

**Höhere Mathematik II für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik**

6. Übungsblatt

Aufgabe 1

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die partiellen Ableitungen.

- a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto x^3 - 2x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 + 10$
b) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x, y) \mapsto (x^2 + y^2)e^{xy}$

Berechnen Sie auch die partiellen Ableitungen der partiellen Ableitungen. Ermitteln Sie zusätzlich in **b)** die Richtungsableitung $\frac{\partial f}{\partial v}$ von f in Richtung $v := (1, 1)$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Ableitungen der Funktion.

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, f(x, y) = (ye^x + x \sinh y, y^4 + 3x^2 \sin y, 4y - x^3)$$

Aufgabe 3

Die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{y^3 - x^2y}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

- a) Zeigen Sie, dass f auf $\mathbb{R}^2$ stetig ist.
b) Berechnen Sie in jedem Punkt die partiellen Ableitungen von f .
c) Sind die partiellen Ableitungen von f im Punkt $(0, 0)$ stetig?
d) Bestimmen Sie die Richtungsableitung $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0)$ für jede Richtung v , für die das möglich ist. Für welche v gilt $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 0) = \langle \text{grad } f(0, 0), v \rangle$?
e) Untersuchen Sie, in welchen Punkten f differenzierbar ist. Berechnen Sie dort Df .

Aufgabe 4

Die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei im Punkt $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ differenzierbar und für die Richtungen $u := (1, 2)$ und $v := (-1, 1)$ gelte

$$\frac{\partial f}{\partial u}(x_0, y_0) = -1 \quad \text{sowie} \quad \frac{\partial f}{\partial v}(x_0, y_0) = 2.$$

Bestimmen Sie $\frac{\partial f}{\partial w}(x_0, y_0)$ für $w := (1, 1)$. Geben Sie die Richtung $h \in \mathbb{R}^2$ mit $\|h\|_2 = 1$ an, für die $\frac{\partial f}{\partial h}(x_0, y_0)$ maximal wird.

Hinweis In der großen Übung am 07.06. werden aller Voraussicht nach die folgenden Aufgaben besprochen: **1a, 3 und 4**. Die restlichen werden in den Tutorien behandelt.