Karlsruhe Institut für Technologie (KIT) Herbst 2015
Institut für Analysis 18.09.2015
Dr. I. Anapolitanos

## Modulprüfung / Bachelor

## Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

### Aufgabe 1 (3 + 3 + 4 Punkte)

**a)** Wir betrachten die Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von $A$.

**b)** Gegeben ist das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 1 + e^{\sin y} \\ 1 + xe^{\sin y}\cos y \\ 2z \end{pmatrix}$. Zeigen Sie, dass $\vec{v}$ ein Potentialfeld ist und bestimmen Sie ein zugehöriges Potential.

**c)** Bestimmen Sie die Inverse der Matrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

### Aufgabe 2 ( 4 + 2 + 4 Punkte)

**a)** Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x,y) \mapsto \frac{x^2}{2} + y^2 + y - x$, und $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{2} + y^2 \leqslant 3\}$. Bestimmen Sie das Minimum und Maximum von $f$ auf $B$.

**b)** Sei $g : \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0\} \to \mathbb{R}$ mit $g(x,y) = \frac{4y}{x}$ und $\gamma : [1,2] \to \mathbb{R}^2$ mit $\gamma(t) = \begin{pmatrix} t \\ \frac{t^2}{2} \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie $\int_\gamma g \, \mathrm{d}s$.

**c)** Betrachten Sie das Integral $\int_1^9 \int_{(y-1)^{\frac{1}{3}}}^2 \cos(\frac{x^4}{4}) \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y$. Skizzieren Sie den Integrationsbereich, vertauschen Sie die Integrationsreihenfolge und berechnen Sie damit den Wert des Integrals.

### Aufgabe 3 (4+6 Punkte)

**a)** Gegeben sei die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $g(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^3}{x^2+y^2} + y & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$.
Zeigen Sie, dass $g$ stetig ist in (0,0) und bestimmen Sie $\frac{\partial g}{\partial x}(0,0)$ und $\frac{\partial g}{\partial y}(0,0)$.

**b)** Wir betrachten das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xy \\ -\frac{y^2}{2} \\ 2z + \sin x \end{pmatrix}$. Die Oberfläche von $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z \geqslant \sqrt{x^2+y^2}, x^2 + y^2 + z^2 \leqslant 1\}$ wird mit $\partial D$ bezeichnet. Berechnen Sie mit Hilfe des Divergenzsatzes den Ausfluss von $\vec{v}$ durch $\partial D$, und zwar das Integral $\iint_{\partial D} \vec{v} \cdot \vec{N} \, \mathrm{d}o$, wobei $\vec{N}$ der Normaleneinheitsvektor ist, der ins Äußere des Bereichs zeigt.

**Viel Erfolg!**

**Nach der Klausur:**

Die Klausurergebnisse liegen ab **15.10.2015** unter `http://www.math.kit.edu/iana1/` im Internet. Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **21.10.2015**, von 16 bis 18 Uhr im Tulla Hörsaal (Geb.11.40) statt.

Die müdlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **26.10.2015** bis **30.10.2015**.