Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Dr. I. Anapolitanos

Herbst 2016
19.09.2016

Modulprüfung / Bachelor

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (2 + 3 + 5 Punkte)

a) Wir betrachten die Matrix $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ gegeben durch $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von A.

b) Sei $\vec{w} : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ mit $\vec{w}(x,y) = \begin{pmatrix} e^x y^2 + e^{y^2} \\ ay(e^x + xe^{y^2}) \end{pmatrix}$, wobei $a \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie a so, dass $\vec{w}$ ein Potentialfeld ist, und bestimmen Sie für dieses a ein zugehöriges Potential.

c) Bestimmen Sie die Inverse der Matrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 2 (5 + 2 + 3 Punkte)

a) Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x,y) \mapsto xy$, und $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + \frac{y^2}{2} \leqslant 1\}$. Bestimmen Sie das Minimum und Maximum von f auf B.

b) Bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ \frac{2t^3}{3} \end{pmatrix}, t \in [0, \sqrt{3}].$$

c) Gegeben sei die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $g(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & ,(x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ,(x,y) = (0,0) \end{cases}$. Untersuchen Sie g auf Stetigkeit in $(0,0)$. Untersuchen Sie die partielle Ableitung $\frac{\partial g}{\partial x}(0,0)$ auf Existenz und berechnen Sie sie gegebenenfalls.

– bitte wenden –

Aufgabe 3 (4 + 6 Punkte)

a) Wir betrachten das Integral

$$\int_0^1 \int_0^{\arccos(y)} \sin(\sin(x))\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y.$$

Skizzieren Sie den Integrationsbereich, vertauschen Sie die Integrationsreihenfolge und berechnen Sie damit den Wert des Integrals.

b) Wir betrachten das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit $\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} xy \\ -\frac{y^2}{2} \\ 2z^2 + \sin x \end{pmatrix}$. Die Oberfläche von $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leqslant z \leqslant 1 - \sqrt{x^2+y^2}\}$ wird mit ∂D bezeichnet. Berechnen Sie mit Hilfe des Divergenzsatzes den Ausfluss von $\vec{v}$ durch ∂D, das heißt das Integral $\iint_{\partial D} \vec{v} \cdot \vec{N}\,\mathrm{d}o$, wobei $\vec{N}$ der Normaleneinheitsvektor ist, der ins Äußere des Bereichs zeigt.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab **18.10.2016** unter `http://www.math.kit.edu/iana1/` im Internet. Die Klausureinsicht findet am Donnerstag, den **20.10.2016**, von 16 bis 18 Uhr im Hörsaal neue Chemie (Geb.30.46) statt.

Die müdlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **24.10.2016** bis **28.10.2016**.