Übungsklausur

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei die symmetrische Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

- a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren der Matrix A.
- b) Bestimmen Sie eine orthogonale Matrix $S \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ so, dass $S^{-1}AS$ Diagonalgestalt hat. Geben Sie S^{-1} und $S^{-1}AS$ an.
- c) Ermitteln Sie alle $x \in \mathbb{R}^3$, die das lineare Gleichungssystem Ax = x lösen.

Aufgabe 2 (5+5 Punkte)

a) Die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$f(x,y) = (5 - 2x + y) \cdot e^{x^2 - y}.$$

Zeigen Sie, dass die Funktion f keine lokalen Extrema hat.

b) Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{v} \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2, \ \vec{v}(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 + y^2 \\ 2xy \end{pmatrix}$$

und die Kurve

$$\gamma \colon [0,1] \to \mathbb{R}^2, \ \gamma(t) = \begin{pmatrix} 1-t \\ t \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s} \,.$$

Aufgabe 3 (5+5 Punkte)

a) Finden Sie $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion

$$\vec{v}$$
: $\left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x,y,z > 0 \right\} \to \mathbb{R}^3$, $\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x+ay-7z\\3x+y+bz\\cx+2y+4z \end{pmatrix}$

ein Potentialfeld ist, und berechnen Sie ein zugehöriges Potential.

b) Es sei
$$K = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \le 2\}$$
. Berechnen Sie $\iint_K (x^5 + y^2) d(x, y)$.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur: Die korrigierten Übungsklausuren können ab Freitag, den 11.07.2014, im Sekretariat (Zimmer 3B-02, Allianzgebäude) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Donnestag, den 17.07.2014, von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Funktionsraum 3A-01 (Allianzgebäude) möglich.