sie diese mittels vollständiger Induktion.

c) Für welche $n \in \mathbb{N}_0$ ist die $(n+1) \times (n+1)$-Matrix

$$B_{n+1} = \begin{pmatrix} 1 & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

invertierbar?

Aufgabe 3

Seien $A, B \in \mathbb{C}^{n\times n}$. Welche der folgenden Aussagen gelten?

a) Die Determinante ist eine lineare Abbildung von $\mathbb{C}^{n\times n}$ nach $\mathbb{C}$.

b) $\det(A+B) = \det A + \det B$.

c) $\det\big((\det A)B\big) = (\det A)^n \det B$.

Aufgabe 4

Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

unter Verwendung der Cramerschen Regel.

Hinweis In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die folgenden Aufgaben besprochen: **1a, 2 und 4**. Die restlichen werden in den Tutorien behandelt.